

РОССИЙСКИЙ ФОНД ФУНДАМЕНТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ
РОССИЙСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ КОМИТЕТ ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ
И ПРИКЛАДНОЙ МЕХАНИКЕ
ИНСТИТУТ ПРОБЛЕМ МЕХАНИКИ РАН
ИНСТИТУТ МЕХАНИКИ МГУ
ЮЖНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

БИОМЕХАНИКА-2018

МАТЕРИАЛЫ
XIII ВСЕРОССИЙСКОЙ (с международным участием) КОНФЕРЕНЦИИ

(с. Дивноморское, 28 мая — 1 июня 2018 г.)

Редакторы: А. О. Ватульян, М. И. Карякин, В. С. Кондратьев, А. В. Попов

Ростов-на-Дону — Таганрог
2018

УДК [531/534+539.3/.5]:004.94(063)

ББК 22.25я43

Б34

***XIII Всероссийская (с международным участием) конференция
«БИОМЕХАНИКА-2018» (с. Дивноморское, 28 мая — 1 июня 2018 г.)
поддержана РФФИ, проект № 18-01-20028 Г.***

Б34 БИОМЕХАНИКА-2018 : материалы XIII Всероссийской (с международным участием) конференции, (с. Дивноморское, 28 мая — 1 июня 2018 г.) / Южный федеральный университет ; ред. А. О. Ватульян, М. И. Карякин, В. С. Кондратьев, А. В. Попов — Ростов-на-Дону : Таганрог : Издательство Южного федерального университета, 2018. — 142 с.

ISBN 978-5-9275-2801-1

Сборник содержит материалы докладов, представленных на XIII Всероссийскую (с международным участием) конференцию «БИОМЕХАНИКА-2018», продолжающую серию конференций, посвященных различным аспектам моделирования в области биомеханики и ее приложений. В нём отражены научные исследования в следующих направлениях: изучение свойств костной ткани в составе скелетно-мышечной и зубочелюстной систем; моделирование роста биологических тканей и органов, в том числе больших и малых кровеносных сосудов, сердца; исследование течения крови при наличии и отсутствии патологий в сосудах; моделирование различных заболеваний мягких и твердых тканей, моделирование в офтальмологии и системы слуха; исследование изменения свойств тканей при наличии различного типа патологий и в послеоперационный период; разработка теоретических основ для реализации новых методов неразрушающей диагностики заболеваний и свойств биологических тканей; исследование поведения сложных живых систем; моделирование и оптимизация имплантатов.

Важность исследований этих фундаментальных проблем обосновывается возможностью использования их результатов для решения широкого класса прикладных задач в области медицины и биоинженерии: совершенствование и разработка новых приборов для диагностики свойств тканей и органов с патологиями; создание и проектирование индивидуальных имплантатов костной ткани для различных элементов скелетно-мышечной и зубочелюстной систем для обеспечения совместимости и долговечности; разработка технологий исследования заболеваний сердечно-сосудистой системы в пред- и послеоперационные периоды; создание новых сосудистых протезов-эксплантатов; совершенствование методов и подходов для измерения геометрических и механических параметров глаза и органов слуха; разработка режимов и комплексов тренировок спортсменов для наиболее эффективного достижения наивысших результатов.

Публикуется в авторской редакции.

УДК [531/534+539.3/.5]:004.94(063)

ББК 22.25я43

ISBN 978-5-9275-2801-1

© Южный федеральный университет, 2018

Программный комитет конференции

Горячева И. Г., академик РАН, Москва — сопредседатель
Ватульян А. О., Ростов-на-Дону — сопредседатель
Коссович Л. Ю., Саратов — зам. председателя
Няшин Ю. И., Пермь — зам. председателя
Цатурян А. К., Москва — зам. председателя
Антонец В. А., Нижний Новгород
Бауэр С. М., Санкт-Петербург
Бершицкий С. Ю., Екатеринбург
Василевский Ю. В., член-корр. РАН, Москва
Дьяченко А. И., Москва
Кириллова И. В., Саратов
Любимов Г. А., Москва
Манжиров А. В., Москва
Месхи Б. Ч., Ростов-на-Дону
Михасев Г. И., Минск, Беларусь
Моисеева И. Н., Москва
Морозов Н. Ф., академик РАН, Санкт-Петербург
Наседкин А. В., Ростов-на-Дону
Соловьева О. Э., Екатеринбург
Устинов Ю. А., Ростов-на-Дону
Формальский А. М., Москва
Штейн А. А., Москва

Организационный комитет конференции

Карякин М. И., ЮФУ — председатель
Соловьев А. Н., ДГТУ — зам. председателя
Дударев В. В., ЮФУ
Колесников А. М., ЮФУ
Курбатова Н. В., ЮФУ
Надолин К. А., ЮФУ
Попов А. В., ЮФУ

Применение видеоанализа для моделирования скелетно-мышечной системы при ходьбе

Аксенов А. Ю., Клишкова Т. А.

*Санкт-Петербург, Санкт-Петербургский государственный
электротехнический университет*

Анализ локомоций человека является одним из самых эффективных способов диагностики функциональных нарушений опорно — двигательного аппарата, а также отслеживания процесса лечения в клинической медицине. Биомеханические и неврологические аспекты человеческой походки остаются на сегодняшний день не до конца изучены, поэтому видеоанализ кинематики и кинетики остается очень перспективным направлением для исследователей.

Такая диагностика может проводиться и традиционными методами при помощи контактных систем, которые чаще всего имеют высокую погрешность и влияют на поведение пациента во время исследования или диагностики. В настоящий момент современные клинические лаборатории биомеханики используют бесконтактные системы видеоанализа для оценки кинематики движений человека. Преимущества данной системы заключаются в отсутствии необходимости дополнительных устройств на теле пациента при регистрации движений, определении его точной антропометрии, а также в возможности построения математической модели. Видеорегистрация кинематики движений человека является одним из самых точных методов на сегодняшний день. Результаты испытаний систем Qualisys показали, что при регистрации объектов в пространстве средняя погрешность для камер Qucs была менее 0,15 мм при статической записи и 0,26 мм при динамической.

Важным дополнением системы видеоанализа являются динамометрические платформы, которые показывают распределение центра масс во время перекачивания стопы, помогают в расчёте нагрузок на суставы, расчёте мощности генерации и абсорбции суставов, моментов, сил реакции опоры, затраты энергии и т.д. Однако, хорошим дополнением может стать сочетание динамометрических платформ и электромиографической системы, которые вместе смогут дать наиболее полную информацию о работе скелетно — мышечной системы человека. Такая система сможет использовать не только для диагностики опорно-двигательного аппарата, но для тренировок спортсменов для достижения наилучших результатов.

В 1990-х годах Делп и Лоан создали программное обеспечение OpenSim (университет Станфорд) для моделирования скелетно — мышечной структуры, которое позволило исследователям создавать, изменять и сравнивать между собой различные модели опорно-двигательных аппаратов. Это программное обеспечение широко используется для создания компьютерных моделей опорно-двигательного аппарата и моделирования движений. Были разработаны модели нижних и верхних конечностей для изучения следующих биомеханических параметров: 1) изменения в геометрии мышечной системы (большой частью, на теле мышцы) и параметры мышечно — сухожильного комплекса (оптимальная длина мышечного волокна и длина сухожилия в расслабленном состоянии) могут влиять на способность мышц человека генерировать силу; 2) биомеханических

последствий хирургических вмешательств, а именно: операций на сухожилиях, остеотомии и замены суставов; 3) свойств мышц и сухожилий, таких как длины, скорости, плечи сил при нормальной и патологической походке; 4) изучение причин возникновения изменений походки.

Существуют готовые модели с 37 степенями свободы и 92 мышечно — сухожильными комплексами. Такие параметры, как геометрия костей, пиковая сила (Н) волокон, оптимальная длина волокон, угол расхождения волокон (пенационный угол), длина сухожилий для начала прохождений силы, длины сухожилий, длины волокон и другие получали с тел умерших людей, предоставивших свои тела для научных исследований. Однако, крупные исследовательские и медицинские центры разрабатывают собственные модели скелетно-мышечных систем. Ведутся и упрощенные работы для разработки таких моделей. Например, в Индии организован пилотный проект для ускоренного построения индивидуальных 3D моделей скелетно-мышечной системы при использовании слабого рентгеновского сканирования двух сторон тела и нейронных сетей. Итальянские ученые работающие в Ортопедическом институте Резоли также предоставляют программу NMSBUILDER 2.0 для построения скелетно — мышечной системы при использовании магнитно-резонансной томографии.

Компьютерное моделирование и динамическая 3D симуляция скелетно — мышечной системы возможны при использовании видеоанализа, динамометрических платформ и системы ЭМГ. В моделировании применяются алгоритмы инверсивной кинематики и динамики. В университете ЛЭТИ проводилось моделирование скелетно-мышечной системы. Задача заключалась в определении уровня нагрузки коленного сустава при ходьбе в различной ортопедической обуви.

Сбор данных проходил в клинико — биомеханической лаборатории Салфордского университета (University of Salford, UK). В исследовании приняли участие 15 мужчин в возрасте $25,3 \pm 2,73$ лет с массой тела $71,3 \pm 8,5$ кг, ростом $1,74 \pm 0,06$ м и размером стопы, соответствующим 8 размеру обуви по европейской системе. Кинематические данные регистрировались в трех плоскостях с помощью 16 высокоскоростных инфракрасных камер компании Qualisys (Sweden) OQUS 3+ с установленной частотой 100 Гц. Регистрация кинетических данных осуществлялась четырьмя силовыми платформами с частой измерения 1000 Гц (AMTI, model BP600400). В процессе биомеханических исследований тестировались 5 пар обуви с разной высотой каблука (1,5 см, 2,5 см, 3,5 см, 4,5 см и 5,5 см). Данные обрабатывались в программном пакете Visual3D (C-Motion, USA) и OpenSim (Stanford).

Результаты 3D динамического моделирования показали значительное увеличение мышечной силы, проходящей через сгибаемые сухожилия колена, с уменьшением высоты каблука. Для высоты каблука 1,5 см (высота зоны переката обуви составляет 3,5 см) максимальная сгибаемая сила составляла 2074,4 (Н), а для высоты каблука 5,5 см - 1710,8 (Н). Суммарная площадь графика кривой прохождения силы через сгибаемые сухожилия коленного сустава во время полного переката стопы для 1,5 см каблука была увеличена на 28,8% по сравнению с каблук 5,5 см.

Исследование управления бицепсом при удержании груза

Антонец В. А.^{1,2}, Харитонов А. А.²

¹*Нижний Новгород, Институт прикладной физики РАН*

²*Нижний Новгород, Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н. И. Лобачевского*

Одним из естественных подходов при изучении произвольных микроколебаний конечности является статистический анализ случайного включения двигательных единиц, способных развивать силу в диапазоне некоторого среднего значения, и изучение кластеров таких единиц как вероятностного метрического пространства. Основой для такого подхода являются известные морфологические данные о мышце как о совокупности двигательных единиц, о зависимости развиваемой ими силы, о номере в порядке их рекрутирования и т.д. Проведённый анализ данных, полученных в результате обновлённых (по сравнению с результатами 1996г. при изучении микроколебаний мышц предплечья) экспериментов по удержанию груза с использованием методов беспроводной миографии и методов реконструкции псевдоаттракторов динамических систем по временным рядам, с большей степенью точности и общности подтвердил невозможность заключения, что микроколебания конечности имеют характер квазипериодических автоколебаний (что вступает в противоречие со многими моделями, ассоциирующимися с «высокоуровневыми» механизмами управления и поддерживающимися автоколебательным режимом, и моделями, связанными с анализом нелинейности механохимических взаимодействий в мышцах). Рассмотрение «низкоуровневых» моделей мышечного тремора как фундаментальных, в основе которых лежит представление его как флуктуации силы, позволяет взглянуть на проблему иначе с точки зрения возможных выводов: учитывая рост максимально развиваемой силы при росте числа вовлечённых двигательных единиц, и считая тремор конечности формой реакции на меняющуюся величину нагрузки, полученная степенная зависимость амплитуды развиваемой силы от массы нагрузки довольно точно аппроксимируется степенным законом (показатель ≤ 1 , причём для каждого испытуемого он одинаков, как при использовании подвесов разной жёсткости, так и при дискретном и непрерывном характере увеличения/уменьшения веса нагрузки), что качественно совпадает с результатами значительного ряда психофизических экспериментов, отражающих, что субъективное восприятие зависит от интенсивности раздражителя как степенная функция (модифицированный закон Вебера—Фехнера); с физической точки зрения это может косвенно свидетельствовать о тождественной динамике управления в сенсорных системах в соответствующих временных диапазонах, и о возможности построения количественных шкал ощущения (вес) на основании характера и величины ошибок при управлении объектом (удержание груза).

Математическое моделирование механоэлектрических обратных связей в кардиомиоците человека

Балакина-Викуллова Н. А.^{1,2}, Сульман Т. Б.¹, Соловьева О. Э.^{1,2},
Кацнельсон Л. Б.^{1,2}

¹Екатеринбург, Институт иммунологии и физиологии УрО РАН

²Екатеринбург, Уральский федеральный университет

Возможности экспериментальных исследований электромеханической функции миокарда человека весьма ограничены. Математические модели позволяют интегрировать имеющиеся разрозненные экспериментальные данные, полученные на здоровом и патологическом миокарде человека, в целостную картину, а также адаптировать данные, полученные на экспериментальных животных.

Активное механическое поведение сердечной мышцы регулируется кальциевой активацией кардиомиоцитов, которая тесно связана прямыми и обратными связями с их электрической активностью. Специфическое изменение электрического потенциала на мембране клетки запускает процесс высвобождения кальция из внутриклеточных депо. Кальций, образуя комплексы с молекулами тропонина С (CaTnC), сдвигает тропомиозиновую нить, открывая на тонкой нити актина места прикрепления силогенерирующих миозиновых поперечных мостиков и запуская процесс сокращения сердечной мышцы. Расслабление мышцы происходит при уменьшении концентрации свободного кальция внутри клетки, которое также управляется изменениями мембранного потенциала. Экспериментально показано существование механоэлектрических обратных связей, когда механические события в кардиомиоцитах влияют на мембранный потенциал клеток.

Существует довольно много математических моделей, описывающих электрическую активность кардиомиоцита человека, однако гораздо меньше моделей описывают тонкую взаимосвязь электрических и механических событий в них. Мы построили две модели электромеханического поведения кардиомиоцита, используя в качестве электрофизиологического блока в одном случае модель TNNP (ten Tusscher & Panfilov, *Am J Physiol*, 2006) и в другом — модель ORd (O'Hara, Y. Rudy ea, *PLoS Comput Biol*, 2011). Модуль механической активности в объединённых моделях был построен ранее как компонент в электромеханической модели Екатеринбург-Оксфорд (Sulman ea, *Bull Math Biol*, 2008), разработанной для кардиомиоцитов лабораторных животных. Важной особенностью нашей модели является описание в ней механокальциевых взаимосвязей, учитывающих механизмы кооперативности регуляторных и сократительных белков, в частности влияния прикрепившихся поперечных мостиков на скорость распада комплексов CaTnC. Учёт в механической модели механизмов кооперативности позволяет воспроизвести ряд экспериментов, связанных с влиянием механических условий сокращения сердечной мышцы на кинетику кальция внутри клетки (например, феномен грузозависимого расслабления).

Электрофизиологическую и механическую подмодели в каждом случае мы соединяли через модуль описания кинетики кальция, который является неотъемлемой, но по-разному детализированной частью сопрягаемых моделей. В частности, модель TNNP не описывает кальций-связывающий белок тропонин С, а лишь

содержит упрощенное описание единого буфера внутри кардиомиоцита (при помощи квазистационарного алгебраического уравнения), который отражает в обобщённом виде все кальций-связывающие внутриклеточные лиганды. В механической подмодели отдельно описывается кинетика комплексов CaTnC и буферизация кальция другими лигандами, вследствие того, что кинетика CaTnC является ключевым механизмом активации сокращения миокарда. В то же время, кооперативные механизмы, которые определяют механокальциевую обратную связь и, следовательно, механоэлектрическую обратную связь, участвуют в кинетике комплексов CaTnC и поэтому учтены в дифференциальном уравнении, описывающем эту кинетику в механической модели. Это описание является главным связывающим элементом в интегративных моделях электромеханической активности для правильного воспроизведения механоэлектрических обратных связей. Таким образом, при объединении двух подмоделей мы использовали дифференциальное уравнение, описывающее кинетику CaTnC , и стремились сохранить качественные и количественные характеристики кальциевого перехода (т. е. изменения концентрации внутриклеточного кальция) в течение цикла «сокращение-расслабление», характерного для кардиомиоцитов человека.

В полученной объединённой модели E-TNNP мы сумели сохранить механокальциевые обратные связи, а именно, временной ход кальциевого перехода различался при различных режимах механической нагрузки на кардиомиоцит. Однако зависимость мембранного потенциала от изменения кальциевого перехода в таких условиях была невыраженной, что не соответствует экспериментальным наблюдениям. Анализ параметров модели показал, в модели TNNP ионный ток через натрий-кальциевый обменник, являющийся очень важным звеном для формирования механоэлектрических обратных связей в кардиомиоците, недостаточно чувствителен к изменениям концентрации внутриклеточного кальция. Усиление этого тока в рамках объединённой E-TNNP позволило получить хорошую зависимость мембранного потенциала от приложенного к клетке груза.

Сопряжение модели ORd с нашим механическим блоком потребовало решения аналогичных задач. Кроме того, при создании модели E-ORd возникли специфические проблемы, связанные с особенностями описания кальциевого насоса саркоплазматического ретикулума в модели ORd, который не справлялся с поглощением кальция, дополнительно сбрасываемого с тропонина C при реализации механокальциевой обратной связи в механической подмодели. Для решения проблемы потребовалось более тонкое описание этой обратной связи. Подробно это направление нашего исследования излагается в докладе Т. Б. Сульман и др.

Таким образом, результаты нашей работы показывают, что построение объединённых математических моделей является не просто технической задачей. В нашем случае, во-первых, пришлось модифицировать сопрягаемые подмодели в части описания кальциевого блока; во-вторых, понадобился подбор параметров подмоделей и добавление в объединённую модель новых прямых и обратных связей или модификация существующих.

Оценка механических параметров склеры по данным об изменении внутриглазного давления после интравитреальных инъекций

Бауэр С. М.¹, Воронкова Е. Б.¹, Котляр К. Е.²

¹Санкт-Петербург, Санкт-Петербургский государственный университет

²Аахен, Университет г. Аахен

В настоящее время почти все данные, характеризующие механические параметры склеры, получены экспериментально на образцах, выделенных из энуклеированных (мертвых) глаз. Развитие и химии, и медицины привело к тому, что в последнее время (особенно после 2010г.) как метод лечения многих офтальмологических заболеваний используются интравитреальные (внутрикамерные) инъекции, что приводит в первый момент к деформации внешней склеральной оболочки глаза и увеличению внутриглазного давления. Изучение этих деформаций может помочь оценить механические параметры склеры живого глаза. Имеются клинические данные, содержащие измеренное тонометром Шюотца давление до введения инъекций, ПЗО – длину передне – задней оси глаза, и толщину склеры. Отметим, что в настоящее время известно, что показатели тонометра Шюотца зависят в основном именно от свойств склеры, а не от свойств роговицы. Такие же данные получены в первые 30 секунд после введения инъекции. Представлены две математические модели, описывающие деформации склеральной оболочки после инъекции. В первой простейшей модели склеральная оболочка рассматривается как сферический изотропный слой, нагруженный начальным внутренним давлением. Изучается деформация и изменение объема внутри слоя. Если рассматривается линейная задача, то и деформация и в первом приближении изменение объема внутри оболочки пропорциональны величине P/E , где P – дополнительное давление, прикладываемое к внутренней поверхности оболочки, а E – тангенциальный модуль упругости склеры. В случае, когда полученное изменение объема совпадает с объемом введенной инъекции, зная клинические данные о давлении после инъекции, по разности ВГД до и после инъекции, можно получить величину модуля упругости.

Известно, что склера ближе к трансверсально – изотропной оболочке (модуль упругости в направлении толщины оболочки много меньше, чем тангенциальные модули упругости), также известно, что после введения инъекций наблюдается в первый момент существенное изменение толщины слоя. В связи с этим во второй модели рассматривается трансверсально-изотропный слой склеры. Вводятся две безразмерные величины P/E (где E – тангенциальный модуль упругости), и E/E' , где E' – модуль упругости в направлении толщины оболочки. По двум соотношениям, описывающим изменение объема (или радиальное перемещение) и изменение толщины оболочки, решается обратная задача – определяются величины P/E и E/E' , а значит, по изменению ВГД в этом случае оцениваются модули упругости E, E' .

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 18-01-00832а).

О целенаправленном движении руки человека для построения копирующего управления антропоморфным роботом

Белоусова М. Д., Чертополохов В. А., Кручинина А. П.

Москва, Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова

Роботы антропоморфного типа интенсивно разрабатываются в качестве замены человека при выполнении различных задач. Они применимы при работах в космосе, в условиях задымления, при пожарах, в условиях радиоактивного загрязнения и других опасных для человека ситуациях. Также роботы находят применение в производстве, например, выполняют работы по сборке. Появляются роботы и в повседневной жизни людей, где уже используются в качестве курьеров и «умных» помощников-навигаторов.

Антропоморфные роботы разрабатываются для последующей установки на Международной космической станции для осуществления внекорабельной деятельности. Особенность таких роботов заключается в том, что они должны использовать те же инструменты, что и космонавты. Управление роботами обычно предполагается осуществлять в копирующем режиме путем воспроизведения снимаемых движений человека, например, полученных при отработке всех необходимых манипуляций в виртуальной локации с реализованными имитационной моделью антропоморфного робота и среды. Манипуляторы повторяют записанные движения рук оператора. Однако, в точности воспроизводить движения человека не всегда представляется возможным. Поэтому предлагается вариант построения управления манипуляторами таким образом, чтобы движения производились поэтапно.

Любую траекторию движения манипулятора робота можно разделить на участки целенаправленного движения, каждый из которых состоит из трёх этапов:

1. Выведение манипулятора в начальное положение.
2. Стабилизация движения в окрестности программной траектории, полученной из записей движения руки человека.
3. Коррекция наведения на цель при помощи дополнительных датчиков, расположенных на роботе.

В докладе рассматриваются целенаправленное движение руки человека и алгоритмы построения копирующего управления манипулятором. Для упрощения построения математической модели манипулятора и алгоритмов управления сформулирована гипотеза о плоском целенаправленном движении: целенаправленное движение руки человека будет мало отличаться от плоского, если существует такая плоскость, от которой мало отклонены положения руки человека в начальный и конечный моменты времени. В докладе также приведены результаты проведённого экспериментального исследования, подтверждающие гипотезу.

Исследование поддержано грантом РФФИ 16-01-00683.

Об акустическом методе идентификации характеристик биологических тканей

Богачев И. В., Ватульян А. О.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет

В биомеханике в настоящее время активно развивается раздел, изучающий механические свойства органов, в рамках которого особое внимание уделяется моделированию биологических тканей как неоднородных сред сложной структуры и акустическим методам идентификации их свойств. При этом в медицине особое место занимают задачи мониторинга физиологического состояния тканей и органов, что позволяет на ранних этапах прогнозировать возникновение и развитие различных заболеваний и патологий, а также контролировать этапы восстановления поврежденных тканей.

К наиболее распространенным акустическим методам диагностики относятся ультразвуковые методы. Диапазон их применения чрезвычайно широк: это и диагностические методы исследования (УЗИ) всех внутренних органов, сонография, ультрасонометрия остеопороза, диагностика обезвоживания организма, лечебные процедуры и др.

В настоящей работе рассмотрено несколько подходов к определению свойств различных биологических тканей (твердых и мягких) на основе акустического метода. Обобщены полученные ранее и представлены новые результаты моделирования различных объектов и способы решения обратных задач идентификации их механических характеристик:

1. Диагностика стадии заживления остеосинтеза костной ткани путем определения модуля упругости и динамического модуля в месте перелома в рамках упругой и вязкоупругой моделей. Рассмотрены два варианта моделирования — без устройств фиксации и при наличии прикрепленной к кости титановой пластины.
2. Определение свойств кожного покрова с помощью модели трехслойного вязкоупругого материала, характеристики слоев которого соответствуют подкожному жиру, дерме и эпидермису.
3. Идентификация свойств решетчатой пластинки склеры глаза как существенно неоднородной структуры, ослабленной большим числом отверстий, через которые проходят пучки зрительного нерва, подверженной большим деформациям из-за разности внутричерепного и внутриглазного давления.
4. Определение параметров, характеризующих податливость упругого закрепления пластины переменной жесткости, моделирующей решетчатую пластину склеры, при известных данных о прогибе.

Результаты вычислительных экспериментов, полученные при решении описанных задач, свидетельствуют о высокой степени эффективности использования акустического метода при решении обратных задач идентификации неоднородных механических характеристик биологических тканей.

Моделирование установки ацетабулярного компонента эндопротеза при деградации костной ткани

**Большаков П. В.¹, Пряжевский Р. Д.², Мазуренко А. В.³,
Коноплев Ю. Г.¹**

¹*Казань, Казанский федеральный университет*

²*Москва, Московский авиационный институт (национальный
исследовательский университет)*

³*Санкт-Петербург, Российский научно-исследовательский институт
травматологии и ортопедии им. Р. Р. Вредена Минздрава России*

В настоящее время ведётся дискуссия по поводу тактики эндопротезирования тазобедренного сустава (ТБС) при тяжёлых дисплазиях вертлужной впадины. Остаются актуальными вопросы об уровне установки вертлужного компонента. В настоящее время существует значительный арсенал методов и их комбинаций, но несмотря на это, на сегодняшний день отсутствует оптимальная тактика при эндопротезировании тазобедренного сустава у пациентов с диспластическим коксартрозом и указывает на настоятельную необходимость поиска современных решений. Современные методы математического моделирования позволяют производить расчеты биомеханического поведения сустава как трехмерного тела.

Целью настоящего исследования является определение критической величины недопокрытия ацетабулярного компонента, при наличии локальной области деградации костной ткани в ТБС. Для этого была разработана численная реализация контактного взаимодействия для конечно-элементной модели (МКЭ), были проведены численные исследования влияния места и площади локального дефекта ТБС на несущую способность имплантата и определение критической силы при различной степени недопокрытия. Для параметризации степени деградации была введена сферическая система координат, связанная с вертлужным компонентом, площадь дефекта оценивалась в долях, отнесенных к поверхности вертлужной впадины. Численные исследования выполнены с помощью МКЭ в пакете Ansys. Степень дисплазии оценивалась на основе оригинального способа интраоперационного измерения площади недопокрытия вертлужного компонента. Были проведены расчеты для чашек диаметром 52, 54 и 56 мм. с учетом влияния контактного взаимодействия. Численный алгоритм реализации контактного взаимодействия основан на итерационном процессе определения зоны контакта. На основе результатов численных расчетов был изучен механизм потери несущей способности ацетабулярного компонента, получены зависимости величины критической реакции в суставе от величины недопокрытия. Под критической величиной суставной реакции понималась наименьшая сила, при которой происходит потеря несущей способности, отождествляемая с появлением относительного скольжения в области контакта. Для верификации полученных результатов был проведен расчет для ТБС конкретного пациента. По данным компьютерной томографии была построена индивидуальная МКЭ модель и проведены расчеты, которые сравнивались с модельными расчетами.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 17-31-50068.

Оптимизация ферменного эндопротеза длинных костей

Большаков П. В., Кашапова Р. М.

Казань, Казанский федеральный университет

В настоящее время артропластика широко распространена в хирургии. В работе рассматривается конструирование ферменного эндопротеза для длинных костей. Форма конструкции должна позволять размещение костного материала, с целью ускорения заживления организма. В настоящей работе была выбрана геометрия с базовым элементом в виде гексагональной бипирамиды. Конструкция формируется из блоков, каждый из которых состоит из гексагональных бипирамид. Каждый блок характеризуется параметром λ , который есть отношение высоты бипирамиды к радиусу описанной окружности шестиугольника. Для определения сил, действующих на конструкцию были использованы математические модели, разработанные авторами. Первоначально было исследовано напряженно-деформированное состояние элементарного блока на изгиб и сжатие в зависимости от значения параметра λ . Сам эндопротез производится с помощью аддитивных технологий, свойства материала при этом после обработки схожи со свойствами стали РН 17-4, длина рабочего участка эндопротеза 40 мм., ширина – 6 мм., радиус сечений элементов 2 мм. Первоначально был спроектирован эндопротез с равномерным заполнением ячеек, то есть параметр λ у каждого блока был равен единице. Такая реализация не оптимальна, так как блоки нагружены не равномерно. Было решено реализовать алгоритм, позволяющий перестроить конструкцию в терминах параметра λ таким образом, чтобы конструкция была нагружена равномерно.

Реализация алгоритма оптимизации конструкции была сделана в программном комплексе Ansys, для упрощения вычислений, в виду симметрии, расчет производился для половины конструкции. Анализируя результат оптимизированного эндопротеза, можно отметить смещение концентрата напряжений и более распределённую нагруженность блоком эндопротеза. Максимальные напряжения по всей конструкции уменьшились на 50%. При аддитивном производстве эндопротеза было обнаружено положительное свойство конструкции – самоподдержка. Так даже при ошибках производства (не правильное определение места и количества поддержек) изделие начинает «самоподдерживаться». Описанная выше конструкция была реализована и были проведены клинические испытания на кроликах. У животного проводилась диссекция диафизарного участка бедренной кости, извлекаемый участок заменялся ферменным эндопротезом. Клинические испытания показали хорошую приживаемость материала и отличную скорость развития костной ткани. Форма эндопротеза позволяет внедрять вместе с конструкцией биологически активные материалы, способствующие скорости роста костной ткани.

Работа выполнена за счет средств субсидии, выделенной Казанскому федеральному университету для выполнения государственного задания в сфере научной деятельности (№ 17.9783.2017/8.9).

Влияние анизотропного распределения упругих свойств
и ударной вязкости на несущую способность бедренной кости
после хирургической резекции

Босяков С. М.¹, Алексеев Д. В.¹, Юркевич К. С.¹,
Зильбершмидт В. В.²

¹Минск, Белорусский государственный университет

²Loughborough, Loughborough University

Для формулировки клинических рекомендаций по предупреждению патологического перелома после хирургической резекции необходима оценка предельной нагрузки на кость при рутинной деятельности человека. Целью настоящего исследования является прогнозирование предельной нагрузки, эквивалентной действию собственного веса, на бедренную кость с учетом анизотропного распределения упругих свойств и ударной вязкости костной ткани. Для определения предельной нагрузки используется конечно-элементное моделирование.

Для каждого элемента костной ткани бедра задаются ортотропные упругие свойства в соответствии с анизотропным распределением упругих свойств по длине кости и в различных анатомических квадрантах. Оценка предельной нагрузки осуществлялась на основании расчета J -интегралов в области костного дефекта. Костный дефект располагался в средней трети бедренной кости в различных квадрантах поперечного сечения таким образом, что оставшийся фрагмент костной ткани располагался в переднем, наружном, заднем и внутреннем анатомических квадрантах. Нагрузка принималась предельной, если J -интеграл достигал критического значения.

Установлено, что анизотропное распределение ударной вязкости и механических свойств костной ткани может оказывать существенное влияние на значение предельной нагрузки на бедренную кость с пострезекционным дефектом. Достаточно существенно влияние анизотропии ударной вязкости на предельную нагрузку при локализации оставшегося после резекции фрагмента костной ткани в наружном квадранте. Усреднение ударной вязкости в поперечном сечении бедренной кости приводит к существенному уменьшению предельной нагрузки для этого варианта расположения костного дефекта. Опасные последствия может иметь усреднение ударной вязкости при оценке предельной нагрузки для случая расположения оставшегося фрагмента костной ткани в заднем квадранте. В этом случае величина предельной нагрузки оказывается завышенной после усреднения по сравнению с величиной нагрузки оцениваемой с учетом различных значений ударной вязкости для различных анатомических квадрантов. Таким образом, пренебрежение анизотропией ударной вязкости может привести к неверной оценке предельной нагрузки и к неверным рекомендациям по послеоперационной реабилитации пациента.

Работа выполнена в рамках международного гранта TAMER FP7-PEOPLE-2013-IRSES Marie Curie Action.

Численное моделирование в областях, близких к реальной анатомии

**Василевский Ю. В.^{1,2,3}, Гамилов Т. М.^{2,3}, Данилов А. А.^{1,2,3},
Петров И. Б.³, Прямоносов Р. А.¹, Симаков С. С.^{2,3}, Юрова А. С.²**

¹Москва, Институт вычислительной математики РАН

²Москва, Первый МГМУ им. И. М. Сеченова

³Долгопрудный, Московский физико-технический институт (государственный университет)

Разработка численных моделей физиологических процессов, учитывающих реальную анатомию человека, является серьезным междисциплинарным вызовом. Реальная анатомия востребована как в пациент-ориентированном моделировании, так и в моделях процессов, проходящих в реалистичных фантомах человека. Персонализированная трехмерная реконструкция анатомических структур пациента на основе медицинских изображений используется во многих медицинских приложениях. Математические модели используют пациент-ориентированные дискретные геометрические модели, которые, как правило, представлены анатомически корректными расчетными сетками. В докладе мы рассмотрим прикладной аспект таких сеток для трех задач: численная оценка фракционированного резерва кровотока для неинвазивной оценки гемодинамической значимости коронарных стенозов, моделирование электроимпедансной диагностики и электрокардиографии, ультразвуковая диагностика.

Работа поддержана грантом РФФ 14-31-00024.

- Vassilevski Yu., Danilov A., Gamilov T., Ivanov Yu., Pryamonosov R., Simakov S. Patient-specific anatomical models in human physiology // Russian J. Numer. Anal. Math. Modelling. 2015. V.30, No.3, 185-201
- Danilov A., Ivanov Yu., Pryamonosov R., Vassilevski Yu. Methods of graph network reconstruction in personalized medicine // Int. J. Numer. Meth. Biomed. Engng. 2016. V.32, No.8, e02754
- Beklemysheva K., Danilov A., Grigoriev G., Kazakov A., Kulberg N., Petrov I., Salamatova V., Vasyukov A., Vassilevski Yu. Transcranial ultrasound of cerebral vessels in silico: proof of concept // Russian J. Numer. Anal. Math. Modelling. 2016. V.31, No.5, 317-328
- URL: <http://dodo.inm.ras.ru/research/rsf-14-31-00024>

Численное моделирование электрического возбуждения в деформированном миокарде

Вассерман И. Н., Шардаков И. Н., Шестаков А. П., Глот И. О.
Пермь, Институт механики сплошных сред УрО РАН

Построена модель изменения внутриклеточной проводимости миокарда, при его деформации на основе анализа микроструктурной модели P. E. Hand, B. E. Griffith, C. S. Peskin (Bull. Math. Biol. (2009), 71(7)). Сердечная ткань рассматривалась, как периодическая решетка, где клетки являются прямоугольными призмами, заполненными изотропным электролитом, а проводимость щелевых соединений учитывалась через граничные условия на сторонах этих призм и считалась постоянной. С помощью метода гомогенизации в виде, предложенном в работе G. Richardson and S. J. Chapman. (SIAM Journal Appl. Math. (2011). 71(3)), значения проводимости аналитически выражены через размеры клетки, параметры периодичности решетки, электрические свойства миоплазмы и щелевых соединений. На основе этих соотношений построены зависимости проводимости ткани от ее деформации, где тензор, обратный тензору проводимости миокарда, может быть представлен, как сумма обратных приведенных тензоров проводимости миоплазмы и щелевых соединений.

Было проведено сравнение с моделью, предложенной в книге F. B. Sachse. Computational Cardiology. 2004. Показано, что обе модели могут быть хорошо согласованы при растяжении – сжатии в направлении волокна для удлинений, в интервале от 0.8 до 1.2. Для поперечной проводимости имеет место доминирование щелевых соединений, и миокард ведет себя как решетка резисторов.

Было рассмотрено распространение волны возбуждения в прямоугольной области при удлинении $\lambda = 1.4$ вдоль горизонтальной оси, соответствующей направлению волокна. Источник первоначального возбуждения расположен в середине правой стороны прямоугольной области. Задача решалась с помощью численного алгоритма, основанного на методе расщепления и его программной реализации на базе конечноэлементной библиотеки FEniCS. Результаты показывают, что влияние деформации оказывается сильно «разбавлено» внеклеточной проводимостью.

Был рассмотрен пример, иллюстрирующий более тонкие эффекты – возникновение областей деполаризации и гиперполяризации (виртуальные электроды) при точечном катодном возбуждении внеклеточной среды в двумерной прямоугольной области. Это явление имеет место в том случае, когда тензоры проводимости внутриклеточной и внеклеточной сред не подобны. Здесь влияние деформации оказывается более значительным.

Кроме того, деформация миокарда вызывает возникновение в нем дополнительных трансмембранных токов (активируемые деформацией ионные каналы). Рассмотрена возможность построения модели активации каналов при сложном деформировании.

Обратные задачи биомеханики

Ватульян А. О.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет

Задачи оптимального проектирования имплантов, совершенствования моделей операционного вмешательства и прогнозирования отдаленных его последствий не могут быть решены без оценки физических свойств тканей человека, таких как модули упругости, плотность, реологические параметры. При этом необходимо либо проводить эксперименты на мертвых тканях и получать некие оценочные данные, либо использовать возможности современных методов неинвазивной диагностики для конкретного пациента. При анализе результатов исследований для восстановления нескольких параметров чаще всего необходимо решать обратные задачи, в первую очередь коэффициентные и геометрические, в частности, по определению коэффициентов упругости и реологии.

В настоящем сообщении в основном анализируются обратные задачи, возникающие при акустическом и тепловом зондировании, при индентировании. Базовыми моделями для определения свойств костной ткани, кожи, мышечной ткани, тканей глаза являются модели цилиндров, слоистых структур и оболочек. Отметим класс моделей, в которых физические свойства можно считать постоянными, для них часто можно построить решение конкретной задачи аналитически, тогда для обратных задач по определению коэффициентов чаще всего реализуется процедура минимизации функционала невязки, причем для этого используются нейросетевые технологии и генетические алгоритмы. Для объектов, для которых неоднородностью пренебречь нельзя (например при зондировании тканей грудной клетки), ситуация более сложная, решение прямых задач в рамках сформулированных моделей теории упругости, вязкоупругости и пороупругости необходимо строить численно на основе МКЭ, а затем использовать итерационные схемы для нахождения искомых функций. Выделим два важных класса обратных задач в биомеханике растений. К первому относятся коэффициентные задачи по оценке модулей упругости деревьев таких пород, которые издавна активно используются при изготовлении музыкальных инструментов и связанная с эти проблема «резонансной древесины». В этой области за многие годы сформирован некоторый коэффициент резонансности, зависящий от модуля упругости и плотности дерева. Проблема оценки его для конкретного живого ствола непрост в связи с весьма сложной анизотропией и неоднородностью этого объекта, базируется в основном на акустические методы и далека от окончательного решения. Второй класс задач связан с определением коэффициентов роста (в основном для растений) — собственного роста и ростовых коэффициентов, которые можно считать постоянными модели на весьма ограниченном временном промежутке. Отметим, что ростовые коэффициенты характеризуют рост при наличии напряженного состояния объекта. Обратные задачи являются существенно нелинейными даже в предположении постоянства параметров во времени, использование более сложных, но приближенных к реальности ростовых моделей, требует анализа нелинейных начально-краевых задач.

Исследование функциональных свойств димеров тропомиозина

Герцен О. П.¹, Набиев С. Р.¹, Копылова Г. В.¹, Щепкин Д. В.¹,
Бершицкий С. Ю.¹, Матюшенко А. М.², Никитина Л. В.¹

¹Екатеринбург, Институт иммунологии и физиологии УрО РАН

²Москва, Институт биохимии им. А. Н. Баха РАН

Сократительные элементы мышцы состоят из двух типов параллельных нитей — толстых филаментов миозина и тонких филаментов F-актина. Важная роль в регуляции взаимодействия миозина с актином принадлежит тропомиозину (Трп). Трп — это фибриллярный белок массой около 64 кДа, молекула которого представляет собой димер закрученных вправо спиралей, которые образуют левозакрученную суперспираль. Это объясняется наличием непрерывающихся семичленных повторов в первичной структуре Трп. Каждая молекула Трп связывается с семью мономерами актина и одним тропониновым комплексом. Согласно современным представлениям о механизме регуляции мышечного сокращения в сердечной и скелетных мышцах, Трп способен перемещаться по поверхности актинового филамента, открывая и закрывая участки взаимодействия актина с головками молекул миозина.

Для Трп характерно наличие 4 генов, которые в результате альтернативного сплайсинга дают суммарно более 30 различных изоформ. В сердечной и скелетных мышцах присутствуют главным образом альфа- и бета-изоформы Трп, которые кодируются генами TRPM1 и TRPM2 соответственно. Альфа- и бета-изоформы Трп формируют альфа-альфа-гомодимер, бета-бета-гомодимер и альфа-бета-гетеродимер. Следует отметить, что альфа-альфа-гомодимер и альфа-бета-гетеродимер более стабильны, чем бета-бета-гомодимер, таким образом, большинство поперечнополосатых мышц млекопитающих содержат альфа-альфа-гомодимер и альфа-бета-гетеродимер Трп (Boussouf ea, JMRCM, 2007). Все изоформы содержат 284 аминокислотных остатка. При этом альфа-цепь Трп на 87% идентична бета-цепи Трп. Экспрессия изоформ Трп в мышце зависит от вида и возраста животного, также возможны изменения при патологиях. Сердечная мышца небольших млекопитающих содержит только альфа-альфа-гомодимеры Трп, тогда как в сердце крупных млекопитающих встречаются и альфа-бета-гетеродимеры Трп (Perry, J Muscle Res Cell Motil, 2001). Кроме того, в быстрых скелетных мышцах преобладает альфа-цепь Трп. При различных патологиях скелетных и сердечной мышц, в частности, при кардиомиопатии повышается экспрессия бета-цепей Трп, соответственно повышается содержание альфа-бета-гетеродимеров. На сегодняшний день достаточно хорошо исследованы функциональные свойства только альфа-гомодимера Трп, тогда как свойства гетеродимера практически не изучены.

Цель нашего исследования — сравнение механических и кинетических характеристик взаимодействия миозина с тонким филаментом, содержащим альфа-альфа- и бета-бета-гомодимеры, а также альфа-бета-гетеродимеры Трп на молекулярном уровне.

Мы проводили наше исследование с помощью метода лазерной оптической ловушки, позволяющей измерить кинетические и механические характеристики

взаимодействия одиночных молекул миозина с тонким филаментом. Метод оптической ловушки позволяет измерить такие характеристики, как размер одиночного шага молекулы миозина по смещению тонкого филамента, силу, развиваемую поперечными мостиками миозина, продолжительность взаимодействия миозина с тонким филаментом, содержащим альфа-альфа-гомономер бета-бета-гомономер и альфа-бета-гетеродимер Trp. а также изгибную жесткость этих филаментов (Nabiev ea, BJ, 2015).

Суть метода лазерной оптической ловушки в том, что между двумя полистироловыми шариками, удерживаемыми сфокусированными лазерными лучами натянут тонкий филамент (филаментарный актин, тропонин и одна из изоформ тропомиозина), с которым взаимодействуют молекулы миозина, расположенные в очень низкой концентрации на шарике большего диаметра, лежащего на поверхности проточной камеры (Finer ea, Nature, 1994). Взаимодействие происходит в результате приближения тонкого филамента к молекулам миозина.

Взаимодействие сократительных и регуляторных белков на уровне ансамблей молекул исследуется с помощью метода искусственной подвижной системы (ИПС, *in vitro motility assay*). Суть метода в том, что в проточную камеру, на поверхности которой локализованы молекулы миозина, заливается раствор, содержащий флюоресцентно окрашенные тонкие филаменты. При добавлении АТФ филаменты движутся по миозиновой поверхности. Мы проанализировали максимальную скорость движения тонкого филамента, состоящего из актина, тропонина и различных изоформ Trp.

В нашем исследовании с помощью метода искусственной подвижной системы было показано, что максимальная скорость движения тонкого филамента, содержащего альфа-альфа-, бета-бета-гомомеры и альфа-бета-гетеродимеры Trp была 7.2 ± 0.4 , 5.4 ± 0.4 , $5.6 \pm 0.4 \mu m \cdot s^{-1}$ соответственно.

Изгибная жёсткость для тех же изоформ Trp, измеренная методом лазерной оптической ловушки, составила 6.1 ± 0.8 , 5.0 ± 0.7 , $4.1 \pm 0.4 \times 10^{-26} N \cdot m^2$. Значение силы, развиваемой миозином, не различались для филаментов с разными изоформами Trp. Продолжительность актин-миозинового взаимодействия была выше для альфа-альфа-гомомера Trp. При этом значения данной характеристики для альфа-бета-гетеродимера и бета-бета-гомомера Trp значимо не отличались.

Таким образом, на основании вышеизложенных результатов можно сделать вывод, что снижение значения жесткости тонкого филамента с альфа-бета-гетеродимерами и бета-бета-гомомерами Trp по сравнению с альфа-альфа-гомомером, зависящее преимущественно от изменения жесткости Trp, может уменьшать величину кооперативной единицы (Shchepkin ea, JMRCM, 2017), которая в присутствии силы (*drag force*) в искусственной подвижной системе уменьшает скорость движения тонкого филамента, что и было обнаружено в наших экспериментах.

Исследование поддержано грантом РФФИ 16-04-00688.

Моделирование контактного виброиндентирования мягких тканей

Глушков Е. В., Глушкова Н. В., Виноградова К. Н., Варелджан М. В.

*Краснодар, Институт математики, механики и информатики,
Кубанский государственный университет*

В настоящее время в качестве одного из методов диагностики и контроля состояния организма развивается метод мониторинга импедансных характеристик живой органической ткани, снимаемых при широкополосном вибровоздействии на ее поверхность (динамическое индентирование). Его разработка и применение требует тщательного изучения закономерностей взаимодействия диагностического виброиндентора (активного пьезосенсора) со слоем мягкой ткани, прикреплённым к костному основанию. С математической точки зрения здесь возникает динамическая контактная задача для вязкоупругого слоя со сложными физико-механическими свойствами. В частности, живая ткань характеризуется очень низкой скоростью распространения поперечных волн (2-7 м/с), коэффициент Пуассона которой отличается от 0.5 только в шестом знаке. Её упругие свойства близки к свойствам акустической жидкости, не поддерживающей распространение поперечных волн.

Однако, как показало сопоставление с экспериментальными данными, моделирование волноводных свойств живой ткани акустической средой приводит к качественно неверным результатам как для частотного спектра динамической реакции слоя, так и для количества отдаваемой индентором волновой энергии и ее распределения между возбуждаемыми бегущими волнами. В то же время, переход к упругой модели с пограничным значением коэффициента Пуассона 0.499997 устраняет качественное несоответствие теории и эксперимента, но усложняет построение решения для такого предельного состояния упругих свойств. Кроме того, к факторам, усложняющим математическое моделирование, относится многослойность реальных тканей (кожный и подкожный слои, мягкая и костная ткань и др.), наличие микроструктуры и т.п.

Дается описание разработанной математической модели и реализующей ее малозатратной компьютерной модели для расчета динамической реакции и амплитудно-частотных характеристик возбуждаемых волн, базирующейся на сведении контактной задачи к интегральному уравнению и его решению методом бесконечных систем. Контроль достоверности результатов проводился на основе сопоставления с результатами конечно-элементного моделирования, полученными с помощью коммерческого пакета Comsol, а также с данными экспериментальных измерений. Обсуждаются результаты численного анализа импедансных и волноводных характеристик.

Работа поддержана РФФИ и Администрацией Краснодарского края, проект № 16-41-230769.

Биомеханическое моделирование поведения трабекулярной костной ткани в ветви нижней челюсти человека под нагрузкой

Гороженинова Т. Н., Киченко А. А.

Пермь, Пермский национальный исследовательский политехнический университет

В течение жизни форма и структура нижней челюсти человека претерпевает значительные изменения, что во многом обусловлено влиянием на нее возрастающей с момента рождения нагрузки: изначально под давлением процесса сосания, а с прорезыванием зубов — акта жевания (Тверье В.М., Симановская Е.Ю., Няшин Ю.И., Киченко А.А. Биомеханический анализ развития и функционирования зубочелюстной системы человека. Российский журнал биомеханики, 2007, Т. 11, № 4. С. 84-104). По мере роста, структура внутреннего пористого слоя кости (трабекулярная костная ткань) изменяется в соответствии с возникающим напряженным состоянием. Экспериментально показано, что структурные единицы трабекулярной кости — трабекулы, выстраиваются вдоль линий главных напряжений, то есть вдоль главных направлений тензора напряжений и образуют арочную архитектуру в ветви нижней челюсти. Данное утверждение согласуется с законом Вольфа, который говорит о том, что структура трабекулярной кости структурно приспосабливается к местному напряженному состоянию.

Помимо роста, такие факторы, как например возникающие патологии, приводят к изменению давления, и, следовательно, перестройке костной ткани. Стронники феноменологической теории роста связывают структуру костной ткани с напряженно-деформированным состоянием посредством кинетических уравнений, включающих тензор структуры — величину, описывающую анизотропию рассматриваемого участка (Киченко А.А., Тверье В.М., Няшин Ю.И., Осипенко М.А., Лохов В.А. О приложении теории перестройки трабекулярной костной ткани. Российский журнал биомеханики, 2012, Т. 16, № 4, С. 36-52). Решение задачи с использованием таких соотношений в трехмерной постановке достаточно сложно из-за большого количества обрабатываемых данных и подробно рассмотрено только для случая перестройки бесконечно малого объема, вызванной сжимающей нагрузкой растяжения и изгиба консоли в состоянии гомеостаза (Гороженинова Т.Н., Киченко А.А. Решение задачи о перестройке трабекулярной костной ткани в конечно — элементарном пакете ANSYS. Тезисы доклада XII Всероссийской конференции Биомеханика 2016, Пермь, 2016, С. 36-37). Заложенная природой симметрия в теле человека позволяет перейти от 3D к 2D постановке и рассмотреть перестройку нижней челюсти в сагиттальной плоскости.

Идея управления биомеханическим давлением позволяет персонафицировать подход к лечению патологий, связанных с нарушениями функционирования костей в которых преобладает трабекулярная ткань. Реализуемая методика, в том числе может помочь стоматологам при коррекции прикуса, тем самым снизить количество повторных обращений пациента.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант 15-01-04884-а).

Моделирование контактного взаимодействия мягких тканей с медицинским инструментом

Горячева И. Г.¹, Яковенко А. А.²

¹Москва, Институт проблем механики им. А. Ю. Ишлунского РАН

²Долгопрудный, Московский физико-технический институт (государственный университет)

Захватывающие медицинские инструменты (зажимы) используются для временного сдавливания биологических тканей с целью остановки кровотечения, перекрытия просвета полых органов или для фиксации тканей и органов. Основное требование для этих инструментов — прочное удерживание тканей без их серьезного повреждения. Для этого они имеют рабочие кремальеры и губки, которые, в зависимости от области применения, имеют различные профили и отличаются размерами. Воздействие инструмента на биологическую ткань будет зависеть от свойств ткани, приложенных нагрузок, а также механических характеристик и формы рельефа поверхности инструмента. С целью оценки напряженного состояния в контакте зажимного устройства с модельной биологической тканью в данном исследовании строятся аналитические решения ряда контактных задач о взаимодействии штампа, имеющего на своей контактирующей поверхности определенный рельеф, с однородным упругим полупространством.

Изучено контактное взаимодействие зажимного инструмента, имеющего на контактирующей поверхности заданное ограниченное число выступов, с биологической тканью, для описания механических свойств которой используется модель линейно упругого материала. Рассмотрены разные формы выступов на поверхности зажима: полусферические, равномерно расположенные внутри прямоугольной области, соответствующей форме рассматриваемого инструмента, и выступы в виде вытянутых узких штампов прямоугольной формы в плане. Разработана модель для исследования распределения усилий между выступами зажима с учетом их взаимного влияния, а также для анализа зависимости приложенной к зажиму силы от его внедрения при разных формах и расположениях выступов. Получены аналитические зависимости силы и максимальных контактных давлений от величины внедрения инструмента в биологическую ткань. На основании проведенного анализа установлено, что нагрузка на выступы распределена неравномерно, и степень неравномерности зависит от расстояния между выступами и положения выступа в системе. Предложен алгоритм расчета распределения выступов по высоте, обеспечивающего их равномерную нагруженность. Обсуждается также влияние на исследуемые характеристики сил адгезионного притяжения вблизи областей контактного взаимодействия, наличие которых обусловлено существованием тонких пленок жидкости на поверхности мягких тканей. На основании полученных зависимостей даны рекомендации относительно расположения выступов на поверхности инструмента и их геометрических размеров с целью обеспечения равной нагруженности областей фактического контакта, а также уменьшения общей прикладываемой силы для обеспечения нужной величины внедрения и контролируемого захвата ткани.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант 16-58-52033).

Многоугольная безлинзовая микроскопия сил натяжения с установлением колокализации эффектов внешних полей как метод анализа механизмов нейроморфогенеза

Градов О. В.

Москва, Институт энергетических проблем химической физики РАН

Существенную проблему для анализа механизмов морфогенеза клеток и тканей, в частности — нейроморфогенеза, представляет невозможность вместе с морфологией анализировать, визуализировать и численно сопоставлять с наблюдаемой картиной данные о силах поверхностного натяжения, векторных или тензорных полях, градиенте роста и превалирующего распространения тех или иных структур в процессе морфогенеза, направленности его в пространстве относительно точек таксиса (хемотаксиса, гальванотаксиса и т.д.). Отсутствие компаративных данных по морфологии и «механике развития» физических предпосылок и индикаторов, управляющих морфогенезом, при наличии феноменологических результатов, свидетельствующих о распространении морфогенеза в тех или иных трендах, превращает процедуру анализа данных о морфогенезе в оценку. Прогресс, определяемый в количественном исследовании глубинным анализом данных, может быть получен, с позиций анализа механизмов как связей «консеквент-антецедент», взаимным наложением на морфологии объекта карт факторов и индикаторов (дескрипторов) морфогенеза с установлением первичности и вторичности тех или иных — в том числе производных — величин и их фитированием к модели эффектов, в рамках которых они могут действовать в рамках биологической структуры. В настоящее время, когда мы можем картировать и реконструировать не только морфологию объекта, но и морфологию физических полей в нём (Gradov O.V., Jablovok A.G. // *Journal of Biomedical Technologies.* – 2016. – No. 2.), не представляет труда подойти к решению этой проблемы с позиций измерений колокализации между данными физическими полями и типами морфогенезов структур, индуцируемыми в их присутствии. В частности, силовым линиям в картах электромагнитных полей на слайсах мозга, в культурах нервной ткани (см. [Нотченко А.В., Градов О.В., Бережная Л.А. // *Физ. жив.* – 2012. – Т. 20, № 1-2. — С. 9–29]), визуализируемых в векторной форме, как в технологиях PIV, можно сопоставить направления роста отростков (аксонов или дендритов), что позволяет верифицировать концепции гальванотаксиса и магнитного управления морфогенезом нервных клеток.

Возможно несколько подходов к анализу сил нейроморфогенеза, поля внешних эффектов и колокализационной суперпозиции указанных данных на проективной карте: 1) визуализация для компаративно-морфологического анализа колокализации электрических / магнитных полей и результатов морфогенеза, в частности — с вычислением их силовых линий и наложением на изображения / видео клеток; 2) технологии на основе принципов фотоупругости, на базе контактно-адгезивных оптически-чувствительных покрытий с свойствами преобразователей, в частности, в методах магнитофотоупругости, фотоупругости и радиационной фотоупругости, термо-/крио- фотоупругости, фотовязкоупругости, фотополюсности, фотопластичности (возможно в MEMS исполнении на чипе с указанным детектированием вместо рентгенографии по Катцу [Градов О.В. // *Вестник новых*

медицинских технологий. — 2015. — Т. 22, № 3. — С. 153–160.]); 3) исходя из частного случая проблемы Плато и минимальных поверхностей, интерпретируя просто организованные неспециализированные сферические клетки, особо – клетки-предшественники (стволовые [Gradov O. V., Jablovkov A. G. // Cellular Therapy and Transplantation. — 2017. — Vol. 6 (3). — P. 41–42; Градов О. В., Яблоков А. Г. // Гены и клетки. — 2017. — Т. 12. — No. 3. — С. 74]) как энергетически – выгодные (максимальный объём при минимальной площади), анализировать переход от стромальной стволовой клетки к нейробласту, уже начинающему ориентировочный морфогенез в пространстве, но не имеющему ещё системы отростков, приводящих в итоге к позиционированию в обучающей его среде, и формированию коннектома из клеток заданной ориентации отростков – т.е. аксонов и дендритов, визуализируемых на диаграммах направленности сетей ([Gradov O. V. et al. // Optics. — 2015. — Vol. 4, No. 6. — P. 37–42; Gradov O. V., Adamovich E. D. // Journal of Biomedical Technologies. — 2017. — no. 1. — P. 25–29.]) как отход от сферической симметрии и, как следствие, – нарушение статической биомеханической оптимальности по теории оптимальности Розена; 4) можно оценивать комплексные, с позиций сопряжения различных факторов, действующих на морфогенез, поля воздействия как искажающие «сетку д'Арсси-Томпсона» / натяжение мембран и клеточных поверхностей вепольные агенты, в силу чего – визуализировать / анализировать не форму конуретных морфологических искажений, но форму взаимодействий, причём не только взаимодействий отдельных агентов с теми или иными типами клеток, но и взаимных воздействий полей друг на друга (в средах, имеющих фотоиндуцированные реакционно-диффузионные явления, сопутствующие морфогенезу и биомеханической пропации клеток в средах заданного состава [Gradoff O. // International Journal of Biophysics. — 2012. — Vol. 2, no. 3. — P. 26–39]; в средах, где электрическое или магнитное поле не только воздействует на клетки, но и поляризует среду – в рамках эффектов, о которых известно из электрореологии / магнитореологии; в-пятых, поля натяжений возможно, в том числе, в рамках фотоупругостного подхода, анализировать методами контроля микроинъекций на клеточном уровне и микроманипуляционных измерений на чипе [Градов О.В. и др. // Морфология. — 2017. — Т. 11, № 4. — С. 7–17], если реализовать этот метод на интерферометре на чипе, что позволит путем визуализации изохром, изопах и др. изофот реконструировать «эпюры контурных напряжений» клеточных структур (как частично-упорядоченных сред, с интерпретацией в рамках soft matter physics) и определить, дифференциально анализируя интерферограммы (например – в рамках голографической интерферометрии на чипе) и муарограммы, векторы направленных изменений в нейроструктуре при её морфогенезе как микробиомеханической системы, а также колокализацию факторов действия, векторных репрезентаций физических полей и векторов изменений системы в рамках комплексного анализа действия этих полей под разными углами либо при разных диаграммах направленности и индикатрисах рассеяния.

Персонализация оценки напряженно-деформированного состояния нижней челюсти на базе данных КТ при разных схемах имплантации

Грибов Д. А.¹, Дашевский И. Н.¹, Олесова В. Н.²

¹Москва, Институт проблем механики им. А. Ю. Ишлгинского РАН

²Москва, Институт повышения квалификации ФМБА России

Проводилось компьютерное моделирование планирования ортопедической реабилитации пациента 1947 г.р. с установкой имплантатов на беззубую нижнюю челюсть. С целью оптимизации распределения функциональных напряжений в костной ткани вокруг имплантатов, а также в протезных конструкциях рассматривалось несколько схем имплантации: с 2, 4 и 6 имплантатами. Для персонализации диагностических данных использовалась конусно-лучевая компьютерная томография, выполненная на дентальном томографе Galileos (Sirona). Обработка снимков, создание трехмерной поверхностной модели и сетки с заданными физико-механическими свойствами костной ткани, проводились в программном комплексе Mimics. Полученная модель дополнялась имплантатами и передавалась в конечно-элементный комплекс ANSYS, где и проводились расчеты. Рассматривались имплантаты из титана и из диоксида циркония длиной 10-11 мм и диаметром 3.5 мм. Для съёмных протезов изучались схемы на балке с полулабиальной балочной фиксацией и с жестким замковым креплением к балке, у несъёмных протезов предусмотрены небольшие консоли. Рассматривались разные схемы нагружения, соответствующие центральной (откусывание) и односторонней (жевание) окклюзии. Центральная окклюзия моделировалась приложением вертикальных либо косых нагрузок к двум центральным имплантатам. Жевание моделировалось приложением аналогичных односторонних нагрузок в области премоляров. Рассматривались случаи полной (на интерфейсе имплантат–кость — полное сцепление) и неполной (скольжение или трение) остеоинтеграции. Зоны концентрации напряжений в кости во всех случаях возникали на вершинах и во впадинах резьбы, и особенно в окрестности шейки (платформы) имплантата. Микродвижения в случае полной остеоинтеграции отсутствовали, при неполной остеоинтеграции максимальные микродвижения возникали на первом (апексном) витке резьбы. Проведена сравнительная биомеханическая оценка разных схем имплантации и даны некоторые клинические рекомендации: 1) материал имплантатов и протезов (титан либо диоксид циркония) незначительно влияют на НДС костной ткани; 2) увеличение остеоинтеграции приводит к уменьшению концентрации как напряжений, так и перемещений; 3) косые нагрузки опаснее вертикальных, нагрузки в области бокового отдела искусственного зубного ряда опаснее, чем во фронтальном отделе; 4) сравнение разных схем имплантации показывает, что увеличение количества имплантатов несколько сглаживает концентрацию как напряжений, так и перемещений в костных тканях; несъёмные протезы на большем числе имплантатов биомеханически предпочтительнее в сравнении со съёмным протезом при протезировании полного отсутствия зубов.

Работа выполнена при частичной поддержке грантов РФФИ №17-08-01579 и №17-08-01312.

Оценка влияния микроморфологии кортикальной костной ткани на распространение трещины в случае одного остеона

Гулидова Е. А.¹, Босяков С. М.¹, Зильбершмидт В. В.²

¹Минск, Белорусский государственный университет

²Loughborough, Loughborough University

Структурная целостность костной ткани играет важную роль в повседневной деятельности человека. Для понимания механизма ее разрушения наиболее целесообразно является разработка адекватных численных моделей, позволяющих детально изучить причины возникновения переломов костей на различных иерархических уровнях кортикальной костной ткани, в частности на микромасштабном уровне, что обусловлено существенным влиянием микроструктурных особенностей костной ткани на поведение трещины. К таким особенностям на микроуровне следует отнести наличие плотно упакованных концентрических пластинчатых структур (остеонов), внедренных в интерстициальную матрицу и окружающих гаверсовы каналы, а также наличие цементной линии, являющейся интерфейсом между остеоном и матрицей. В настоящей работе представлены результаты конечно-элементного моделирования распространения единичной доминантной трещины в плоской области, содержащей интерстициальную матрицу с единичным остеоном, окруженным цементной линией.

Распространение трещины моделируется с использованием двумерных когезионных конечных элементов с четырьмя узлами и клиновидных когезионных элементов с шестью узлами. Длина начальной трещины на свободной границе области составляет приблизительно 46 мкм; положение начальной трещины задается случайным образом. На остальных границах плоской области заданы периодические граничные условия, согласовывающие перемещения узлов, расположенных на границах области. Такой подход позволяет использовать разработанную модель как репрезентативный элемент для кортикальной костной ткани на микромасштабном иерархическом уровне. Остеон и окружающая его цементная линия имеют форму эллипса произвольным образом ориентированного в интерстициальной матрице. Гаверсов канал является окружностью. Толщина цементной линии является постоянной величиной и составляет 5 мкм.

Проведен анализ влияния ориентации эллипса, определяющего расположение остеона и цементной линии, геометрических размеров остеона и гаверсова канала, а также материальных свойств остеона, цементной линии и интерстициальной матрицы на распространение трещины.

Работа выполнена в рамках международного гранта «Trans – Atlantic Micromechanics Evolving Research TAMER: Materials containing inhomogeneities of diverse physical properties, shapes and orientations» supported by FP7-PEOPLE-2013-IRSES Marie Curie Action «International Research Staff Exchange Scheme».

Исследование волновых процессов в мягких тканях в рамках модели поропругости

Гусаков Д. В.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет

Мягкие ткани живого организма имеют весьма сложное строение, представляя собой водонасыщенные упругие структуры. Отклик таких тканей на различные виды механических воздействий зависит от огромного количества факторов разной значимости. Одни из них незначительны, другие существенны и вносят ощутимый вклад в отклик на механические воздействия; их учет в модели необходим для правильного описания как контактного взаимодействия с индентором, так и при моделировании распространения волн. Одной из важных особенностей живых тканей является наличие внутритканевой жидкости, определенным образом распределенной внутри структуры большинства мягких биологических тканей. Учет ее наличия может позволить приблизить результаты теоретических расчетов к реально наблюдаемым особенностям деформирования ткани. Настоящая работа посвящена исследованию распространения волн в мягких тканях, вызванных колебаниями массивного тела–индентора, расположенного на свободной поверхности слоистой структуры, находящаяся в состоянии плоской деформации. Колебания описываются в рамках модели связанной поропругости, причем материал полосы считается неоднородным пористопругим, насыщенным жидкостью. Для моделирования пористопругой среды использована одна из вариаций модели Био, в которой определяющими переменными среды являются смещения твердого скелета и давление поровой жидкости. Поскольку большинство мягких тканей являются слоистыми анизотропными структурами, как, например, кожный покров человеческого тела, материал полосы считался трансверсально–изотропным. Для учета механических характеристик каждого из слоев считалось, что материал полосы является неоднородным по толщине. Такой подход позволил исследовать различные функциональные законы изменения механических характеристик, в том числе как кусочно–постоянные, что соответствует наличию нескольких слоев ткани с четким разделением свойств, так и гладкие, которые позволяют учесть переходные фазы между различными слоями. С помощью интегрального преобразования Фурье относительно контактного давления сформулировано интегральное уравнение с разностным ядром логарифмического типа в главной части. Решение его построено численно на основе идей метода граничного элемента и метода коллокаций. Проанализировано распределение напряжений в зоне контакта, определена структура волн. На основании предложенной модели проведена серия вычислительных экспериментов по расчету волновых полей и контактных напряжений, проанализировано влияние параметров среды Био на скорости распространения волн и величину контактных напряжений. Проведено сравнение результатов, полученных для упругой и пористопругой моделей.

Автор выражает благодарность за постановку задачи и внимание к работе научному руководителю проф., д. ф.-м.н. Ватульяну А. О.

Использование моделей связанной термоупругой диффузии
в технологических процессах изготовления
изделий биомедицинской техники

Давыдов С. А.¹, Земсков А. В.¹, Тарлаковский Д. В.²

¹Москва, Московский авиационный институт (национальный
исследовательский университет)

²Москва, Институт механики МГУ им. М. В. Ломоносова

Математическое моделирование современных и высокоинтенсивных технологических процессов требует учёта полной связанности различных взаимодействующих между собой механических, тепловых и многокомпонентных диффузионных полей. При реализации большинства из них также имеют место значительные деформации, мощные тепловые потоки, высокие скорости нагрева и переноса массы на поверхности материала. Для таких процессов возникает необходимость в учёте конечных скоростей распространения тепла и вещества в исследуемой среде. Введение ненулевых времён релаксации и учёт связанности полей позволяет создать более точную и устойчивую математическую модель для описания такого рода технологических процессов, используемых при изготовлении изделий биомедицинской техники, как цементация, ионная имплантация, диффузионная пайка, термоводородная обработка и т.д.

Рассматривается одномерная нестационарная задача термоупругой диффузии для однородного N — компонентного слоя, ограниченного поверхностями $x_1 = 0$ и $x_1 = L$ (x_1 — декартова координата), с учётом ненулевых времён релаксации. Физико-механические процессы в среде описываются локально-равновесной моделью связанной термоупругой диффузии (штрих обозначает производную по безразмерной пространственной переменной x , а точки — производные по безразмерному времени τ), включающей

– уравнения движения упругой среды, теплопереноса и массопереноса:

$$\begin{aligned} \ddot{u} &= u'' - b_u \theta' - \sum_{q=1}^N \alpha_q \eta'_q, \\ \dot{\theta} + \tau_T \ddot{\theta} &= k \theta'' - b_T (\dot{u}' + \tau_T \ddot{u}') - \sum_{q=1}^N \beta_q (\dot{\eta}_q + \tau_T \ddot{\eta}_q), \\ \dot{\eta}_q + \tau_{q\eta} \ddot{\eta}_q &= D_q \eta''_q - \Lambda_q u''' - M_q \theta'' \quad (q = \overline{1, N}); \end{aligned} \quad (1)$$

– граничные условия:

$$\begin{aligned} u|_{x=0} &= f_{11}(\tau), \quad \theta'|_{x=0} = f_{21}(\tau), \quad (\Lambda_q u'' + M_q \theta' - D_q \eta'_q)|_{x=0} = f_{31}(\tau), \\ u|_{x=1} &= f_{12}(\tau), \quad \theta'|_{x=1} = f_{22}(\tau), \quad (\Lambda_q u'' + M_q \theta' - D_q \eta'_q)|_{x=1} = f_{32}(\tau); \end{aligned} \quad (2)$$

– начальные условия:

$$u|_{\tau=0} = \dot{u}|_{\tau=0} = \theta|_{\tau=0} = \eta_q|_{\tau=0} = 0. \quad (3)$$

В (1) – (3) используются следующие безразмерные величины (при одинаковом начертании размерные величины обозначены звёздочкой):

$$\begin{aligned}
 x &= \frac{x_1}{L}, \quad u = \frac{u_1}{L}, \quad \tau = \frac{Ct}{L}, \quad C^2 = \frac{C_{1111}}{\rho}, \quad \alpha_q = \frac{\alpha_{11}^{(q)}}{C_{1111}}, \quad D_q = \frac{D_{11}^{(q)}}{CL}, \\
 \tau_T &= \frac{Ct_T}{L}, \quad \tau_{\eta q} = \frac{Ct_{\eta}^{(q)}}{L}, \quad \Lambda_q = \frac{m^{(q)}n_0^{(q)}D_{11}^{(q)}\alpha_{11}^{(q)}}{\rho RT_0 CL}, \quad M_q = \frac{n_0^{(q)}D_{11}^{(q)} \ln \left[n_0^{(q)}\gamma^{(q)} \right]}{CL}, \\
 \theta &= \frac{\theta^*}{T_0}, \quad \kappa = \frac{\kappa_{11}}{\rho c_0 LC}, \quad \beta_q = \frac{n_0^{(q)}R \ln \left[n_0^{(q)}\gamma^{(q)} \right]}{m^{(q)}c_0}, \quad b_u = \frac{b_{11}T_0}{C_{1111}}, \quad b_T = \frac{b_{11}}{\rho c_0}; \\
 f_{1k}(\tau) &= \frac{f_{1k}^*(t)}{L}, \quad f_{2k}(\tau) = \frac{Lf_{2k}^*(t)}{T_0}, \quad f_{q+2,k}(\tau) = \frac{f_{q+2,k}^*(t)}{n_{0q}C} \quad (k = 1, 2);
 \end{aligned}$$

где t – время; u_1 – компонента вектора перемещений; L – толщина слоя; q – номер компоненты вещества в составе N -компонентной среды; $\eta^{(q)} = n^{(q)} - n_0^{(q)}$ – приращение концентрации; $n_0^{(q)}$ и $n^{(q)}$ – начальная и актуальная концентрации; t_T – время тепловой релаксации; $t_{\eta}^{(q)}$ – время диффузионной релаксации; C_{1111} – упругая постоянная; ρ – плотность; b_{11} – температурная постоянная, характеризующая тепловые деформации; $\alpha_{11}^{(q)}$ – коэффициент, характеризующий объёмное изменение среды за счёт диффузии; $D_{11}^{(q)}$ – коэффициент самодиффузии; $m^{(q)}$ – молярная масса; R – универсальная газовая постоянная; $\theta^* = T - T_0$ – приращение температуры; T и T_0 – актуальная и начальная температуры; κ_{11} – коэффициент теплопроводности; $\gamma^{(q)}$ – коэффициент активации; c_0 – удельная теплоёмкость при постоянных концентрации и деформации.

Решение задачи ищется в интегральной форме, которая представляет собой свёртку по времени функций Грина с правыми частями граничных условий. Для нахождения функций Грина используются преобразование Лапласа по времени и разложение искомых функций в тригонометрические ряды Фурье. В таком случае трансформанты искомых функций являются рациональными относительно параметра преобразования Лапласа. В свою очередь, их оригиналы находятся с помощью известных теорем операционного исчисления. Выполнен тестовый расчёт.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 17-08-00663 А).

Влияние характеристик резьбы на первичную стабильность дентальных имплантатов

Дашевский И. Н., Шушпанников П. С.

Москва, Институт проблем механики им. А. Ю. Ишлунского РАН

Одним из ключевых факторов успеха дентальной имплантации является остеоинтеграция — срастание имплантата с костью. Чрезмерная микроподвижность на поверхности имплантат–кость при нагружении нарушает остеоинтеграцию. Возникает естественный вопрос: нельзя ли минимизировать микроподвижность за счет управления конструктивными характеристиками импланта, в частности, резьбы?

Влияние резьбы и условий на интерфейсе имплантат–кость на стабильность дентальных имплантатов изучалось в ряде публикаций. В настоящей работе упор сделан на изучении влияния характеристик резьбы на стабильность дентальных имплантатов при немедленном нагружении (первичную стабильность), когда остеоинтеграция еще не произошла и на интерфейсе имплантат–кость нет полного сцепления. На интерфейсе имплантат–кость задавалось условие скольжения, для кости значение модуля Юнга принималось равным 1 ГПа, а коэффициента Пуассона — равным 0.3. Расчеты проводились в ANSYS. Изменение профиля резьбы моделировалось вариацией угла наклона сторон профиля с последовательным переходом от треугольной через трапецевидную и квадратную резьбу к шиповой. С переходом от треугольника к шипу глобальная подвижность импланта меняется мало (доли процента), при этом максимумы локальных относительных смещений взаимных точек на интерфейсе имплантат–кость — а именно они влияют на остеоинтеграцию — могут меняться в разы. Минимумы максимальных перемещений на интерфейсе имплантат–кость получены для квадратного и шипового профилей. По-видимому, это обусловлено увеличением зацепления и соответственно стеснением движений на гранях резьбы. Численные значения для максимальных микродвижений на интерфейсе имплантат–кость составляют микроны, что соответствует данным других работ.

Влияние глубины и шага резьбы изучалось на квадратном профиле. Установлено, что увеличение глубины резьбы с 0.1 до 0.4 мм (как и уменьшение шага резьбы от 2.0 до 0.4 мм) приводит к уменьшению осадки импланта (глобальной подвижности) на 3–6 процентов и к значимому (кратному) монотонному падению перемещений на интерфейсе.

Т.о., профиль резьбы оказывает существенное влияние на микроподвижность на поверхности имплантат–кость при нагружении и при одинаковых значениях окклюзионной нагрузки и наблюдаемой макроподвижности зуба может менять микроподвижность в разы. Минимумы микроподвижности получены для квадратного и шипового профилей. Максимумы локальных относительных перемещений возникают на апексном витке резьбы.

Работа выполнена при частичной поддержке грантов РФФИ № 17-08-01579 и № 17-08-01312.

Анализ динамоплантограмм после устранения многокомпонентных деформаций стоп

Долганова Т. И., Шурова Е. Н., Долганов Д. В., Судницын А. С.
*Курган, РНЦ «Восстановительная травматология и ортопедия»
им. акад. Г. А. Илизарова МЗ России*

Тяжелые прогрессирующие деформации стоп наблюдаются при многих неврологических и системных заболеваниях и по данным ряда авторов достигают 3–5% от всех деформаций стопы. Восстановление опороспособности с помощью аппарата Илизарова является первым шагом в реабилитации врожденной и приобретенной патологии. Цель работы — провести количественный анализ динамоплантограмм у больных с многокомпонентными деформациями стоп до и после лечения их методом чрескостного остеосинтеза. Произведен анализ результатов лечения 53 больных с многокомпонентными деформациями стоп нейrogenной этиологии осложненными хроническим остеомиелитом, 17 детей 7–18 лет (21 стопа) с врожденной рецидивирующей косолапостью. В I группе — оперативное лечение включало два этапа: 1) ликвидацию остеомиелитического очага; 2) ортопедическую реконструкцию пораженного сегмента. Во II группе — дозированная коррекция деформации стопы и последующая фиксация достигнутого результата аппаратом Илизарова после вмешательств на мягких тканях (чрескожная ахилло-, планто-томия).

Опорные реакции стоп исследовали с помощью аппаратно — программного комплекса ДиаСлед-Скан (г. Санкт-Петербург, Россия). Оценивали парциальную нагрузку на различные отделы стопы с расчетом медио-латерального и передне-заднего коэффициентов опоры в статике и при ходьбе. Результаты. После лечения в 90.6% случаев был получен положительный результат лечения: стойкая ремиссия остеомиелитического процесса с устранением деформации, улучшение опороспособности конечности. По данным количественного анализа динамоплантограмм наблюдалось увеличение опороспособности оперированной конечности в статике и при ходьбе на 30–40% ($p < 0.05$). Было зарегистрировано изменение зоны локальной перегрузки на стопе за счет смещения нагрузки с вершины деформации (остеомиелитический очаг) медиально на интактную область свода стопы. Поскольку у данной группы больных преобладала варусная деформация установки стопы (64%), то медиальное смещение нагрузки расценивается как положительный результат лечения. После оперативного лечения врожденной рецидивирующей косолапости методом чрескостного остеосинтеза по Илизарову по данным динамоплантографии в статике передне-задний, медиально-латеральный коэффициенты стопы и расчетные показатели парциальной нагрузки на области сегмента соответствуют значениям нормы. При ходьбе у пациентов с рецидивом эквинусного компонента деформации стопы по данным подографии отмечается умеренная перегрузка переднего отдела (в среднем на 30%), а также у всех пациентов сохраняется сниженной (в среднем на 50%) нагрузка на первый палец стопы. Расчетные показатели динамоплантограммы можно рассматривать как дополнительные количественные критерии мышечного дисбаланса конечности при врожденной косолапости.

Построение твердотельных моделей артерий виллизиевого круга на основе DICOM-файлов в полуавтоматическом режиме

Доль А. В., Иванов Д. В.

Саратов, Саратовский национальный исследовательский государственный университет им. Н. Г. Чернышевского

Построение точных пациент-ориентированных моделей кровеносных сосудов является неотъемлемой частью биомеханического моделирования, направленного на исследование гемодинамики и прогнозирование возможных патологических процессов. Получить модель сосудов виллизиевого круга возможно на основе данных магнитно-резонансной или компьютерной томографии, однако стандартными средствами программ-просмотрщиков таких изображений возможно построение лишь поверхностных трехмерных моделей, непригодных для численного моделирования.

При конечно-элементном моделировании гемодинамики сосудов виллизиевого круга необходимо строить твердотельные модели, что требует, как правило, обработки томограмм в ручном режиме. Для оптимизации процесса обработки серии изображений была разработана программа, позволяющая автоматически определять контуры интересующего сосуда на срезе и строить кривую в формате, совместимом с системой автоматизированного проектирования (САПР) SolidWorks. Для обработки двумерных изображений и построения контуров объектов в данной работе применялись три различных алгоритма: автоматический метод, метод кривой по базовому цвету и метод рекурсивного двумерного фронтального роста. В результате работы каждого метода на выходе получалась кривая, представляющая собой контур объекта, изображенного на обрабатываемом срезе. Импортируя набор таких автоматически полученных кривых в САПР, можно встроенными инструментами восстанавливать твердотельную геометрию сосуда, не затрачивая сил и времени на обработку каждого среза вручную.

Показана работа программы на примере создания трехмерной полной модели сосудов виллизиевого круга. Применялся рекурсивный метод фронтального роста. На самом деле, для более сложно разнесенного в пространстве сосудистого русла необходим еще один этап — создание облака точек. В таком случае, метод рекурсивного фронтального роста был реализован в трехмерной постановке.

Метод рекурсивного двумерного фронтального роста оказывается наиболее предпочтительным из трех указанных выше, так как он не подвержен «защумлению» результатов, а также позволяет создавать контур именно того объекта, который задан пользователем, а не всех подобных объектов на изображении.

Существенным недостатком данного метода является то, что его практически невозможно использовать для построения трехмерных моделей сосудов в тех случаях, когда срез МРТ оказывается не перпендикулярным оси кровеносного сосуда. В таком случае даже при успешном построении ограничивающей кривой, невозможно создать твердотельную модель вытягиванием по сечениям. В этом случае, необходимо применять рекурсивный метод фронтального роста, который на выходе позволяет получить облако точек. Облако точек может быть покрыто треугольниками в автоматическом режиме, которые затем будут преобразованы в поверхность твердотельной трехмерной модели.

Дальнейшая работа по данному направлению будет осуществляться с целью разработки и реализации алгоритма триангуляции полученной модели облака точек. Здесь может быть применен модифицированный алгоритм шагающих кубов. На самом деле, алгоритм шагающих кубов разработан для триангуляции поверхностей. В нашем случае поверхность еще не создана, поэтому требуется модифицировать алгоритм, либо предварительно создавать поверхность при помощи метода поверхности Пуассона. Триангулированная поверхностная модель может быть преобразована в твердотельную, которую затем становится возможным использовать в численном конечно-элементном моделировании. Этап биомеханического моделирования, заключающийся в симуляции поведения сосудов до и после выполнения реконструктивного хирургического вмешательства, позволяет оценить варианты лечения при предоперационном планировании и выбрать среди рассмотренных вариантов наиболее рациональный для данного конкретного пациента.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 17-71-10191).

Разработка системы для реализации тактильной обратной связи при лапароскопических операциях

Досаев М. З.¹, Селюцкий Ю. Д.¹, Горячева И. Г.^{1,2},
Ju Ming-Shaung³, Yeh Chien-Hsien³

¹Москва, Институт механики МГУ им. М. В. Ломоносова

²Москва, Институт проблем механики им. А. Ю. Ишлинского РАН

³Tainan, National Cheng Kung University, Taiwan

Минимально инвазивная хирургия (MIS) — это новая технология, в которой хирург работает с меньшими разрезами размером около 10 мм. Благодаря уменьшению разрезов минимизируется травмирование тканей в ходе операций и ускоряется послеоперационное восстановление.

Во время открытых полостных операций хирурги используют тактильную обратную связь для определения различных характеристик ткани. В MIS, из-за отсутствия такой обратной связи, хирурги могут полагаться только на визуальное изображение внутренних полостей в режиме реального времени. В настоящее время создан ряд робототехнических комплексов, специально предназначенных для проведения таких операций. При работе с этими устройствами врач управляет лапароскопическими инструментами не напрямую, а опосредованно, с помощью органов управления типа джойстиков. Некоторые сосуды или нервы внутри органов невидимы. Без тактильного очувствления иногда бывает трудно принять правильные оперативные решения, и поэтому хирургические риски могут возрасти. С этим связана актуальность проблемы создания медицинской роботизированной системы, обеспечивающей определение характеристик тканей и предоставление врачу тактильной информации в ходе малоинвазивных хирургических вмешательств.

Для решения этой задачи необходимо, в частности, разработать систему сенсоров, собирающих тактильную информацию, разработать методику определения характеристик тканей на базе этих данных и передачи этой информации хирургу. Для этого требуется, в частности, создать модель контактного взаимодействия тканей с исполнительным элементом системы, определить характеристики такого контакта, а также разработать механизм передачи тактильной информации с исполнительного элемента инструмента на пальцы врача.

Весьма важным классом лапароскопических инструментов являются зажимы, предназначенные для работы с трубчатыми тканями (сосудами, кишечником и т. д.). Поверхность рабочей зоны у губок таких зажимов представляет собой ряд выступов различной геометрии, рассчитанной с целью повышения зацепляющих свойств зажима. На основании решения задач механики контактных взаимодействий определены интегральные характеристики контакта, в частности рассчитаны суммарный момент контактных усилий относительно конца штампа.

Эта информация используется для реализации тактильной обратной связи. Предложена идея такой системы, передающая ощущение локальной жесткости мягкой ткани, в которой для генерирования ответного усилия в мастер-манипуляторе применяется линейный пьезоэлектрический исполнительный механизм. Прототип устройства разработан и изготовлен, проведены предварительные эксперименты. Это устройство состоит из манипулятора (кнопки), блока управления и исполнительного элемента, который непосредственно взаимодействует с мягкой тканью и оснащен датчиком контактного усилия. Измеренное усилие с помощью пьезоэлектрического привода передается на кнопку, так что пользователь может ощущать «отклик» ткани, когда он усиливает или ослабляет нажим.

Для моделирования динамического поведения системы создана конечномерная математическая модель. Найдены параметры модели, которые позволяют адекватно описать движения пьезоэлектрического актуатора. Проведена серия экспериментов, в которых вместо ткани использовались пружины различной жесткости. Проведено исследование влияния трения в различных элементах устройства на его характеристики и точность передачи усилия. Определены диапазоны жесткости, в которых система позволяет различать жесткость пружины.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, грант 16-58-52033.

Биомеханическое моделирование хирургической реконструкции переходного пояснично–крестцового отдела позвоночника

Донник А. М.

Саратов, Саратовский национальный исследовательский государственный университет им. Н. Г. Чернышевского

Позвоночник — важная часть осевого скелета человека, который подвергается высоким нагрузкам, увеличивающимся при поднятии груза, прыжках, ударе. Действие больших ударных нагрузок приводит к переломам позвонков различной степени тяжести. По данным на 2017 год частота травм позвоночного столба в России достигает 60 человек на 100 000 населения. Наиболее подверженными травмам являются переходные отделы. К ним относятся грудопоясничный и

пояснично–крестцовый отделы позвоночника. Для лечения сложных травм используется хирургическое вмешательство, в силу невысокой эффективности консервативного лечения.

Для выбора оптимального выбора хирургического вмешательства применим метод биомеханического моделирования. Этот метод позволяет воссоздать индивидуальную трехмерную твердотельную модель исследуемого объекта и рассчитать напряженно-деформированное состояние с учетом прикладываемых нагрузок с помощью метода конечных элементов.

Рассматривается случай компрессионного перелома позвонка L5. Проведена компьютерная томография (КТ) и рентгенография в двух проекциях. Исследование КТ проводилось с шагом 0,5 мм. В результате получено 505 DICOM–файлов. На снимках рентгенографии определяется снижение тела поврежденного позвонка на 1/2. Для восстановления функциональности позвоночника требуется хирургическое вмешательство. Предполагается установка транспедикулярной фиксации (ТПФ) на уровне позвонков L4 и S1 с установкой кейджа на уровне поврежденного позвонка L5 и прилегающих межпозвонковых дисков L4–L5 и L5–S1.

По результатам КТ в программном продукте Mimics воссозданы твердотельные модели позвонков L2–S1. В системе автоматизированного программирования SolidWorks с помощью методов «Бобышка по траектории» и «Бобышка по сечениям» достроены межпозвонковые диски: L2–L3, L3–L4, L4–L5, L5–S1; фасеточные суставы: L2–L3, L3–L4, L4–L5, L5–S1; связки. Далее, проведено геометрическое моделирование варианта хирургической операции. Построенная твердотельная модель переходного пояснично–крестцового отдела позвоночника с установленной металлоконструкцией была загружена в конечно–элементный пакет ANSYS 18. Материалы моделируемых тканей считались линейно–упругими, изотропными, однородными. Для костной ткани, межпозвонковых дисков, фасеточных суставов, связок и титановых имплантатов механические свойства (Модуль Юнга, коэффициент Пуассона) заданы на основе литературных источников. Решена задача статики деформируемого твердого тела. В результате получены численные значения поля перемещений и поля напряжений эквивалентных по Мизесу.

Анализ полученных значений поля перемещений показал: перемещения в дугоотростчатых суставах зафиксированных позвонков не превышают 3 мм, что свидетельствует о стабильности установленной металлоконструкции. При анализе напряжений выявлено: наибольшие значения достигаются в зонах контактов системы «кость–металлоконструкция». Напряжения возрастают также в позвонках выше зоны фиксации, что может в дальнейшем способствовать прогрессированию роста развития дегенеративно–дистрофических изменений. В 80 % случаев это может привести к развитию синдрома смежного сегмента. Выбор варианта хирургического лечения обусловлен целью снижения развития дегенеративно–дистрофических изменений в позвонках, расположенных краниальнее верхнего зафиксированного.

Таким образом, биомеханическое моделирование хирургической реконструкции пояснично–крестцового отдела в предоперационном периоде позволит рассчитать НДС рассматриваемых сегментов позвоночника и подобрать оптимальный вариант хирургического вмешательства.

К определению ультразвуковыми методами ослабления адгезионных связей между твёрдыми тканями зуба и композитными цементами

Дорошенко О. В., Голуб М. В.

*Краснодар, Институт математики, механики и информатики,
Кубанский государственный университет*

Структура зуба состоит из твёрдой, жёсткой, прозрачной керамической оболочки наружной эмали, состоящей, в основном, из плотно упакованных кристаллов фосфата кальция, а также более мягкой и гибкой полимерно-кристаллической композитной структуры, известной как дентин. В естественном состоянии зубы представляют собой прочные структуры, способные выдерживать повторяющиеся нагрузки во время жевания. При этом они также подвергаются большому количеству внешних раздражителей, которые могут способствовать их частичной или полной деградации. Для усиления ослабленных зубов в практике стоматологии остается полное покрытие зуба коронкой. По некоторым оценкам, более 60% всех проведённых стоматологических процедур связано с повторной реставрацией зубов. За последнее десятилетие были введены новые реставрационные материалы и методы, например, биохимический метод восстановления с использованием композитных цементов. Адгезивная природа некоторых реставраций усиливает оставшуюся структуру зуба за счет увеличения жесткости и прочности на разрыв. Также имеются клинические данные, свидетельствующие о том, что композитные цементы могут способствовать долговечности керамических реставраций, уменьшая вероятность появления трещины в местах соединения реставраций и природных тканей зуба.

Для определения ослабления адгезионных связей ультразвуковыми методами построена математическая модель, описывающая распространение упругих волн через области с неидеальным контактом между твёрдыми тканями зуба и композитными цементами. При моделировании повреждённое соединение двух разнородных сред описывается вязкоупругим слоем, что эквивалентно применению граничных условий пружинного типа. С другой стороны, повреждённые зоны или области неидеального контакта представляются в виде распределения микротрещин. При решении задачи о распределении микротрещин используется интегральный подход, а для нахождения аналитического решения, то есть функции раскрытия трещин с учетом частотной составляющей, также используется асимптотическое представление матриц Грина для полупространств. Для ядра интегрального уравнения строится асимптотика с частотной зависимостью, что при предположении малости размера трещины относительно длины падающей волны позволяет получить хорошее совпадение между численным и аналитическим решениями не только на низких частотах. Исследуется зависимость нормальных и тангенциальных коэффициентов пружинной жесткости от частоты и формы микродефекта.

Работа выполнена при поддержке РФФИ и Администрации Краснодарского края (проект № 16-41-230352).

Биомеханический анализ начальной стадии ортодонтического лечения

Дубинин А. Л.¹, Няшин Ю. И.¹, Осипенко М. А.¹, Еловикова А. Н.²¹Пермь, Пермский национальный исследовательский политехнический университет²Пермь, Городская стоматологическая поликлиника № 2

Зубочелюстные аномалии являются распространенной проблемой. Исправление зубочелюстных аномалий заключается в перемещении зубов в «правильное положение» (соответствующее физиологическому прикусу) под действием ортодонтической нагрузки. Определяющий вопрос ортодонтии можно сформулировать следующим образом: «*Какую, куда и как необходимо приложить систему сил, чтобы зуб двигался в запланированном направлении?*».

В работе развит подход к исследованию начальной стадии движения зубов, т.е. в рамках костной лунки (до начала процессов перестройки костной ткани). Рассматривается элемент зубочелюстной системы, включающий в себя сам зуб и окружающую его связку — периодонт. Под действием ортодонтической нагрузки, которая осуществляется благодаря корректирующей конструкции, зуб совершает малое (мгновенное) перемещение. Построена биомеханическая модель перемещения зуба под действием системы сил. Зуб принимается за абсолютно твердое тело, сам периодонт принимается линейно-упругой средой. Кость в данную модель не входит, а учитывается лишь таким образом, что исключаются перемещения по внешней границе периодонта. Система сил прикладывается к коронке зуба. Считается, что ортодонтические силы малы (около 100 гс) и действуют продолжительное время. Для исследования перемещения зуба введено новое фундаментальное понятие «область сопротивления зуба», полученное путем обобщения известного понятия «центр сопротивления зуба» с сохранением его основных свойств. Понятие «область сопротивления зуба» может быть использовано в случаях, когда центра сопротивления не существует. Создана классификация ее видов, методика определения вида и положения области сопротивления в зависимости от геометрических и механических параметров системы «зуб–периодонт». Пользуясь данным понятием, можно определять точку приложения и направление системы ортодонтических сил. Поставлена задача определения оптимальной величины ортодонтической нагрузки, т.е. максимальной силы, в результате действия которой напряжения в тканях не превышают давления крови в периодонте. Сформулирован критерий оптимизации при ограничениях на напряжения в периодонте: разница между запланированным ортодонтом начальным перемещением зуба и рассчитываемым должна быть минимальной. Количественные значения нагрузки получены в ходе решения задачи на примерах, соответствующих клиническим случаям: диастема, экстрюзия, конвергенция зубов. Такие методы позволяют объективизировать эмпирические методы ортодонтии, а именно теоретически обосновать выбор оптимального варианта приложения ортодонтической нагрузки с количественной оценкой ее величины с учетом формы, положения, топографии зуба, т.е. сформулировать рекомендации по настройке и установке ортодонтического аппарата.

Работа поддержана грантом РФФИ №18-01-00589.

Особенности опорных реакций при выполнении низкого старта

Дышко Б. А.

Москва, ООО «Спорт Технологджи»

Знание биодинамики опорных взаимодействий дает возможность разработать и смоделировать режимы тренировочных воздействий, адекватных или превышающих значения биомеханических характеристик упражнения.

В исследованиях приняли участие 24 спортсменки, специализирующиеся в легкоатлетическом спринте квалификации от II разряда до МСМК. Испытуемые выполняли низкий старт с динамометрических колодок, жестко закрепленных на основании, и регистрирующих нормальную к поверхности колодки составляющую силу реакции опоры, отдельно для каждой ноги, по команде имитатора стартового выстрела на результат. Динамометрические стартовые колодки (ДСК), производство ВИСТИ, СССР, предназначены для измерения результирующей силы взаимодействия с опорой в плоскости, нормальной к рабочей поверхности колодок, используя три тензометрических датчика, установленных в рабочей поверхности ДСК.

Был проведен корреляционный анализ взаимосвязей исследуемых характеристик низкого старта, что позволило выявить влияние этих характеристик на быстроту изучаемых движений. Выявлена высокая взаимосвязь времени старта с полным временем выполнения стартового разгона на 6м ($r = 0.784$; $p < 0.05$), высокая взаимосвязь времени стартовой реакции и латентного периода времени стартовой реакции толчковой ноги с временем бега на 6м ($r = 0.933$; $p < 0.01$ и $r = 0.723$; $p < 0.05$ соответственно). К особенностям ЦНС спортсменок можно отнести зафиксированный нами феномен попарной взаимосвязи латентного и моторного периодов стартовой реакции толчковой и маховой ног. Увеличение максимума силы отталкивания маховой ноги. сопровождается уменьшением этой характеристики для толчковой ноги. ($r = -0.552$; $p < 0.1$), что способствует увеличению опрокидывающего момента относительно ОЦМТС и переноса акцента в отталкивании на горизонтальную составляющую силу отталкивания. Выявлено, что время старта в основном определяется временем отталкивания толчковой ноги ($r = 0.842$; $p < 0.05$).

Для эффективного выполнения низкого старта необходимо развивать у спортсменок способность развивать значительные усилия в уменьшающиеся промежутки времени. Время выполнения низкого старта у элитных спортсменок в значительной степени зависит от длительности отталкивания толчковой ноги. С ростом квалификации спортсменок уменьшается длительность отталкивания на передней колодке, но увеличивается скорость нарастания усилия отталкивания, тем самым увеличивая мощность.

Биомеханика и регуляция вентиляции легких человека при дыхании газовыми смесями разного состава и давления

Дьяченко А. И., Шулагин Ю. А., Суворов А. В.

Москва, Государственный научный центр — Институт медико-биологических проблем РАН

Дыхательные газовые смеси (ДГС) с разным составом газов и в условиях с повышенным давлением различаются по ряду физических характеристик смеси: плотности, вязкости, теплоемкости, сжимаемости и т.д. Способность системы дыхания изменять вентиляцию легких в соответствии с метаболическими потребностями организма зависит от состояния биомеханики дыхания и характеристик ДГС. Вентиляционная реакция системы дыхания на изменение содержания кислорода и углекислого газа в артериальной крови и альвеолярном воздухе определяется ее хемочувствительностью. Вентиляционную хемочувствительность к углекислому газу (S) можно определить как отношение прироста вентиляции к приросту парциального давления углекислого газа в альвеолярном воздухе. Хемочувствительность эволюционно сложилась такой, чтобы при увеличении отклонений O_2 , CO_2 в альвеолярном воздухе от нормальных величин был компромисс между увеличивающимся сдвигом внутренней среды, снижением O_2 и ростом CO_2 в тканях, рН, с одной стороны — и ростом вентиляции (и, соответственно, нагрузки на дыхание), которую необходимо увеличить для уменьшения отклонения внутренней среды.

Если сопротивление дыханию увеличено, то и дополнительная работа дыхания, вызванная тем же ростом вентиляции, возрастет. Но если прирост вентиляции меньше, чем при нормальном сопротивлении дыханию, то возникает вопрос: «энергетическая стоимость» реакции на сдвиг гомеостаза, параметров внутренней среды остается прежней или меняется. Как организм реагирует на гипоксическое или гиперкапническое воздействие, когда он не может ответить таким же ростом вентиляции, как в нормальных условиях. Используя простую математическую модель вентиляционной реакции человека на повышенное содержание углекислого газа в воздухе, получили зависимость между мощностью, затрачиваемой на дыхание W , сопротивлением дыханию R и величиной хемочувствительности S в виде $W \sim RS^2 \cdot f(PCO_2)$, где $f(PCO_2)$ — на зависящая от S функция парциального давления углекислого газа в артериальной крови.

Если R увеличено, а S неизменно, то определенный сдвиг газового гомеостаза (увеличение PCO_2) приведет к большему росту работы дыхания. Сохранению тех же энергетических затрат при том же гомеостазе (величине PCO_2) соответствует $S \sim 1/\sqrt{R}$. При этом те же величины W и PCO_2 будут достигаться при меньших величинах вентиляции и выделения углекислого газа, $\sim 1/\sqrt{R}$.

Можно предположить, что влияние увеличенного сопротивления на регуляцию вентиляции легких могут зависеть от характера увеличения сопротивления, т.е. от соотношения между альвеолярным давлением и скоростью потока ДГС, а также от времени воздействия. Разный характер увеличения сопротивления возникает при дыхании ДГС с увеличенной плотностью и вязкостью.

Анализ влияния различных причин увеличения сопротивления дыханию на вентиляционную хемочувствительность человека проведен на основании результатов трех серий экспериментов с двумя группами добровольцев. Серии 1 и 2 проведены с во время возвратного дыхания при нормальном атмосферном давлении, с участием 13 испытуемых, мужчин, включали измерение вентиляционной реакции на CO_2 при дыхании гипероксически-гиперкапнической ДГС (серия 1) и измерение вентиляционной реакции на O_2 при дыхании гипоксически-изокапнической ДГС (серия 2). Мешок для возвратного дыхания заполняли разными дыхательными смесями и использовали дыхание через дополнительное сопротивление. Дополнительно проанализировали результаты 3-й серии экспериментов, в которой группа из 6 мужчин-добровольцев выполнила насыщенное погружение в барокамере в атмосфере $He-O_2$ на эквивалентные глубины 100, 200, 350 м. Во всех экспериментах использована одинаковая экспериментальная установка, которая включала: систему «bag in box», быстродействующие газоанализаторы кислорода и углекислого газа, датчики потока и давления. В сериях 1 и 2 мешок для возвратного дыхания наполняли определенным количеством газов O_2 , N_2 , He , SF_6 , N_2O_2 из газовых баллонов. Далее в течение 10–20 мин выполняли возвратное дыхание из мешка, находили величину вентиляционной реакции на углекислый газ как коэффициент линейной аппроксимации зависимости вентиляции от парциального давления углекислого газа в конечно-выдыхаемом воздухе. Вентиляционная реакция на CO_2 при гипероксии уменьшилась от $2,94 \pm 1,12$ л/мин/мм рт.ст. при дыхании воздухом (смесью N_2-O_2) до $2,04 \pm 0,60$ л/мин/мм рт.ст. при дыхании смесью SF_6-O_2 и до $1,54 \pm 0,60$ л/мин/мм рт.ст. при дыхании смесью N_2-O_2 с дополнительным сопротивлением $17,5$ гПа/л/с. По нашей оценке, при дыхании смесями N_2-O_2 с сопротивлением, увеличенным примерно в 8 раз, по сравнению с дыханием без сопротивления, вентиляция снизилась примерно в 2 раза, работа дыхания увеличилась в 2 раза и дыхательное усилие увеличилось в 4 раза. Т.е. увеличение сопротивления в 8 раз сопровождается снижением вентиляции и хемочувствительности в 2 раза. При этом, респираторное усилие возрастает в 4 раза, а респираторная работа в 2 раза. Причем при повышении PCO_2 прирост вентиляции, работы дыхания и дыхательного усилия составляет соответственно 1/2, 2 и 4 по отношению к тому приросту, который был бы при нормальном сопротивлении дыханию. Таким образом, «энергетическая стоимость» вентиляционной реакции на сдвиг гомеостаза (определенного роста PCO_2) увеличивается, несмотря на относительно меньший прирост вентиляции легких. Таким образом, в условиях долговременного повышения сопротивления «энергетическая стоимость» вентиляционной реакции на сдвиг гомеостаза (определенного роста PCO_2) хоть и увеличивается, но меньше, чем в условиях кратковременного повышения сопротивления.

Работа выполнена при поддержке грантов Программы IV.7.1 Президиума РАН «Интеграция регуляторных влияний в обеспечении функций организма» и Программы научных исследований президиума РАН «Фундаментальные исследования для биомедицинских технологий», Подпрограммы: «Фундаментальные исследования для технологий профилактики заболеваний, реабилитации человека и целевого повышения устойчивости к неблагоприятным факторам».

Математическая модель распространения трансмиссивного заболевания в двухвидовой популяции

Загребнева А. Д.¹, Говорухин В. Н.², Карташев В. В.²

¹Ростов-на-Дону, Донской государственный технический университет

²Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет

Трансмиссивные заболевания — это группа заболеваний, возбудители которых передаются кровососущими членистоногими. В работе на примере дирофиляриоза (заболевания, вызываемого паразитированием нематоды рода *Dirofilaria*) построена общая математическая модель, описывающая распространение трансмиссивного заболевания для двух популяций: резервуара и переносчика заболевания. Модель представляет собой систему дифференциальных уравнений в частных производных:

$$\begin{cases} \dot{N}_T = a(t, \mathbf{x}) - c(N_T - N_I) - dN_I + \delta_N \Delta N_T, \\ \dot{N}_I = \alpha(N_T - N_I)M_I - dN_I - \gamma N_I + \delta_N \Delta N_I, \\ \dot{M}_T = b(t, \mathbf{x}) - f(t, \mathbf{x})M_T + \delta_M \Delta M_T, \\ \dot{M}_I = \beta(M_T - M_I)N_I - f(t, \mathbf{x})M_I + \delta_M \Delta M_I. \end{cases} \quad (1)$$

Здесь в качестве переменных модели рассмотрены общая численность резервуара возбудителей N_T , разделяющаяся на численности здоровых N_H и инфицированных N_I особей; общая численность переносчиков заболевания $M_T = M_H + M_I$, также разделяющаяся на численности здоровых M_H и инфицированных M_I особей. Используя эти соотношения при моделировании рассмотрены уравнения для величин N_T, N_I, M_T, M_I , а две другие величины выражаются как $N_H = N_T - N_I$ и $M_H = M_T - M_I$. Параметры a и b — коэффициенты воспроизводства особей и переносчиков заболевания; c, d и f — коэффициенты смертности; α и β — вероятности инфицирования особей и переносчиков заболевания; γ — вероятность излечения особи; δ_N и δ_M — коэффициенты диффузии. Система (1) рассматривается на плоскости при периодических граничных условиях.

Проведены вычислительные эксперименты с моделью (1), имитирующие различные стратегии борьбы с распространением трансмиссивных заболеваний с помощью уничтожения переносчиков заболевания. В ходе исследования рассмотрены следующие стратегии применения инсектицидов: равномерная обработка и точечная обработка с различными радиусами и интенсивностью. На основе полученных численных результатов сформулированы следующие рекомендации по применению инсектицидов для профилактики распространения трансмиссивных заболеваний: 1) обработку средствами дезинсекции лучше проводить вблизи источника размножения переносчиков заболевания, создавая при этом барьер между источником и резервуаром возбудителя; 2) для каждого количества инсектицидов существует свой оптимальный радиус обработки; 3) точечная обработка эффективнее равномерной, оптимально подобранные радиус и место обработки повышают эффективность профилактической меры в несколько раз.

Работа поддержана РФФИ (грант № 18-01-00453).

Факторы, приводящие к развитию и разрыву аневризм

Иванов Д. В., Доль А. В.

Саратов, Саратовский национальный исследовательский государственный университет им. Н. Г. Чернышевского

Аневризмы — это патологические расширения сосудов, разрыв которых приводит к субарахноидальному кровоизлиянию и геморрагическому инсульту. Смертность при таком развитии патологии может достигать 45%. При этом около половины выживших пациентов испытывают проблемы в области неврологии. Исследования показали, что пациенты с несколькими аневризмами имеют худший прогноз при разрыве аневризм.

Диагностирование аневризм сосудов головного мозга затруднено вследствие того, что они, как правило, не дают характерных симптомов. Тем не менее, диагностика при помощи компьютерной или магнитно-резонансной томографии позволяет выявлять аневризмы и определять их морфологию довольно точно. Сегодня проблема выявления и определения характеристик аневризм стоит довольно остро, так как превентивное хирургическое лечение влечет серьезные постоперационные осложнения, а несвоевременное лечение приводит к их разрыву и, как следствие, к инсульту. Выработка методов и критериев оценки риска разрыва аневризм является актуальной научной проблемой. Необходимо понимать, является ли та или иная аневризма склонной к разрыву, чтобы сформировать тактику лечения. Среди факторов, определяющих высокий риск разрыва аневризмы, ученые выделяют абсолютные размеры, а также относительные геометрические характеристики аневризм (соотношение размеров, неправильная форма, отношение размеров аневризмы к диаметру питающего сосуда). Выявление данных параметров осуществляется на основе данных компьютерной и магнитно-резонансной томографии.

Следует отметить механические и гемодинамические факторы, которые идентифицируются при помощи компьютерного биомеханического моделирования и на основе натуральных экспериментов. В течение последних трех десятилетий взгляд на предикторы разрыва внутричерепных аневризм претерпел изменения. Если в конце 1990-х и начале 2000-х годов исследователи рассматривали и оценивали абсолютные размеры аневризм, то в 2004 году впервые были введены в рассмотрение относительные размеры (соотношение размеров купола и шейки аневризмы). Это связано с развитием и доступностью диагностических методов, а также с накоплением большого количества данных о пациентах с разорвавшимися и неразорвавшимися аневризмами. Многими научными группами были исследованы сотни и тысячи разорвавшихся и неразорвавшихся аневризм, поэтому можно предположить, что предикторы разрыва, выявленные в последние годы, могут быть более точными и обоснованными, чем предлагаемые 20–30 лет назад.

В данном исследовании выполнен обзор современных работ, посвященных выявлению и обоснованию критериев оценки риска разрыва аневризм сосудов головного мозга человека. Приведены числовые значения критериев, поднят вопрос о возможности их применения в предоперационном планировании хирургического лечения.

Несмотря на то, что данной проблемой занимается множество ученых в течение нескольких десятилетий, существует проблема в обосновании и выявлении критериальных морфологических и биомеханических параметров аневризм как предикторов разрыва. На самом деле, разные авторы приводят различные числовые значения критериев, которые могут быть использованы для выявления аневризм, склонных к разрыву. Поэтому необходимо выработать единые доступные и, в то же время, обоснованные критерии, которые могли бы использоваться на этапе диагностики и применяться в предоперационном планировании.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 17-71-10191).

Математическое исследование влияния механического нагружения на процесс регенерации костной ткани в объеме пористого имплантата

Ильина Е. Э., Маслов Л. Б., Сабанеев Н. А.

Иваново, Ивановский государственный энергетический университет

Переломы костей и заживление переломов так часто встречаются в нашей жизни, что легко упустить из вида, насколько это удивительное биомеханическое явление. В отличие от других взрослых биологических тканей, которые заживают с образованием рубцовой ткани, кости заживают костью. Новая кость формируется и непрерывно ремоделируется до тех пор, пока её свойства восстанавливаются и первоначальный участок перелома не будет отличим от здорового участка кости.

Хорошо известно, что механическое воздействие может вызывать разрушение перелома, или изменить его биологический путь. Однако механизмы, которые вызваны механическим возбуждением, переходящие в биологический отклик, остаются частично неизвестными. Более глубокое понимание этих процессов позволит разработать более точные и рациональные стратегии лечения переломов и откроет неограниченную область исследований в других дисциплинах регенеративной медицины.

Данная работа исследует влияние механического воздействия на процесс регенерации костной ткани в объеме пористого имплантата. Требуется определить, не сыграет ли негативную роль гармоническое нагружение. Для этого с помощью базы данных фотографических снимков поперечных сечений тела человека в программе ANSYS построена трехмерная конечно-элементная модель большеберцовой кости.

Модель включает в себя берцовую большую кость, рамку для фиксации, пористый имплантат и костную мозоль. Для построения использован пространственный изопараметрический конечный элемент с параболической интерполяцией геометрии и функций. Путем исследования сходимости тестового численного решения выбрана адекватная по точности сетка, состоящая из 3600 конечных элементов и 16276 узлов.

Условия нагружения модели: слева кость жестко закреплена, на костную мозоль действует давление поровой жидкости пороупругой среды. Справа, перпендикулярно кости, действует статическая и гармоническая нагрузки.

Уравнения гармонической нагрузки имеют вид: $F(t, \omega) = F_{sta}(t) + F_{dyn}(t)e^{i\omega t}$, $F_{dyn} = kF_{sta}$, где F_{sta} — статическая нагрузка, F_{dyn} — динамическая составляющая нагрузки, k — коэффициент величины гармонической нагрузки. Для того, чтобы избежать резонанса и соответственно больших амплитуд колебаний (что может вызвать болевые ощущения у человека) определялись собственные частоты системы. Из результатов вычислений следует, что для того, чтобы не попадать в зону резонанса, вынужденные колебания должны варьироваться от 0 до 100 Гц.

Задача проникновения мезенхимальных стволовых клеток в зону имплантата решена для периода 120 дней. Коэффициент диффузии $J = 0,06$ мм/день. Вычислительные эксперименты проводятся при пористости имплантата 50% и 90%. По начальным данным концентрация активных клеток на границе костной мозоли и на стыке кости с имплантатом равна 100%. Для демонстрации результата выводятся картины изменения концентрации активных клеток в 60-й и 120-й дни для половины имплантата. Для изучения влияния гармонической нагрузки приводится решение при 10 и 100 Гц. После проведения всех экспериментов можно сделать вывод о том, что задача регенерации активных стволовых клеток приближает рассматриваемую в вычислительных экспериментах модель системы «кость—имплантат» к реальным процессам восстановления кости при реконструкции пористыми имплантатами.

Полученные результаты свидетельствуют о том, что требуется производить эксперименты так, чтобы при увеличении частоты гармонического воздействия уменьшалась величина динамической составляющей (амплитуда вынужденных колебаний). Оптимальное значение коэффициента k лежит в пределах от 10% до 1%. Из проведённых численных экспериментов найдены оптимальные параметры гармонических сил для наиболее точного описания механизма структурной перестройки костной ткани после перелома.

Биомеханика ремоделирования костной ткани

Измайлова Я. О.¹, Фрейдин А. Б.²

¹ Санкт-Петербург, Санкт-Петербургский политехнический университет
Петра Великого

² Санкт-Петербург, Институт проблем машиноведения РАН

Ремоделирование костной ткани представляет собой процесс, вследствие которого кости адаптируются к изменяющимся внешним нагрузкам, обеспечивая поддержание оптимальных механических свойств. Механические и гормональные нарушения процесса, такие как остеопороз и др., приводят к охрупчиванию кости и, как следствие, увеличению вероятности переломов. Поэтому понимание процесса и создание математической модели важно как для фундаментальной науки, так и для прикладной медицины. Среди возможных сфер применения моделей ремоделирования костных тканей можно отметить лечение костных заболеваний; создание материалов, напоминающих костную структуру, и других биоматериалов; протезирование; проблемы, возникающие вследствие сниженной нагрузки в реабилитационный период или в условиях космоса.

В настоящее время не существует единой общепризнанной модели ремоделирования костей. В данной работе представлена модель поверхностного роста применительно к ремоделированию костной ткани, основанная на использовании выражения конфигурационной силы, выведенной на основе законов сохранения и диссипативного неравенства. Аналогичный вывод выражения конфигурационной силы, управляющей фронтом химической реакции, представлен в работах Фрейдина А.Б. с соавторами (напр., Фрейдин А.Б. О тензоре химического сродства при химических реакциях в деформируемых материалах. Изв АН. МТТ 2015, №3, С.35), где показано, что кинетика фронта реакции определена нормальной компонентой тензора сродства. В работе показано, что рост и резорбция костной ткани контролируются нормальной компонентой тензора роста, зависящего от напряженно-деформированного состояния и концентрации вещества, подводимого в объем кости и движущегося к поверхности роста. Сформулировано кинетическое уравнение в виде зависимости скорости поверхности роста от нормальной компоненты тензора роста. Подвод вещества задается функцией подвода, зависящей от напряжений. Напряженно-деформированное состояние, в свою очередь, зависит от текущей конфигурации рассматриваемой части кости. В результате возникает связанная задача биомеханики, решением которой является связь между скоростью роста, напряжениями и функцией подвода, выбору которой уделено отдельное внимание. Разработанная модель использована для решения задач ремоделирования кости в различных вариантах механического нагружения и начального состояния тела. Исследовано влияние напряженного состояния и выбора функции подвода на процесс. Модель позволяет проводить оценку изменения костной ткани в условиях механического нагружения.

Работа выполнена при поддержке программы президиума РАН № 16 «Развитие физико-химической механики поверхностных явлений как фундаментальной основы для разработки современных конструкций и технологий».

Пространственная коадаптация популяций.
«Танцы» перроновских векторов

Ильичев В. Г.¹, Ильичева О. А.²

¹*Ростов-на-Дону, Южный научный центр РАН*

²*Ростов-на-Дону, Академия строительства и архитектуры ДГТУ*

На основе аппарата марковских цепей предложено описание динамики и эволюции дискретных процессов миграции популяций. Установлено, что основное значение имеет не вид марковской матрицы, а ее положительный собственный (перроновский) вектор. С философской точки зрения, матрица оказывается лишь формой процесса миграции, зато перроновский вектор является его содержанием. Координаты перроновского вектора характеризуют относительное время пребывания популяции в конкретном районе. В результате изменения климата и ряда экологических факторов происходит деформация перроновских векторов популяций. Компьютерные расчеты показали, что при коадаптации перроновские вектора хищника и жертвы «сближаются», а у конкурентов — «разбегаются». Не очевидно, как будет происходить адаптация, когда в сообществе представлены несколько популяций (например: три конкурента; две конкурирующие жертвы и один хищник). Среди перроновских векторов будут наблюдаться своеобразные «танцы»: одни из них притягиваются, а другие отталкиваются.

Ранее казалось, что два типа миграции — целенаправленная (= таксис) и случайная (= марковская цепь) принципиально отличаются друг от друга. Здесь неожиданно обнаружено, что добавление «эволюционной начинки» (поиска эволюционной устойчивости в семействе исходной популяции и ее мутантов) к случайному перемещению также приводит к целесообразному пространственному поведению популяций.

В предложенном подходе одной из перспективных задач является выяснение того, насколько сохраняются изложенные выше результаты, если расширить «облако мутантов». Здесь, возможно, справедливы следующие гипотезы. Сильная гипотеза: при увеличении числа мутантов результаты мало изменяются. Слабая гипотеза: начиная с некоторого числа мутантов, увеличение их количества не приводит к новым явлениям.

Решение данных проблем актуально и при решении других математических вопросов эволюционной экологии.

Влияние параметров модели полностью насыщенного материала Био на динамический отклик

Ипатов А. А., Литвинчук С. Ю., Дьянов Д. Ю.

Нижний Новгород, НИИ механики ННГУ им. Н. И. Лобачевского

Рассматривается динамическое поведение пороупругих и поровязкоупругих тел в рамках модели среды Био. Для описания вязкоупругих свойств скелета пористого материала используются классические модели вязкоупругости, такие как Кельвина—Фойгта, стандартного вязкоупругого тела и модель со слабосингулярным ядром типа Абеля. Ставится начально–краевая задача линейной трехмерной динамической теории поровязкоупругости. К исследованию краевой задачи применяется метод граничных интегральных уравнений (ГИУ), а для поиска их решений — метод граничных элементов (МГЭ).

Решение задачи строится в пространстве Лапласа. Численная схема основана на использовании формулы Грина—Бетти—Соммильяны. В качестве функций формы при описании границы тела выбраны квадратичные полиномы интерполяции. Неизвестные граничные поля интегрируются через узловые значения в интерполяционных узлах. При поэлементном численном интегрировании используется метод Гаусса и иерархический алгоритм интегрирования. Гранично–элементные схемы созданы на основе согласованной аппроксимации граничных функций. Для реализации метода коллокации выбрано множество узлов, совпадающее с множеством узлов аппроксимации исходных граничных функций. В итоге сформируются системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ), решение которой ищется с применением параллельных вычислений. Оригиналы решений строятся с использованием модифицированного алгоритма Дурбина численного обращения преобразования Лапласа и построенных с использованием метода квадратур свертки методов Рунге—Кутты. Работа посвящена развитию техники численного моделирования базирующейся на использовании МГЭ в пространстве преобразований Лапласа для решения задач трехмерной поровязкоупругости.

Получены гранично–элементные решения следующих задач: задача о действии силы в виде функции Хевисайда на штамп на поровязкоупругом полупространстве, задача о скачке давления в сферической полости поровязкоупругого куба. Построены гранично–элементные решения для перемещений, порового давления и напряжений. Приведено сравнение динамических откликов среды в случае, когда полупространство описывается с помощью различных моделей вязкоупругости.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант 18-08-00895 а) и стипендии Президента Российской Федерации в 2018-2020 годах для молодых ученых и аспирантов, осуществляющих перспективные научные исследования и разработки по приоритетным направлениям модернизации российской экономики СП-1204.2018.5.

Об одной модели распространения нервного импульса

Казарников А. В.

Владикавказ, Южный математический институт — филиал ВЦ РАН

Рассматривается система Фитцхью — Нагумо с диффузией:

$$\begin{cases} v_t = \nu_1 v_{xx} + w - \alpha v \\ w_t = \nu_2 w_{xx} - v + \mu w - w^3 \end{cases}$$

где $v = v(x, t)$ — потенциал мембраны, $w = w(x, t)$ — переменная восстановления, $x \in [0, l]$, $t > 0$, $\mu \in \mathbb{R}$, $\alpha \geq 0$ — управляющие параметры, $\nu_1, \nu_2 > 0$ — коэффициенты диффузии, при однородных краевых условиях различных типов: Дирихле, Неймана, а также смешанных краевых условиях. Данная система была предложена в 1961 году Р. Фитцхью для объяснения динамики активации и деактивации пульсирующего нейрона. Система Фитцхью — Нагумо является двумерной редукцией более сложной четырехмерной системы Ходжкина — Хаксли, описывающей распространение нервного сигнала в гигантском аксоне кальмара.

Целью данной работы является построение асимптотики решений системы Фитцхью — Нагумо с диффузией, отвечающих от тривиального решения при изменении управляющего параметра μ , а также реализация алгоритма для численного оценивания параметров задачи. Предполагается, что коэффициенты диффузии фиксированы и различны: $\nu_1 \neq \nu_2$. Параметр α также считается фиксированным.

Получены условия, при которых в системе имеет место монотонная и колебательная потеря устойчивости, найдены критические значения параметра μ . Проанализирован переход между различными типами неустойчивостей в зависимости от соотношения между коэффициентами диффузии. Для нахождения вторичных стационарных или периодических по времени решений применяется метод Ляпунова — Шмидта в форме, развитой в работах В. И. Юдовича.

В работе явно найдены первые члены асимптотики для вторичных периодических по времени и стационарных решений, выведены формулы для k -го члена разложения. Установлено, что в системе происходит мягкая потеря устойчивости.

Приведены результаты численных экспериментов для исследования разрушения вторичных решений при $\mu \gg \mu_{cr}$. Система была исследована различными типами численных методов: методами сеток, прямых, а также методом Галеркина. Результаты всех экспериментов полностью согласуются друг с другом.

На основе статистического алгоритма для оценки параметров хаотических динамических систем в работе реализован подход для оценивания параметров системы, в случае формирования стационарных тьюринговых структур. Апостериорное распределение параметров построено методом Метрополиса — Гастингса. Установлено, что алгоритм корректно работает и в случае min-max нормализованных данных.

Численно-аналитическое исследование нелинейно-упругих моделей биологических тканей с использованием средств компьютерной алгебры

Карякин М. И.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет

Работа посвящена некоторым вопросам применения системы компьютерной автоматизации полуобратного метода нелинейной теории упругости к анализу задач биомеханики мягких биологических тканей. В первом приближении моделирование таких тканей осуществляется в рамках традиционной механики конечных деформаций изотропной несжимаемой сплошной среды. Концепция гиперупругости — т.е. существования функции удельной потенциальной энергии деформации среды — позволяет осуществлять автоматическое генерирование уравнений равновесия и краевых условий к ним по заданному полуобратному представлению деформации и виду упругого потенциала. Следует отметить, что несмотря на ограниченный характер канонических полуобратных представлений, с их использованием может быть исследован целый ряд практически важных задач моделирования экспериментов по определению характеристик мягких тканей. В этой связи простота перехода от одного аналитического представления зависимости функции удельной потенциальной энергии от инвариантов деформации к другой является важным достоинством используемой программной системы.

Учет анизотропии осуществляется добавлением в функцию энергии дополнительных аргументов, например двух инвариантов, определяемых направлением вектора трансверсальной изотропии. В качестве примера одновременного учета анизотропии и неоднородности рассмотрена модель коронарной артерии, представляющая собой толстостенную трубку, состоящую из двух слоев, описывающих наиболее важные с механической точки зрения слои артерии — медию и адвентицию. Кроме существенного различия классических материальных параметров (жесткостей) эти слои имеют и различные ориентации волокон. Обсуждены вопросы идентификации материальных параметров предложенной модели.

Переход к моделям сжимаемых сред осуществляется также достаточно формально: замена двухпараметрического (в изотропном случае) представления упругого потенциала функцией трех аргументов усложняет лишь внутренний процесс генерации уравнений и их численного анализа; с точки зрения пользователя принципиальных изменений не происходит. В качестве примера представлены результаты использования ряда упругих потенциалов сжимаемых сред для моделирования известных экспериментов по определению сжимаемости материала артерий.

В заключение представлены возможности системы по генерированию более сложных систем уравнений для существенно неодномерных полуобратных представлений и их последующий анализ в среде конечно-элементного моделирования.

Анализ методов восстановления деформационных свойств биомолекул по данным атомно–силового микроскопа

Карпинский Д. Н., Бычков А. А., Роменская Е. С.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет

Атомно–силовая микроскопия (АСМ) — эффективный инструмент исследования кинетики процессов деформирования и разрывов цепных полимерных и биополимерных молекул под действием внешней нагрузки. В результате эксперимента получают зависимости амплитуды A и фазы ϕ колебаний зонда от его положения относительно образца. Полученные зависимости позволяют определить закон межатомного взаимодействия F_{ts} между вершиной зонда и образцом. Особенностью структуры биомолекул является существование молекулярных цепей, сложенных в клубки. Цепные молекулы прикрепляются одним концом к вершине зонда, а другим к подложке. Колебательное движение зонда разворачивает (unfolding), сворачивает (folding), а также разрывает распрямленные цепные молекулы. Существуют два режима работы АСМ: частотно модулированный (ЧМ–АСМ) и амплитудно модулированный (АМ–АСМ). В настоящее время предпочитают использовать АМ–АСМ режим динамической силовой спектроскопии при измерении межатомных сил F_{ts} . В этом режиме зонд осциллирует при фиксированной частоте с постоянной амплитудой возбуждения.

В данном сообщении ограничимся расчетом F_{ts} в одномодовом режиме АМ–АСМ. В этом режиме обычно рассматривают две категории методов: 1) методы, которые восстанавливают зависимость силы F_{ts} от времени t путем измерения временной зависимости отклонения зонда (данные в этих методах записываются при фиксированном расстоянии зонд — образец) и 2) методы, которые определяют (для заданного расстояния зонд–образец) F_{ts} при ближайшем расстоянии d зонд–образец стационарного цикла колебаний.

Методы первой категории полагаются на определение высших гармоник и передаточной функцией зонда (Stark M. Et al, 2002). Точность этих приближений имеет сильную зависимость от числа гармоник (более 20 гармоник для удовлетворительной точности восстановления). Методы реконструкции силы, основанные на межмодулярном возмущении могут быть включены в первую категорию, потому что они выполнены при фиксированном расстоянии зонд–образец и требуют измерения нескольких частотных компонент.

Методы второй категории использовались для нахождения зависимости $F_{ts}(d)$ (O’Shea S. J. et al, 1998) при малых амплитудах зонда АСМ, а при больших амплитудах оценку $F_{ts}(d)$ дали Hölscher H., (2006). Lee M.H., Jhe W.H. (2006) создали метод расчета сил $F_{ts}(d)$ из данных измерения амплитуды и фазы колебаний зонда при произвольных амплитудах, однако результаты расчета даны в незамкнутой форме. Hu S.Q. , Raman A. (2008) представили $F_{ts}(d)$ в виде ряда по полиномам Чебышева. Этот метод работает при произвольных амплитудах, но для получения $F_{ts}(d)$ с приемлемой точностью необходимо оставить до 40 слагаемых. Katan A.J. et al , (2009) развили метод восстановления $F_{ts}(d)$ на основе метода, используемого в режиме ЧМ–АСМ. Payam A.F. et al (2015) предложили метод восстановления $F_{ts}(d)$ при условии медленной зависимости амплитуды $A(d)$ и фазы ϕ колебаний зонда от расстояния d между вершиной зонда и поверхностью образца.

Перечисленные методы восстановления протестированы их авторами для межатомных потенциалов Ленарда—Джонса, Морзе и др. Результаты тестирования показали удовлетворительное качество восстановления $F_{ts}(d)$ всеми методами. Однако испытания по восстановлению «зубчатой» зависимости $F_{ts}(d)$, характерной для биополимеров не проводились.

В данном сообщении использовались модельные данные, полученные с помощью компьютерной программы dForce (Guzman H.V., 2015). Результаты расчетов $A(d)$ и $\phi(d)$ (с помощью dForce) использовались для построения приближенной зависимости $F_{ts}(d)$ перечисленными выше методами, а затем сравнивались с известной точной зависимостью. В сообщении анализируются особенности применения различных методов восстановления $F_{ts}(d)$.

Биомеханическое описание роста корневой системы растений

Кириллова И. М.

Саратов, Саратовский национальный исследовательский государственный университет им. Н. Г. Чернышевского

Регуляция формообразования в процессе роста организма является одной актуальных проблем современной ботаники. В живой природе развитие формы происходит для каждой системы органов в своем ритме с развитием в первую очередь несущих, а затем несомых элементов, что отражается на внешнем строении формы. Рост растения и сопутствующее изменение формы его органов являются сложным взаимодействием самых разнообразных процессов. Для понимания принципов морфогенеза корня, необходимо знать механизмы организации роста корня, в частности, формирования зон деления и растяжения, биомеханические свойства клеток меристемы при их делении, последовательность механических событий, таких как распределение деформации при росте, какое напряжения она вызывают, как изменяется это напряжение и многое другое. Основой для моделирования биомеханических свойств клеток при росте корней является динамическая характеристика клеток меристемы, выявление закономерностей, соответствующих различным стадиям роста. С помощью современных компьютерных программ можно моделировать и описывать основные биомеханические процессы, протекающие при образовании корневой системы.

Результаты построения клеточных линий позволяют отслеживать их направления при морфодинамике, выявлять последовательности происходящих деформаций и растяжений, что, в свою очередь, позволяет более корректно определять алгоритмы, которые использует клетка для управления ростом корневой системы. Как известно, растущая часть корня состоит из двух зон: деления и растяжения. В меристеме, которая примыкает к кончику корня, происходят клеточные деления, за счет которых происходит продольный рост корня. С переходом в зону растяжения деление клеток прекращается, и клетки тканей переходят в фазу роста за счет продольного растяжения. В конце зоны растяжения находится зона покоя,

в которой удлинение клеток останавливается. Рассматривая рост корневой системы в естественных условиях, т.е. в почве, можно описать этот процесс посредством биомеханических напряжений в разных зонах. Корневая система растения закреплена в почве и остается относительно неподвижной. Движущаяся часть корня состоит, из участка деления и его пассивного кончика, который принимает на себя основную долю сопротивления грунта. В процессе ростового продвижения в почве кончик корня испытывает значительные нагрузки и нуждается в стабилизирующем механизме для сохранения физиологически необходимого направления перемещения. В организации закрепления корней за субстрат и их вертикального перемещения принимают участие три механизма: геотропизм, осуществляемый специализированными клетками, локализованными в окончании; дифференциальный рост (по одну сторону от продольной оси скорость ростовой деформации оказывается выше, чем по другую, что и приводит к выправлению ориентации окончания); передача сигнала, распространяющегося от окончания в зону роста гормонами роста ауксинами и цитокининами. В достаточно плотной среде ростовое движение может быть обозначено как однородное распределение по всей длине растущего корня всех механизмов, равномерно распределенных в зоне роста, а равновесие апекса определяется балансом направленной вертикально вниз силы, развиваемой сжатой зоной роста, и силой сопротивления, приложенной к апексу со стороны почвы.

Таким образом, биомеханическое описание роста корневой системы растения в почве показывает роль механических напряжений на ростовые процессы. Тем не менее, остаются открытыми вопросы о формировании зоны растяжения конечной длины (остановка роста), зависимость этой длины от внутриклеточного давления и внешней сжимающей нагрузки и их взаимосвязь, а также каким образом механические характеристики растущей ткани определяют наблюдаемые закономерности ростовой деформации и разметки на зоны.

Проблема выработки биомеханических критериев успешности реконструктивного хирургического вмешательства на элементах позвоночно-тазового комплекса

Кириллова И. В.¹, Коссович Л. Ю.¹, Кудяшев А. Л.²

¹*Саратов, Саратовский национальный исследовательский государственный университет им. Н. Г. Чернышевского*

²*Санкт-Петербург, Военно-медицинская академия им. С. М. Кирова*

Позвоночно-тазовый комплекс (ПТК) объединяет несколько анатомических структур (тазобедренный сустав, таз и позвоночник) и неизбежно реагирует на изменения в каждом из его компонентов. Выбранный вариант хирургической реконструкции не всегда приводит лечащего врача к желаемому результату. До сих пор нет единого подхода к выбору оптимального варианта хирургического реконструктивного лечения для конкретного пациента. Биомеханическое моделирование позволяет оценить не только степень и характер нарушений, вызванных деформацией ПТК, но и оценить, как объем необходимой хирургической коррекции и фиксации, так и вновь складывающаяся биомеханическая ситуация после предлагаемых вариантов реконструкции. Для выбора наиболее подходящего конкретного пациенту варианта хирургического реконструктивного лечения на ПТК необходимо не только определить основные показатели позвоночно-тазовых отношений, отвечающих за сагиттальный и фронтальный балансы, но и ряд показателей, позволяющих оценить успешность предлагаемой операции с точки зрения биомеханики.

Анализ литературных источников позволил выделить ключевые параметры позвоночно-тазовых отношений и основные показатели нарушения сагиттального и фронтального балансов, биомеханические критерии успешности хирургического лечения на основе оценки напряженно-деформированного состояния его элементов. К ключевым параметрам позвоночно-тазовых отношений относятся: тазовые индексы; форма позвоночника; параметры глобального баланса. Критерии успешности хирургического лечения элементов позвоночника учитывают значение центрального угла поясничной дуги; динамическое смещение вышележащего позвонка по отношению к нижележащему; дефицит опороспособности; патологическую подвижность в двигательном сегменте и др. Критерии успешности хирургического лечения элементов тазового комплекса учитывают распределение сил, действующих на тазобедренный сустав в опорный период; положение общего центра масс для двуопорного и одноопорного периодов; величину угла перекоса таза; величину шеечно-диафизарного угла; угол перекоса крестца относительно таза и др. Даже при правильно выполненной с точки зрения медицины хирургической реконструктивной операции остается риск развития дегенеративно-дистрофических изменений в постоперационном периоде. Предотвратить развитие осложнений возможно, если учитывать информацию о напряженно-деформированном состоянии ПТК данного пациента «в норме», для чего необходимо использовать возможности биомеханического моделирования, которое позволяет оценить вновь складывающуюся биомеханическую ситуацию после предлагаемых вариантов реконструкции.

Описание диффузии и поглощения веществ, основанное на стохастическом характере движения крови по микрососудам

Кислухин В. В.¹, Кислухина Е. В.²

¹Москва, ООО МЕДИСОНИК

²Москва, НИИ Скорой помощи им. Н. В. Склифосовского

Прохождение частиц крови по микроциркуляции состоит из следующих событий: (1) быть внутри микрососуда; (2) быть во внесосудистом пространстве; (3) микрососуд закрыт, (4) микрососуд открыт (кровь движется); (5) частицы крови движутся по открытым сосудам с меняющейся скоростью, соответственно, с разным временем; (6) поглощающийся индикатор частично остается во внесосудистом пространстве.

Для построения модели прохождения диффундирующего и поглощающегося индикатора (кислород, глюкоза) примем: а) движение частиц – стационарный марковский процесс; б) прохождение по открытым микрососудом задается безгранично делимым регулярным распределением; в) поглощение/потребление – реакция первого порядка

Марковское свойство ведет к экспоненциальному распределению для первых четырех событий. Для пятого события, чтобы получить распределение времени прохождения по открытым микрососудам, примем что это распределение задается правильной (регулярной) функцией. В этом случае мы получаем гамма-функцию.

Для шестого события, если интенсивность поглощения субстанции P , постоянна то: $dP(t)/dt = -\lambda P(t)$. Решение – $\exp(-\lambda t)$, где λ – интенсивность поглощения. Если $DP(t)$ есть распределение времени пребывания диффундирующего индикатора в ткани, то $Dp(\lambda)$, фракция вещества, покидающая орган, дается интегралом $\int \exp(-\lambda t) \cdot DP(t)dt$, или преобразованием Лапласа. Следовательно, надо получить $DP(t)$.

Начнем с внутрисосудистого индикатора. Если время T движения по открытым микрососудам фиксировано, то за T может произойти n прерываний кровотока ($n = 0, 1, 2, \dots$) и n имеет распределение Пуассона: $p(n) = (\beta T)^n \exp(-\beta T)/n!$. Так как остановка крови сменяется движением, то условное распределение пройденных микрососудов, $V(s, T)$, задается Сангрен-Шеппард уравнением: преобразование Лапласа этого уравнения ведет к выражению: $v(\lambda, T) = \int \exp(-\lambda s) \cdot V(s, T)ds = \exp(-T\phi(\lambda))$ где $\phi(\lambda) = \lambda(\lambda + \mu + \beta)/(\lambda + \mu)$. Поскольку T имеет гамма-распределение (как 5-ое событие, см выше), то нужно провести рандомизацию T в $V(s, T)$ или $\nu(\lambda, T)$. Рандомизацию T в $\nu(\lambda, T)$ провести проще, это будет преобразование Лапласа для $f_{\alpha, \nu}(T)$.

Преобразование Лапласа для распределения времени прохождения диффундирующего индикатора получаем в два шага. Первый шаг: фиксируя время s движения по микрососудам получаем условное распределение Лапласа $d(\lambda, s) = \int \exp(-\lambda t) \cdot D(t, s)dt = \exp(-s\psi(\lambda))$. Второй шаг – рандомизация s в $\exp(-s\psi(\lambda))$ распределением $V(s)$, дающая преобразование Лапласа для $V(s)$.

Уравнение для фракции вещества, покидающего орган, и использование полученных выше распределений (и их преобразований Лапласа) ведет к возможности исследовать влияние на поглощение не только интенсивности поглощения (a), но и диффузии (δ, γ) и состояния микроциркуляции (μ, β, a, ν).

Математическое моделирование адаптационных процессов в губчатой костной ткани для различных условий нагружения

Киченко А. А., Гороженинова Т. Н.

Пермь, Пермский национальный исследовательский политехнический университет

На развитие и функционирование костной ткани человека влияют постоянно изменяющиеся нагрузки различной природы, под их воздействием форма и структура костей человека в течение жизни претерпевает значительные изменения. Подобные изменения имеют отдаленные во времени последствия и в первую очередь отражаются на организации структуры губчатой костной ткани. Губчатая костная ткань является неоднородным пористым анизотропным материалом, а внутренняя архитектура губчатой микроструктуры во многом определяет ее механические свойства. Возникает необходимость в прогнозировании долговременного отклика структуры на изменение условий нагружения методами математического моделирования.

Известно, что адаптационные процессы, протекающие в организме человека, подчиняются закону Вольфа, одним из проявлений которого является то, что трабекулы выстраиваются вдоль линий главных напряжений в губчатой кости. Для конкретизации закона Вольфа используется количественная характеристика, способная описать структурные особенности костной ткани, — симметричный положительно определенный тензор структуры. Данный тензор позволяет сформулировать соотношения, способные описывать напряжённо-деформированное состояние губчатой костной ткани с учётом её структуры и адаптационные изменения, происходящие в губчатой микроструктуре.

Для полученных соотношений осуществлена постановка начально-краевой задачи о перестройке губчатой костной ткани, разработан алгоритм её решения и на ряде примеров показана эволюция губчатой костной ткани при изменении напряжённо-деформированного состояния. На примерах всестороннего сжатия малого объема, растяжения и изгиба ортотропного бруса показано влияние различной ориентации структуры материала на его напряжённо-деформированное состояние. Результаты показывают различный характер влияния изменения нагрузки на процесс формирования структуры и соответствуют закону Вольфа.

Идея управления условиями нагружения позволяет персонализировать подход к лечению патологий, связанных с нарушениями функционирования костей в которых преобладает губчатая кость. В настоящее время осуществляется моделирование напряжённо-деформированного состояния в зубочелюстной системе человека с учетом структурных особенностей, имеющихся в нижней челюсти. Известно, что тело нижней челюсти имеет ярко выраженную структуру губчатой костной ткани, то же верно и для восходящей ветви челюсти. Решение подобной задачи необходимо для разработки индивидуального лечения различных стоматологических патологий, дефектов и прогнозирования отдаленные последствия врачебного вмешательства.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант 15-01-04884-а).

Виртуальная физическая реабилитация

Клишкова Т. А., Аксенов А. Ю.

*Санкт-Петербург, Санкт-Петербургский государственный
электротехнический университет*

За последнее столетие технологический прогресс существенным образом изменил не только продолжительность жизни человека, но и ее образ, сделав его более сидячим. Для профилактики и лечения многих заболеваний, а также при реабилитации всегда используется лечебная физкультура, оказывающая благотворное на все системы органов. Проведение лечебной физкультуры зачастую довольно трудоемкий и длительный по времени процесс, требующий от обеих сторон (пациента и врача) активного участия и заинтересованности.

Таким образом существует необходимость в развитии новых систем и сервисов в этой области здравоохранения. Стремительно развивающиеся технологии могут помочь в решении этих задач. В 2010 году компания Microsoft представила новую разработку — 3D сенсор Kinect, а в 2014 выпустила обновленную версию, в след за этим компании Intel и Google тоже представили на рынок несколько подобных технологий.

Несмотря на игровую направленность большинства подобных технологий, большинство из них обладает уникальными встроенными алгоритмами, позволяющим применять его в медицине: распознавать тело человека и отдельные его части (Kinect распознает 25 точек тела, включая основные суставы), отслеживать движения и работу мышц. Эти данные не являются закрытыми, и их можно использовать для создания приложений на основе Kinect, а также схожих технологий Intel Realsense. При помощи встроенных инфракрасных и RGB сенсоров можно проводить бесконтактную оценку частоты сердечных сокращений (ЧСС), частоты дыхания, что несет важную диагностическую информацию при физической нагрузке.

Используя подобные сенсоры можно разработать телереабилитационную систему, обеспечивающую проведение лечебной физкультуры. В качестве оболочки можно применить виртуальную среду, где для пациента заранее будет подготовлен врачом индивидуальный комплекс упражнений, который будет демонстрироваться виртуальным тренером; сама же система может отслеживать правильность выполнения движений и предупреждать, если совершаются ошибки, оценивать ЧСС и работу мышц, проводить статистический анализ результатов и иметь обратную связь с врачом, который сможет при необходимости корректировать реабилитационный курс.

Подобная телереабилитационная система будет иметь большой ряд преимуществ: во-первых, облегчит процесс реабилитации для всех сторон, сделает его увлекательным, во-вторых, снизит затраты, в-третьих, может помочь людям с ограниченными возможностями передвижения общаться с врачом, не приезжая в лечебно-профилактические учреждения.

Разработка концепции систем поддержки принятия решений

**Колесникова А. С., Голядкина А. А., Кириллова И. В.,
Коссович Л. Ю.**

*Саратов, Саратовский национальный исследовательский государственный
университет им. Н. Г. Чернышевского*

Для врача при принятии медицинских решений характерны дефицит времени, высокая динамика течения заболеваний, высокая цена врачебной ошибки, отсутствие возможности привлечения компетентных экспертов, неполнота информации о состоянии пациента и др. Для решения этих задач осуществляется активное внедрение в деятельность медицинских организаций систем поддержки принятия решений (СППР). В настоящее время системы предоперационного планирования включают в себя этапы геометрического планирования и статистического анализа данных вариативности хирургического лечения, последний предназначен для установки диагноза. Статистический анализ данных используют большинство современных медицинских систем, позиционируемых производителями как СППР (к примеру, DxPlain, IndiGO, SLIDSS и др.). Геометрическое планирование (активно реализованное в MediCad, TraumaCad, Surgimar и т.д.), позволяет проводить геометрические измерения и манипуляции, восстановление физиологически «нормального» положения анатомических элементов, а также позиционировать и планировать выбор, например, имплантатов перед хирургическим реконструктивным лечением. Анализ задач, которые ежедневно встают перед врачами, и современных систем предоперационного планирования, которые направлены на их решение, позволил сделать вывод, что для повышения качества хирургического лечения необходимо внедрение в СППР этапов биомеханического моделирования и прогноза результатов хирургического лечения в отдаленные постоперационные периоды. Биомеханическое моделирование позволяет оценить напряженно-деформированное состояние тканей рассматриваемой биологической системы, выражающее ответ системы на внешние нагрузки. Параметры напряженно-деформированного состояния должны сопоставляться с геометрическими и биомеханическими критериями успешности хирургического реконструктивного лечения. При таком подходе становится возможным объективно оценить каждый вариант хирургического реконструктивного лечения и выбрать один в качестве наиболее подходящего данному конкретному пациенту среди нескольких возможных и запланированных лечащим врачом хирургом. Прогноз постоперационного периода может быть осуществлен с помощью статистических методов обработки данных. На основе данных конкретного пациента (диагноз, результаты диагностики по данным КТ и МРТ и др.) методы математической статистики позволят сделать персонализированный прогноз постоперационного периода.

На основе проведенного анализа предлагается концепция работы современных систем поддержки принятия решений, состоящая из следующих этапов: геометрическое планирование, биомеханическое моделирование и прогноз результатов хирургического лечения в отдаленные постоперационные периоды, основанный на результатах статистики.

Расчет неоднородных цилиндрических структур и приложения к измерению волновых процессов в мягких тканях

Кондратьев В. С.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет

В настоящее время в медицинской технике широко используются устройства, работа которых основана на пьезоэффекте. Активные части пьезоэлектрических медицинских устройств чаще всего имеют каноническую форму (цилиндр, диск, пластина). Исследование пьезоэлементов важно для практического приложения при расчетах и оптимизации пьезоэлектрических устройств диагностики. Изучение деформирования неоднородных электроупругих тел при статических и динамических воздействиях актуально при моделировании пьезоустройств, учитывающих неоднородность, возникающую как на этапе поляризации, так и в процессе эксплуатации.

В работе рассмотрена задача о радиальных колебаниях пьезокерамического цилиндра с радиальной поляризацией. Решение задачи находилось численно на основе метода пристрелки. Все физические характеристики цилиндра могут являться функциями радиальной координаты; наиболее важным является случай, когда только пьезомодули являются функциями радиальной координаты. Реологические свойства учитываются в рамках принципа соответствия: в случае стационарных гармонических колебаний, причем решение задачи получается из решения соответствующей электроупругой задачи заменой характеристик материала комплексными модулями-функциями частоты колебаний. Электроды расположены на цилиндрических поверхностях, колебания возбуждаются наведением разности потенциала.

Каноническая система неоднородных дифференциальных уравнений первого порядка относительно безразмерных переменных — радиального смещения и радиального напряжения, получена из основных уравнений электроупругости. В силу переменности коэффициентов системы решение может быть получено лишь численно. Составлены программы, позволяющие определять резонансные значения колебаний неоднородного пьезокерамического цилиндра с радиальной поляризацией. Проведена серия расчетов, позволившая проанализировать зависимость резонансных частот от законов изменения физических характеристик и реологии. Выполнен контроль точности результатов путем сравнения с однородным случаем. Представлены результаты вычислительных экспериментов по реконструкции законов неоднородности, которые характеризуют переменные пьезоэлектрические модули, по информации о значениях безразмерных функций радиального смещения и радиального напряжения в некотором наборе точек внутри области.

Автор выражает благодарность за внимание к работе научному руководителю проф., д. ф.-м.н. Ватульяну А.О.

Статистическое оценивание влияния ряда параметров глаза на внутриглазное давление

Корников В. В.

Санкт-Петербург, Санкт-Петербургский государственный университет

Одним из методов диагностики зрения является тонометрия — измерение уровня внутриглазного давления (ВГД). Адекватное измерение уровня внутриглазного давления позволяет выявить такое заболевание как глаукома, характеризующееся повышением уровня ВГД. На результаты измерения могут оказывать влияние различные биомеханические свойства глаза и его оболочки, причем разные тонометры в разной степени подвержены влиянию различных факторов. В работе рассмотрены результаты измерений ВГД двумя различными тонометрами — тонометром Маклакова (ВГД-М) и бесконтактным пневмотонометром (ВГД-П). Выяснено, какие параметры глаза в большей степени влияют на тонометрическое ВГД, полученное тонометром Маклакова, а какие на уровень ВГД по пневмотонометру. Экспериментальные данные для работы получены в МНТК «Микрохирургия глаза» им. академика С.Н. Федорова. Эти данные содержат информацию о 385 глазах со значением различных параметров (длина переднезадней оси глаза (ПЗО), центральная толщина роговицы, внутриглазное давление и т.д.) до и после операции Lasik. По этим данным проведен корреляционный анализ и была подтверждена прямая зависимость между тонометрическим ВГД и ЦТР, которая сильнее для пневмотонометра. Была исследована корреляционная зависимость между показателями ВГД, полученными с помощью двух тонометров, и другими параметрами глаза. Значимой оказалась зависимость между ВГД-М и ПЗО и радиусом кривизны. С другими параметрами значимая зависимость не обнаружена. Для более детального исследования связи между ПЗО и ВГД были определены группы глаз по толщине роговицы: ультратонкие (441–480 мкм), тонкие (481–520 мкм), нормальные (521–560 мкм), толстые (561–600 мкм), ультратолстые (601–644 мкм). Был применен дисперсионный анализ и критерий Ньюмена—Кейлса. В результате для ВГД-М при уровне значимости $\alpha = 0,01$ статистически значимые различия были найдены для всех пар, за исключением глаз с тонкими и ультратонкими роговицами, а также с толстыми и ультратолстыми, что можно объяснить снижением чувствительности критерия за счет маленького числа глаз в выборках. Для ВГД-П при уровне значимости $\alpha = 0,01$ статистически значимые различия были выявлены для всех пар без исключения. Для ПЗО, при уровне значимости $\alpha = 0,01$, ни для каких пар статистически значимых различий не выявлено. Было исследовано влияние радиуса кривизны роговицы на тонометрическое ВГД. Для этого все глаза были объединены. Была установлена значимая обратная зависимость между радиусом кривизны роговицы и тонометрическим ВГД. Для радиуса кривизны роговицы и ВГД-П статистически значимой зависимости не обнаружено. Построена модель множественной регрессии, отражающая зависимость ВГД-М от группы факторов: РК, ЦТР и ПЗО. Построенная модель статистически значима ($P < 0,05$) и все факторы вносят значимый вклад.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, грант № 18-01-00832а.

Построение тензора структуры по данным томографии

Королева Е. В., Семенова Е. В., Балтина Т. В.

Казань, Казанский федеральный университет

Существует множество неоднородных материалов, имеющих сложную внутреннюю структуру. К ним можно отнести и ряд объектов естественного биологического происхождения, например, таких как кость. Свойства этих материалов напрямую зависят от их строения, структуры. Для количественного описания структуры таких материалов нашел применение тензор структуры.

В качестве входных данных рассматривается изображение исследуемой микро-структуры полученных с помощью компьютерной томографии (КТ). Эти данные представляют из себя трехмерный массив данных, значение этого массива характеризует коэффициент ослабления в заданной точке пространства. Для построения тензора структуры нашел свое применение метод среднего расстояния между порами или МП–метод. Для этого изображение бинаризируется, то есть задается порог, разделяющий две условные среды, одна из которых будет представлять кость, то есть более плотное вещество, а вторая — пору. Далее анализируется полученное бинарное изображение. Для этого вводятся две функции L и I которые есть суть длины линии, направленной под углом из центра изображения и количество пересечений кость–пора вдоль этой линии. МП распределение можно получить взяв отношение L к I . В случае трехмерного образца вышеуказанные измерения зависят уже от двух углов. На практике такие измерения удобно осуществлять, введя сферическую систему координат, связанную с исследуемым образцом. Эта величина представляет собой некоторую оценку распределения одного вещества другом. Вид аппроксимации этого распределения математически определяет объект с помощью которого идет описание среды. Тензор структуры может быть получен в случае аппроксимации квадратичной формой.

В настоящей работе для аппроксимации используется модифицированный метод наименьших квадратов. В этом случае данные МП распределения пересчитываются в декартовой системе координат. Выписывается выражение квадратичной формы в общем виде, неизвестными выступают коэффициенты. Далее для невязки выбирается сумма квадратов квадратичной формы в точках МП распределения. Из условия минимума невязки по неизвестным параметрам можно получить систему линейных алгебраических уравнения для определения компонент тензора структуры.

Описанная выше методика была реализована в среде MatLab и были проведены расчеты для модельных образцов. Для этих же образцов были проведены расчеты по стереологической методике, результаты сравнивались.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 16-04-00772.

Исследование закрученного течения в моделях бифуркации сонной артерии со стенозом

Котмакова А. А., Гатаулин Я. А., Юхнев А. Д.

*Санкт-Петербург, Санкт-Петербургский политехнический университет
Петра Великого*

В наше время сердечно-сосудистые заболевания являются одной из главных причин смертности населения. Наиболее распространенным хроническим заболеванием, поражающим артерии, является атеросклероз — прогрессирующее сужение артериальной стенки. Образование атеросклеротической бляшки в сонных артериях — кровеносных сосудах, снабжающих кровью головной мозг — очень опасно. Феномен закрученного движения крови в общей сонной и ряде других артерий человека известен и зарегистрирован клинически различными диагностическими методиками.

Настоящая работа представляет собой численно-экспериментальное исследование кровотока в модели бифуркации сонной артерии со стенозом, впервые учитывающее закрученное течение на входе. Геометрия модели построена по осредненным данным 30 препаратов бифуркации сонной артерии с углом ветвления $50^\circ \pm 30^\circ$ и расположением общей, внутренней и наружной сонных артерий в одной плоскости. Внутренняя и наружная артерии — параллельны, стеноз находится в синусе внутренней сонной артерии. Степень сужения по диаметру составляет 30, 50, 70 % (по методике NASCET).

Экспериментальное исследование течения проведено на установке, которая состоит из замкнутого контура с кровеимитирующей жидкостью, приводимой в движение насосом, создающим близкое к физиологическому изменение расхода жидкости во времени. Все модели, построены в программе SolidWorks и распечатаны из фотополимера на 3D принтере. На входе исследуемых моделей располагалась скрученная лента, задающая интенсивность закрутки потока (отношение максимальной окружной к максимальной осевой скорости) близкой к физиологическому значению — примерно 0,3. Расход жидкости измерялся с помощью электромагнитного расходомера Nihon Konden MF46. Измерения максимальных по сечению осевой и окружной скоростей проводились ультразвуковым сканером LogicScan-64 в режимах цветного доплеровского картирования и импульсно-волновом.

Проведен трехмерный расчет течения, для которого геометрия модели сосуда, свойства жидкости и граничные условия взяты из эксперимента. Решались нестационарные осредненные по Рейнольдсу уравнения Навье-Стокса с использованием модели турбулентности $k-\omega$ SST. На входной границе задавалось изменение расхода во времени, взятое из эксперимента. На выходе — равные расходы в обеих ветвях бифуркации. Расчеты пульсирующего трехмерного течения проводились в программном пакете ANSYS CFX 16.2. Характерное число Рейнольдса течения — 450, число Уомерсли 7.5, вязкость и плотность кровеимитирующей жидкости — постоянны.

Увеличение степени стеноза приводит к увеличению осевых и поперечных скоростей вниз по потоку. Анализ расчетных полей турбулентной вязкости показывает, что течение за стенозами 30 и 50% является ламинарным, а за 70% стенозом — турбулентным.

Экспериментальные и расчетные результаты свидетельствуют о том, что течение непосредственно за стенозом формирует двухвихревую структуру. Вдали от стеноза, на прямом участке внутренней сонной артерии к сформировавшимся выше двум вихрям добавляется еще пара вихрей меньшей интенсивности, которая уменьшается и исчезает вниз по течению. При наличии входной закрутки в общей сонной артерии, описанная вихревая структура за стенозом поворачивается по направлению закрутки в фазу быстрого уменьшения расхода, и в обратном направлении — в фазу медленного уменьшения расхода (для 50% стеноза — примерно на 20°). Такое движение может заметно изменить характеристики поля сдвиговых напряжений за стенозом, влияющих на атеросклеротические изменения стенки сосуда.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (гранты №15-01-07923 и №18-01-00629).

Механические модели и интерпретация результатов стабилометрических исследований

Кручинин П. А.

Москва, Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова

В настоящее время диагностика на основе стабилометрических исследований для значительной части нарушений затруднена, несмотря на обилие вычисляемых показателей. В статье ряда французских авторов отмечалось, что «у каждого второго постурологического пациента результаты стабилометрических записей соответствуют норме». Проф. П.–М.Гаже связывает это с тем, что стабилометрия изучает в основном мышечную активность, то есть анализирует систему управления движением человека, рассматривая только одну составляющую. В этой ситуации стабилометрические параметры, по мнению П.–М. Гаже, аналогичны «логическим операторам, которые (каждый по-своему) позволяют логически осмыслить один или несколько аспектов пострального контроля пациента.» Для такого анализа полезно добавление новых параметров к списку стандартизованных и обсуждение различных подходов к интерпретации результатов исследований. В докладе приводится несколько примеров применения подхода, основанного на использовании математических моделей «перевернутого маятника» для формирования элементов для этого «логического анализа».

Анализ математической модели «перевернутого маятника» показывает, что мгновенные значения координат центра давления (ЦД) в большой степени характеризуют нормализованные суставные моменты. Такая точка зрения позволяет объяснить «ухудшение устойчивости» у некоторых больных в процессе реабилитации и «улучшение устойчивости» у некоторых космонавтов, после длительного космического полёта. Этот эффект возможно связан с тем, что «хорошие» стабилометрические показатели у указанных пациентов являются следствием ослабленной мышечной системы, в то время как нервная система удерживает вертикальную позу силами меньшей величины.

Вид стабилотраграмм, так-называемой, «билатеральной стабилотрии», в ходе которой на платформе стабилотристора стоит только одна нога, таков, что величины колебаний ЦД в направлении поперек стопы существенно меньше, чем вдоль стопы. Анализ механической модели показывает, что в поперечном направлении величина момента создается за счет «скручивания» стопы, в то время как продольное смещение центра давления определяется значительным моментом, создаваемым икроножной и камбаловидной мышцами, что находит отражение в стабилотриграмме.

Механический анализ модели «перевернутого маятника» позволяет объяснить наличие при выполнении тестов со ступенчатым воздействием участков стабилотриграммы, названных «размах» и «перерегулирование». Рассмотрим движение вперед. Считаем, что человек до начала движения слегка наклонившись вперед удерживает положение равновесия с помощью момента в голеностопном суставе. Для начала движения момент в голеностопном суставе должен быть уменьшен, для того, чтобы момент силы тяжести превысил его значение, и началось движение. Момент, а вслед за ним и координата ЦД уменьшаются, что соответствует начальному участку на фазе «размаха». Далее момент и координата ЦД должны возрасти, чтобы достигнуть значений, соответствующих условиям финального равновесия. Для быстрого движения заметен участок интенсивного торможения, при котором момент сил в голеностопном суставе заметно превышает величину момента силы тяжести в окрестности финального положения равновесия. Такой участок и будет соответствовать «перерегулированию».

Использование математических моделей «перевернутого маятника» позволяет проводить по показаниям стабилотристора грубые оценки механической работы некоторых суставных моментов в виде интеграла от модуля мощности. Математические модели используются для оценки суммы моментов в суставах и угловой скорости поворота ног. Эти вычисления требуют дополнительных априорных предположений о характере движения на начальной и финальной стадиях и знания антропометрических параметров, значения которых известны приближенно. Несмотря на это, стоит отметить, что предлагаемый параметр носит интегральный характер. Это обстоятельство существенно повышает его чувствительность и позволяет использовать его для анализа результатов стандартных стабилотриметрических проб даже для случая малых движений при удержании вертикальной позы. Использование этого показателя при анализе проб, в ходе которых человек совершает интенсивное движение, представляется более перспективным.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (Грант № 14-50-00029).

Обработка мышечных волокон перекисью водорода
подавляет актин-миозиновое взаимодействие,
но не влияет на его Ca^{2+} чувствительность

Кочубей П. В., Копылова Г. В., Щепкин Д. В., Бершицкий С. Ю.

Екатеринбург, Институт иммунологии и физиологии УрО РАН

Активные формы кислорода и азота участвуют в регуляции метаболизма в клетках млекопитающих¹, но их избыток ведёт к окислительной модификации белков сократительного аппарата и может влиять на сократительную функцию мышц²⁻⁴. Показано, что обработка как интактных, так и демембранных волокон скелетных мышц оксидом азота, пероксинитритом, гидроксильными радикалами или пероксидом водорода влияет на силу сокращений и её кальциевую чувствительность, причем эти изменения зависят от типа мышц, условий модификации и применяемых реагентов⁵⁻¹⁰. Тяжелые (ТЦМ) и легкие (ЛЦМ) цепи миозина являются одними из главных мишеней окислительных модификаций¹¹, основной из которых является карбонилирование¹². Молекулярный механизм нарушения сократительной функции скелетных мышц, вызванного окислительным повреждением миозина, до конца не выяснен. Используя химически демембранные волокна из быстрой (*m. psoas*) и медленной (*m. soleus*) мышц, мы исследовали влияние окисления с помощью перекиси водорода на механизм силогенерации и его кальциевую регуляцию. Обнаружено, что обработка *in situ* перекисью водорода быстрых и медленных максимально активированных мышечных волокон приводит к снижению развиваемого ими напряжения и их жёсткости и что эти эффекты зависят от типа мышц: в волокнах из медленной мышцы концентрация окислителя, требуемая для достижения одинаковой степени подавления максимального напряжения, в 10 раз выше, чем в быстрой. Исследования на одиночных волокнах, выделенных из быстрой (*m. psoas*) и медленной (*m. soleus*) скелетных мышц кролика, проводили на микрохеанометрической установке с использованием техники скачка температуры и под контролем длины саркомеров с помощью лазерной дифракции. Регистрировали зависимость максимальной силы сокращения волокон и их жёсткости от времени обработки H_2O_2 и измеряли кальциевую чувствительность этих характеристик. Оба типа экспериментов были выполнены при 5°C и 30°C. Миозин из *m. psoas* содержал 90–95% быстрой IIx изоформы ТЦМ, а также 2–3% IIb изоформы и менее 1% медленной изоформы I. ТЦМ из *m. soleus* были в основном представлены медленной изоформой I ТЦМ (до 95%) с примесью быстрой изоформы IIa. Волокно в рабочей ячейке максимально активировали (pCa 4.5) при 0–1°C в течение 10 с, затем переносили его в воздушную ячейку при температуре ~5°C, где выполняли протокол по измерению силы и жёсткости волокна при температуре ~30°C, то есть близкой к физиологической, используя технику скачка температуры. Жёсткость, как меру числа присоединённых головок миозина, измеряли по амплитуде колебаний силы в ответ на 0.2% синусоидальные изменения длины волокна частотой 1.5 кГц. Затем волокно возвращали в ячейку с расслабляющим раствором. Раствор заменяли на такой же, но содержащий H_2O_2 , выдерживали волокно в нём в течение 10 мин при 5°C, после чего протокол повторяли с активирующим раствором, также содержащим H_2O_2 . Цикл обработки повторяли пять раз, так что в итоге волокно

подвергалось обработке в течение 50 минут. Волокна из *m. psoas* обрабатывали 10 мМ раствором H_2O_2 , а из *m. soleus* — 100 мМ H_2O_2 , так как медленные волокна были гораздо менее чувствительны к действию окислителя, чем быстрые. Максимальное напряжение и жёсткость волокон падали с длительностью обработки. Константы скорости экспоненциального падения напряжения в волокнах из быстрой мышцы $\sim 0.15 \text{ мин}^{-1}$, жёсткости — $\sim 0.03 \text{ мин}^{-1}$; в волокнах из быстрой мышцы $\sim 0.05 \text{ мин}^{-1}$ — $\sim 0.08 \text{ мин}^{-1}$, соответственно. Для исследования влияния окисления на кальциевую чувствительность силы сокращения и жёсткости волокон, их обрабатывали расслабляющим раствором, содержащим H_2O_2 , в течение 20 мин при 5°C . Как и в предыдущем типе экспериментов волокна из *m. psoas* обрабатывали 10 мМ H_2O_2 , а из *m. soleus* — 100 мМ H_2O_2 . После этого в экспериментах использовали расслабляющий раствор и все активизирующие растворы с 10 мМ ДТТ — для того, чтобы зафиксировать степень влияния перекиси на свойства волокна и предотвратить его дальнейшее повреждение. Обработка волокон существенно снижала напряжение и жёсткость волокон: максимальное напряжение быстрых волокон падало примерно на 25%, а медленных — на 60%; жёсткость быстрых волокон снижалась на 17%, медленных — фактически на 50%, причем использовавшиеся концентрации и время обработки не повлияли на кальциевую чувствительность этих характеристик в обоих типах волокон. Результаты исследования показывают, что при кратковременной обработке перекисью водорода мышечных волокон, в первую очередь страдает силогенерирующая функция актин-миозинового взаимодействия, тогда как кальциевая чувствительность как силы, так и жёсткости волокон остаётся неизменной. Yamada с соавторами¹² обнаружили, что снижение силогенерации мышц при гипертиреозе происходит за счет уменьшения числа головок миозина, находящихся в силогенерирующем состоянии, вследствие карбонилирования миозина. Обнаруженное нами значительное снижение жёсткости мышечных волокон после обработки перекисью водорода полностью подтверждает вывод¹² о снижении количества силогенерирующих головок миозина при окислении.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФ № 16-14-10044.

¹Pette D., Staron R.S. (2000) *Microsc. Res. Tech.* 50.6: 500-9.

²Schiaffino S., Reggiani C. (2011) *Physiol. Rev.* 91.4:1447-31.

³Galler S., Schmitt T.L., Pette D. (1994) *J. Physiol.* 478.3:513-21.

⁴Nwoye L., Mommaerts W.F., Simpson D.R., et al. (1982) *Am. J. Physiol.* 242.3:401-8.

⁵Diffie G.M., Haddad F., Herrick, R.E., Baldwin, K.M. (1991) *Am. J. Physiol.* 261.6:1099-106.

⁶Larsson L., Li X., Teresi A., Salviati G. (1994) *J. Physiol.* 481.1:149-61.

⁷Caiozzo V.J., Herrick R.E., Baldwin K.M. (1991) *Am. J. Physiol.* 261:285-95.

⁸Caiozzo V.J., Herrick R.E., Baldwin K.M. (1992) *Am. J. Physiol.* 263:86-94.

⁹Ramsay I.D. (1966) *Lancet* 2:931-4.

¹⁰Norrelund H., Hove K.Y., Brems-Dalgaard E., et al. (1999) *Clin. Endocrinol. (Oxf)* 51.6:693-9.

¹¹Yamada T., Wada M. (2004) *Jpn. J. Phys. Fitness. Sports Med.* 53:509-18.

¹²Yamada T., Mishima T., Sakamoto M., et al. (2006) *J. Appl. Physiol.* 100.5:1520-6.

Трёхмерная конечно-элементная математическая модель прямоугольных и клиновидных образцов миокардиальной ткани

Курсанов А. Г.¹, Зверев В. С.², Соловьева О. Э.¹

¹Екатеринбург, Институт иммунологии и физиологии УрО РАН

²Екатеринбург, Уральский федеральный университет

Математическое и компьютерное моделирование различных подсистем сердечно-сосудистой системы — интенсивно развивающееся направление приложений математики к физиологии. В частности, активно разрабатываются модели механической и электрической функций сердца на разных уровнях организации: от клеточного до органного. Такие модели позволяют интегрировать разрозненные экспериментальные данные в целостную систему и благодаря этому предсказывать и объяснять физиологические эффекты, возникающие именно в результате совместного действия целого комплекса механизмов, работающих на внутриклеточном и межклеточном уровнях. Одним из главных направлений в компьютерном моделировании сердечно-сосудистой системы в последние годы является создание персонализированных моделей (Kavvounpour et. al PLoS ONE. 2015), которые становятся ключевым инструментом в диагностике и выработке эффективного лечения болезней сердца у конкретных пациентов.

В настоящее время накоплены многочисленные данные, свидетельствующие о неоднородности пространственно-временной организации и региональной функции миокарда в норме и при патологии на различных уровнях. Однако до сих пор неясно, какие клеточные механизмы электромеханического сопряжения и механо-электрической обратной связи в той или иной степени обеспечивают неоднородность механических свойств кардиомиоцитов из различных регионов миокарда стенки желудочка, и как эта неоднородность проявляется на уровне ткани и органа. Для исследования этих явлений была построена трехмерная математическая модель прямоугольных и клиновидных образцов миокардиальной ткани с подробной электромеханической моделью функции кардиомиоцитов «Екатеринбург–Оксфорд» (Solovyova et al., 2003; Sulman et al., 2008). На основе имеющейся аналитической модели левого желудочка (ЛЖ) сердца человека и данных магниторезонансной томографии были разработаны алгоритмы задания направления хода волокон для моделей прямоугольного и клиновидного образцов миокардиальной ткани из различных регионов стенки ЛЖ.

Результаты имитации сократительных циклов в изометрическом, изотоническом и физиологическом режимах, были сопоставлены между собой и верифицированы в сравнении с доступным пулом опубликованных экспериментальных данных. В частности, для всех указанных режимов в численных экспериментах на 3D конечно-элементных моделях образцов миокардиальной ткани получены для всех кардиомиоцитов сигналы силы, характеристик укорочения/удлинения, кальциевые переходы и потенциалы действия, а также построены интегральные электрические и механические характеристики ткани.

Работа поддержана грантами РФФИ № 18-01-00059, 18-31-00416.

Биомеханическое моделирование хирургических вмешательств при лечении желчнокаменной болезни и её осложнениях

Кучумов А. Г.¹, Самарцев В. А.²

¹Пермь, Пермский национальный исследовательский политехнический университет

²Пермь, Пермский государственный медицинский университет
им. акад. Е. А. Вагнера

Основные функции билиарной системы человека (включая печень, желчный пузырь, билиарное дерево/печеночные протоки, общий печеночный проток, пузырный проток, общий желчный проток и большой дуоденальный сосочек) – производство, хранение и транспортировка желчи в двенадцатиперстную кишку. Динамика течения желчи зависит от эффективности работы желчного пузыря, играющего значительную роль в физиологии билиарной системы. Некоторые факторы приводят к изменениям химического состава желчи, которая приобретает способность образовывать желчные камни. Другой причиной образования желчных камней является неправильная работа желчного пузыря на этапах наполнения и опорожнения. Известно, что длительный застой желчи может вызвать желчные камни. Холецистэктомия (удаление хирургического желчного пузыря) – наиболее часто выполняемая операция на брюшной полости. Эта операция обычно принимается для лечения пациентов, страдающих желчнокаменной болезнью и билиарной болью. Перед принятием решения врач-хирург на основе анализа большого количества факторов, опираясь на свои знания и предшествующий опыт должен зачастую мгновенно принять решение об оптимальной тактике хирургического лечения, во время хирургического вмешательства – о способе оперативного пособия и завершения операции. Поэтому с развитием и совершенствованием информационных технологий и математического моделирования актуальной является проблема обеспечения компьютерной поддержки принятия решений в хирургии. Данная работа посвящена разработке полной модели течения желчи в билиарной системе. Для этой цели билиарная система рассматривается как совокупность составляющих: желчный пузырь, билиарное дерево и большой дуоденальный сосочек.

Рассмотрим каждую из составляющих по отдельности:

Моделирование течения желчи в желчном пузыре. Для рассмотрения модели желчного пузыря была взята модифицированная модель Франка. Были получены аналитические зависимости изменения давления и объёма пузыря от времени. Далее была разработана методика нахождения параметров модели для конкретного пациента *in vivo* с использованием неинвазивных лучевых методов. Далее рассчитывалось давление на выходе из пузыря, которое учитывалось как граничное условие при моделировании течения желчи в билиарном дереве.

Моделирование течения желчи в билиарном дереве. Были рассмотрены 4 случая: течение желчи в норме (считается ньютоновской жидкостью), течение литогенной желчи (рассматривается как неньютоновская жидкость (жидкость Каро)), течение литогенной желчи в случае наличия камня в пузырном протоке; течение желчи после операции холецистэктомии (удаление желчного пузыря).

Были представлены распределения скорости и давления при наполнении и опорожнении желчного пузыря. Также произведена оценка напряжений сдвига на стенке. Рассчитывалась скорость на выходе из билиарного дерева, которая учитывалась как начальная скорость при моделировании течения желчи в большом дуоденальном сосочке.

Моделирование течения желчи в большом дуоденальном сосочке.

С точки зрения гидродинамики течение желчи зависит от градиента давления и сокращения стенок. Холедохопанкреатический рефлюкс (т.е. течение пузырной желчи из общего желчного протока в панкреатический проток вместо двенадцатиперстной кишки) считается одной из основных причин возникновения панкреатита (воспаления поджелудочной железы). Понимание причин возникновения рефлюкса с точки зрения физиологии, гидродинамики, биомеханики по прежнему считается сложной задачей. При моделировании течения желчи в большом дуоденальном сосочке была разработана модель перистальтического транспорта течения желчи через проток при рубцовом стенозе как трубке с сужающимися стенками конечной длины. С помощью модели были найдены скорости и распределения давлений вдоль трубки и определены условия возникновения холедохопанкреатического рефлюкса. Применяя метод возмущений были найдены аналитические решения для скоростей и давлений. Зависимость распределения давления в трубке по длине в различные моменты времени построены при различных значениях числа Вейссенберга и безразмерной амплитуды. Было показано, что безразмерная амплитуда имеет большее влияние на характер распределения давлений вдоль трубки, чем число Вейссенберга. Найдены значения градиента давления, соответствующие возникновению рефлюкса. Кроме того, отмечено, что величина перепада давления соответствующая нулевому среднему расходу может считаться критерием возникновения рефлюкса.

Также была проведена валидация разработанной модели с использованием современных экспериментальных методов (Particle image velocimetry [PIV]). При лечении рубцового стеноза применяется стентирование. Для того, чтобы повысить эффективность стентирования и уменьшить вероятность перфорации мягких тканей, необходимо подобрать такую форму стента, при которой отток желчи будет близким к показателям нормы (1500 мл/сут). Данная задача разбивалась на несколько этапов. На первом этапе была найдена конфигурация канала при которой расход желчи будет наиболее близок к нормальным значениям. Далее с учетом применения теории управления собственными деформациями, предложенной в статьях F. Ziegler, H. Irschik, Ю.И. Няшина, В.А. Лохова, и определяющих соотношений, описывающих поведение сплавов с памятью формы А.А. Мовчана была решена задача об управлении формой стента за счёт фазовых деформаций (которые являются собственными деформациями) в результате эффекта памяти формы для придания протоку с рубцовым стенозом.

Часть работы выполнена при поддержке гранта РФФИ 16-08-00718-А.

Математические модели одиночной саккады глаза как оптимального движения

Кручинина А. П.

Москва, Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова

Одиночное саккадическое движение глаза — быстрое движение, при котором пара глаз поворачивается согласованно относительно головы на некоторый угол. Изучение параметров саккад применяется при исследовании состояния нервной системы, когнитивных и психофизиологических функций человека.

Обычно моделируется одиночная саккада одного глаза в горизонтальной плоскости. Выбор горизонтальных саккад для рассмотрения связан с более простой регистрацией. Процесс саккадического перевода взора считается оптимальным по быстрдействию. В качестве управления выбирается момент, приложенный со стороны пары глазодвигательных мышц к главному яблоку. Решение такой задачи не вполне отвечает экспериментальным данным: записям саккадического движения глаза.

В докладе рассмотрено несколько модификаций задачи быстрдействия.

Модификация функционала. Для приближения траекторий решения к саккадическим в задаче быстрдействия к функционалу добавляются два интегральных слагаемых. Первое — штраф за расход энергии (интеграл от квадрата управления), второе — штраф на скорость. Добавление этих двух слагаемых приближает результаты моделирования к экспериментальным данным, но усложняет вычисления. Веса, с которыми в функционал входят дополнительные слагаемые не получается выбирать исходя из каких-либо свойств рассматриваемой исходной биологической системы.

Выбор управления. Другая модификация задачи быстрдействия состоит в учете ограниченности развиваемого мышцами глазодвигательного аппарата момента силы и скорости его изменения. Сила, а, следовательно, и момент развиваемый мышцей ограничен, сокращаться сколь угодно быстро не может ни одна мышца. Между моментами, когда вырабатывается сигнал, который, пройдя по нервным путям, активирует мышцу, и моментом, когда мышца разовьет требуемый момент, проходит незаметное для человека время. Время, необходимое для набора усилия глазодвигательной мышцей, существенно меньше, чем для прочих скелетных мышц. Это связывают с тем, что соотношение количества нервных волокон к мышечным составляет 1:1—12 для глазодвигательных мышц, тогда как для других скелетных мышц оно доходит до 1:125. Времена набора максимального усилия для камбаловидной, икроножной и глазодвигательной мышц из состояния покоя, оцениваются в 80 мс, 30 мс и 10 мс соответственно.

Переход к задаче быстрдействия, в которой управлением выступает скорость изменения момента, позволяет получить модельные траектории качественно соответствующие экспериментальным данным.

Парное управление. Рассматривается задача оптимального управления по быстрдействию, в которой к управляемому объекту — глазу, приложено два управления: от каждой из глазодвигательных мышц пары. На управления — скорости изменения момента силы каждой из мышц, накладываются ограничения.

На величину силы, развиваемой мышцей, также накладывається ограничение. Таким образом, получается задача оптимального быстрогодействия с фазовыми ограничениями. Решения этой задачи соответствует наблюдаемым траекториям саккад на практике. Более того, основываясь на нем можно предложить объяснение разности форм саккад, как результата рассогласования в парном управлении. Причинами рассогласования может быть малые ошибки в определении текущего положения глаза, наличие сенсомоторного шума.

Зрение человека бинокулярно. Когда человек смотрит на какой-либо объект, зрительные оси его глаз пересекаются под некоторым углом на рассматриваемом объекте. При переводе взора с одного объекта на другой с помощью саккады, особенно, если объекты не равноудалены от наблюдателя, меняется угол сведения. Получается, что *in vivo* чаще всего решается задача перевода не из нулевого положения, что должно проявляться в экспериментальных данных. Для задачи моделирования не нулевые начальные условия означают, что моменты, прикладываемые со стороны глазодвигательных мышц не минимальны в момент начала движения. Наличие микродвижений, необходимых человеку для получения зрительной информации свидетельствует в пользу того, что и начальная скорость, в момент начала саккады может быть не нулевой. Таким образом, задача быстрогодействия, с управлением в виде скорости изменения момента глазодвигательных мышц, в которой внесение возмущений в начальные условия приводят к траекториям системы, схожим с саккадическими траекториями глаза, представляется наилучшим математическим описанием одиночной саккады.

Исследование поддержано грантом РФФИ 16-01-00683.

Многофазная трехмерная модель клеточной подвижности в раннем эмбриогенезе

Логвенков С. А.¹, Моисеева И. Н.², Штейн А. А.², Юдина Е. Н.²

¹Москва, Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»

²Москва, Институт механики МГУ им. М. В. Ломоносова

Разработана и исследована трехмерная континуальная модель среды, образованной клетками и внеклеточной жидкостью. Модель учитывает присутствие в среде активных межклеточных взаимодействий и описывает контролируруемую ими перестройку биологических тканей, связанную с переупаковкой клеток. Закрытая система уравнений для двухфазной пористой среды включает для каждой фазы уравнения баланса массы в предположении отсутствия делений и гибели клеток, а также массообмена между фазами и уравнение импульса с учетом межфазного взаимодействия за счет давления жидкости и вязких сил. Скорость деформации среды, обусловленная переупаковкой клеток, контролируется динамическими параметрами, включая активные межклеточные напряжения и давление во внеклеточной жидкости. Тензор напряжений в клеточной фазе является

суммой пассивного упругого и активного тензоров напряжений. Определяющее соотношение для тензора активных напряжений включает в себя несколько составляющих, соответствующих различным биологическим механизмам межклеточных взаимодействий. Среди них присутствует составляющая, описывающая случайные столкновения клеток, вызванные их хаотическими блужданиями, и составляющая, описывающая взаимодействия клеток за счет сократительных усилий в клеточных протрузиях (выпячиваниях клеточной мембраны), создаваемых сокращением элементов цитоскелета и закрепляющихся на поверхности соседних клеток. При определенных предположениях тензор активных напряжений может быть сведен к функции объемной плотности клеток (локальное межклеточное взаимодействие) или функционалу их пространственного распределения (нелокальное взаимодействие).

Рассмотрена возможность использования модели при описании процессов формообразования, связанных с потерей устойчивости однородного состояния. Полученный критерий устойчивости позволяет выявить набор параметров, характеризующих механизм потери устойчивости, определяемый активным взаимодействием клеток за счет создаваемых ими активных стягивающих напряжений и противодействующим ему отталкиванием клеток из-за сил, обусловленных активной реакцией клеток на избыточное сжатие. Гидростатическое давление влияет на неустойчивость через силу межфазного взаимодействия, обусловленную этим давлением: локальное увеличение объемной плотности приводит к появлению силы, направленной по ее градиенту.

Решена задача об образовании полости (бластоцеля) в первоначально однородном клеточном сфероиде, состоящем из клеток и внеклеточной жидкости. В результате решения модельной задачи показано, что одним из необходимых условий образования полости является достижение определенного уровня давления во внеклеточной жидкости. Другим необходимым условием, в случае локального межклеточного взаимодействия, является градиент коэффициента клеточной подвижности в направлении поверхности сфероида, являющийся следствием различия свойств клеток, расположенных в разных областях зародыша. Тогда хаотичные клеточные движения трансформируются в постепенное направленное смещение клеток к поверхности сферы с образованием многослойной структуры. Участие нелокального механизма взаимодействия клеток приводит к формированию фронта, разделяющего области с их высокой и низкой концентрацией, и приводящего к формированию одного слоя клеток, примыкающего к поверхности, без привлечения дополнительных гипотез о клеточной подвижности.

Результаты решения модельной задачи качественно согласуются с данными наблюдений, относящимися к бластуляции, и дают объяснение возможной роли различных активных механических межклеточных взаимодействий в организации клеточных движений, приводящих к появлению бластоцеля.

Алгоритм контурной сегментации изображения и построения 3D моделей костных систем

Лунёва А. Д., Колесникова А. С., Кириллова И. В., Коссович Л. Ю.
*Саратов, Саратовский национальный исследовательский государственный
университет им. Н. Г. Чернышевского*

Биомеханическое моделирование является адекватным методом оценки ответа систем организма человека на внешние воздействия. На основе биомеханического моделирования осуществляется построение виртуального образа биологических объектов и прогнозирование их поведения при внешних нагрузках. Актуальность применения биомеханического моделирования в современной медицине подтверждает большое число работ, посвящённых данной теме.

Для быстрого и качественного осуществления биомеханического моделирования одной из важнейших задач является построение твердотельных 2D/3D моделей исследуемых объектов. Для построения твердотельных моделей необходимо построить поверхностную модель, состоящую из облака точек и образующую трёхмерный контур объекта, и заполнить этот трёхмерный контур изнутри, а затем задать на этих точках механические свойства и граничные условия.

Для построения поверхностных моделей используется метод выделения контуров на растровом изображении. Для этих целей наиболее применимым является метод активных контуров. Однако, для твердотельных моделей необходимо, чтобы поверхность была гладкой и неразрывной, для этого необходимо правильно задать начальное приближение.

Для определения границ контура трёхмерного объекта с помощью метода активных контуров используются различные начальные приближения. Параллельный алгоритм 3D реконструкции внутренних органов по данным томографии на основе метода активного контура использует контур позвонка на одном из слоёв в качестве начального приближения.

Целью данной работы является рассмотрение метода активных контуров, использующего в качестве начального приближения объём. В качестве начального объёма берётся икосаэдр. Для выделения поверхности с помощью метода активного контура используется сумма действия внутренних сил F на искомый (изменяемый) контур для выделения сегмента растрового изображения. Функция, описывающая сумму действия внутренних сил для выделения сегмента растрового изображения, имеет следующий вид:

$$F = F_{\text{balloon}} + F_{\text{elast}} + F_{\text{img}}$$

где первое слагаемое F_{balloon} интерпретирует силу внутреннего давления; второе слагаемое F_{elast} интерпретирует силу упругости; третье слагаемое F_{img} интерпретирует силу притяжения к границам искомого контура.

Сила упругости находится по формуле:

$$F_{\text{elast}} = F_{\text{member}} + F_{\text{elast}_0} + F_{\text{img}} \quad (1)$$

Первое слагаемое формулы (1) находится следующим образом:

$$F_{member} = -k_1 \text{grad}(E_{member})$$

$$E_{member} = \sum_{i=1}^n \frac{l_i - l_{0i}}{l_{0i}}$$

где l_i — расстояние между точками икосаэдра после смещения точек; l_{0i} — расстояние между точками до смещения, k — нормирующий коэффициент.

Второе слагаемое формулы (1) находится следующим образом:

$$F_{elast_0} = -\text{grad}(E_{elast_0})$$

$$E_{elast_0} = k_2 \sum_{i=0}^{29} (1 - c_i^4)$$

где k_2 — нормирующий коэффициент, c_i — скалярное произведение нормалей \vec{n}_{ab} и \vec{n}_{bc} к граням икосаэдра, имеющим одно общее ребро.

Нормали к поверхностям, с общим ребром, вычисляются по следующим формулам:

$$\vec{n}_{abj} = \frac{[\vec{a}_i, \vec{b}_j]}{||[\vec{a}_i, \vec{b}_j]||}$$

$$\vec{n}_{bck} = \frac{[\vec{b}_j, \vec{c}_k]}{||[\vec{b}_j, \vec{c}_k]||}$$

Сила внутреннего давления:

$$F_{balloon} = k_3 \sum_{i=1}^{20} \frac{1}{3} S_i \vec{n}_i$$

где S_i — площадь каждой грани, \vec{n}_i — вектор нормали к поверхности k_3 — нормирующий коэффициент.

$$S_i = \frac{1}{2} ||[\vec{a}_i, \vec{a}_{i+1}]||$$

где $\vec{D}(\frac{l-l_0}{\Delta}, \frac{l-l_1}{\Delta}, \frac{l-l_2}{\Delta})$ — вектор, координаты которого состоят из параметров, найденных по формулам:

$$l = L(x, y, z)^2$$

$$l_0 = L(x + \Delta, y, z)^2$$

$$l_1 = L(x, y + \Delta, z)^2$$

$$l_2 = L(x, y, z + \Delta)^2$$

где Δ — сдвиг равный 10^{-5} .

В компьютерном зрении производная — это отношение значения приращения пикселя по y к значению приращению пикселя по x , т.е. изображение — это функция двух переменных $L(x, y)$, т.е. со скалярным полем. Поэтому, более правильно говорить не о производной, а о градиенте изображения. Градиент для каждой точки изображения (функция яркости) — двумерный вектор, компонентами которого являются производные яркости изображения по горизонтали и вертикали. В каждой точке изображения градиентный вектор ориентирован в направлении наибольшего увеличения яркости, а его длина соответствует величине изменения яркости.

В данной работе для метода активных контуров в впервые качестве начального приближения использовался икосаэдр. Выбор в качестве начального приближения икосаэдра вызван тем, что он наиболее напоминает форму позвонка. Представлено описание и обоснование алгоритма, позволяющего уточнять контур, полученный в рамках метода активных контуров.

Моделирование химических процессов в живых организмах с помощью системы Шнакенберга

Лысенко С. А.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет

Ряд химических процессов в живых организмах описывается уравнениями реакции-диффузии. В биологии системы уравнений реакции-диффузии моделируют химические реакции, определяющие механизмы морфогенеза. Образование неоднородных структур в живых организмах, таких как, например, пятна и полосы на коже животных, связано с явлением неустойчивости Тьюринга, возникающим при некоторых значениях параметров системы.

В настоящей работе рассматривается система Шнакенберга, относящаяся к классу систем реакции-диффузии и моделирующая процессы морфогенеза в живых организмах. Для неё выведены достаточные условия неустойчивости Тьюринга, а также получены алгоритмы вычисления критических волновых чисел и критических значений коэффициента диффузии при заданных параметрах системы.

Система Шнакенберга имеет вид:

$$u_t = u_{xx} + f(u, v), \quad v_t = dv_{xx} + g(u, v)$$

где

$$f(u, v) = a - u + u^2v, \quad g(u, v) = b - u^2v$$

По смыслу задачи $u(x, t)$ и $v(x, t)$ — концентрации двух взаимодействующих веществ — активатора и субстрата, a и b — параметры реакции, d — коэффициент диффузии. Система рассматривается на отрезке $x \in [0; \pi]$, на концах которого выполняются краевые условия Неймана.

Стационарное состояние системы является неустойчивым по Тьюрингу, если оно устойчиво в бездиффузионном приближении, но теряет устойчивость при добавлении диффузии. Построены области необходимых и достаточных условий неустойчивости Тьюринга на плоскости параметров (a, b) , выведены уравнения их границ. Область необходимых условий неустойчивости Тьюринга для системы Шнакенберга задаётся двойным неравенством, а область достаточных условий является её подмножеством. Исследовано соотношение областей необходимых и достаточных условий.

Также получено, что граница области достаточных условий представляет собой объединение отрезков прямых в координатах $(\det J, f_u)$, где J — матрица Якоби:

$$J = \begin{pmatrix} f_u & f_v \\ g_u & g_v \end{pmatrix}$$

Удобство для вычислений критических значений в этом случае заключается в том, что подобласти, соответствующие различным значениям критических волновых чисел в координатах $(\det J, f_u)$ отделяются друг от друга горизонтальными прямыми линиями.

Результаты работы могут быть применены в компьютерном моделировании процессов морфогенеза в живых организмах.

Биомеханическое моделирование трахеобронхиального дерева человека

Макевнина В. В.

Санкт-Петербург, Санкт-Петербургский государственный университет

В биомеханике дыхания используются модели различного уровня сложности с точки зрения учета тех или иных механических процессов в зависимости от конкретных задач моделирования. При построении таких моделей используются результаты моделирования тех или иных физических процессов, сопровождающих дыхание. Для моделирования движения воздуха из атмосферы в легкие, а также переноса веществ в различные моменты времени используются трехмерные модели трахеобронхиального дерева человека. Согласно Weibel, в легких человека насчитывается 23 генерации воздухоносных путей (ВП), первые 16 из которых известны как проводящие, обеспечивающие доступ газу к зонам легких, где происходит газообмен, и в обратном направлении.

Целью данной работы являлось исследование потока воздуха в трахеобронхиальном дереве человека при спокойном дыхании. Для достижения указанной цели были поставлены задачи: построить биомеханические модели трахеобронхиального дерева человека для 10 генераций ВП при правильной и неправильной дихотомии; с использованием построенных конечно-элементных моделей исследовать движение потока воздуха. В настоящее время активно развивающимся направлением изучения биомеханики дыхательной системы является численное моделирование с помощью пакетов компьютерных программ. Данная работа представляет результаты валидации программного комплекса ANSYS в задаче моделирования течения воздуха в трахеобронхиальном дереве человека. Были построены биомеханические модели трахеобронхиального дерева человека для 10 генераций ВП для двух вариантов: правильной дихотомии и неправильной. Для моделирования геометрического образа были использованы данные количественных характеристик для всех генераций ВП, приведенные в работе Weibel. Вариант с неправильной дихотомией моделировался со следующими изменениями: длина трахеи была увеличена на 2.5 см; диаметры главных бронхов были увеличены: на 0.28 см для правого и на 0.08 см для левого; длина главных бронхов была уменьшена на 1.26 см для правого и увеличена на 0.89 см для левого. Угол бифуркации главных бронхов при правильной дихотомии был принят равным 65° . Для неправильной дихотомии угол отхождения от сагиттальной плоскости для левого главного бронха был принят равным 50° , для правого главного бронха — 15° . Трахея принималась как нулевая по счету генерация. Были приняты следующие допущения: механические свойства однородно и изотропно распределены по всему объему, материал оболочки линейно упругий; среда сплошная. В расчете использовались: модель газа «Air at 25°C » из стандартной библиотеки программы, модель турбулентности — SST с настройками «по умолчанию», метод теплообмена — Total Energy, число Прандтля принято равным 0.702. Рассматривался вариант с твердыми гладкими стенками без проскальзывания, не подвергающимися деформации при дыхании. В результате численного моделирования были получены: векторное поле скоростей, а также поля скоростей, давлений и температур, в которых можно посмотреть распределение параметров в разных точках

объекта (трахеобронхиального дерева) в разные периоды времени в течение всего дыхательного цикла. Период времени от 0 с (начало вдоха) до 3.1 с (конец вдоха) соответствует входу. Период времени от 3.2 с (начало выдоха) до 7 с (конец выдоха) соответствует выдоху. Момент времени, равный 1.5 с соответствует максимальным скоростям на входе, а момент времени, равный 4.6 с соответствует максимальным скоростям на выдохе. В результате проведенных расчетов показано, что в промежутке времени от 0 с (начало вдоха) до 1.5 с скорость постепенно увеличивается и при 1.5 с принимает максимальные значения. Далее, от 1.5 с до 3.1 с (конец вдоха), скорость постепенно снижается до нулевых значений. В промежутке времени от 3.2 с (начало выдоха) до 4.6 с скорость снова постепенно увеличивается и при 4.6 с достигает максимальных значений. Далее, от 4.6 с до 7 с, скорость постепенно снижается и при 7 с (конец выдоха) принимает нулевые значения. Наибольшие скорости получены в областях бифуркаций и разветвлений ВП. Наименьшие скорости получены в ВП, принадлежащих 10 генерации. В случае неправильной дихотомии скорость течения воздуха в левом главном бронхе получилась больше, чем в правом, поскольку диаметр левого главного бронха меньше правого. В местах бифуркации ВП после разворота струи воздуха скорость потока снижается, при этом наблюдается хаотичное трехмерное нестационарное течение. В промежутке времени от 0 с (начало вдоха) до 1.5 с давление в трахее и области бифуркации главных бронхов постепенно падает от 101325 Па (давление при 0 с) до 101242 Па, на концах 10 генерации — от 101325 Па до 101228 Па. Далее, от 1.5 с (максимальные скорости на входе) до 3.1 с (конец вдоха) давление постепенно увеличивается от 101242 Па до 101321 Па. В промежутке времени от 3.2 с (начало выдоха) до 4.6 с давление в области бифуркации главных бронхов постепенно увеличивается от 101329 Па до 101398 Па (на концах 10 генерации — до 101415 Па). Далее, от 4.6 с до 7 с (конец выдоха) давление снова постепенно снижается до начальных значений (101325 Па). В промежутке времени от 0 с (начало вдоха) до 1.5 с (соответствует максимальным скоростям на входе) температура воздуха постепенно понижается от трахеи до концов ВП, принадлежащих 10 генерации, воздух охлаждается от 36.6°C до 15°C, и до 3.1 с (конец вдоха) воздух во всем трахеобронхиальном дереве охлажден. Начиная с 3.2 с (начало выдоха) до 7 с (конец выдоха) воздух от концов ВП до трахеи постепенно прогревается, и при 4.6 с (соответствует максимальным скоростям на выдохе) полностью прогрет во всем трахеобронхиальном дереве до 36.6°C. При максимальных скоростях во время вдоха (1.5 с) воздух охлажден, температура составила 288.15 К, при максимальных скоростях во время выдоха (4.6 с) воздух прогрет до 309.75 К. Таким образом, получено, что при увеличении скорости потока воздуха во время вдоха температура в рассматриваемой точке понижается, а при увеличении скорости потока воздуха во время выдоха температура в рассматриваемой точке повышается, при этом при уменьшении скорости потока во время выдоха воздух прогревается быстрее. Полученные биомеханические модели трахеобронхиального дерева человека и данные численного исследования позволили получить данные, которые могут применяться для решения задач в клинической практике.

Гиперупругий закон состояния для миокарда, основанный на методе обобщенного тензора структуры, примененном к инварианту I8

Мельник А. В., Ло С. Х., Огден Р. У.

Glasgow, University of Glasgow

Анизотропные механические свойства многих мягких биологических тканей, в том числе миокарда, обусловлены их гистологической структурой. Современные методы микроскопии и анализа изображений позволяют извлечь и квантифицировать информацию о строении тканей. Одной из важнейших микроструктурной характеристик является ориентация присутствующих в тканях волокон, представленных, например, коллагеном (фибрилярный белок) или мышечными волокнами (клеточные структуры). Описание механических свойств тканей при помощи законов состояния (определяющих соотношений), учитывающих их микроструктуру является одной из важных задач в биомеханике. Такие модели должны обладать высокими описательными, объяснительными и прогностическими способностями и на практике быть эффективными с вычислительной точки зрения.

Обобщенные Структурные Тензоры (ОСТ, англ. GST, Generalised Structure Tensor) используются в формулировках моделей упругих механических свойств биологических тканей, рассматриваемых как анизотропные материалы с рассеянными направлениями волокон^{1,2}. По определению, ОСТ есть среднее значение одноранговых нормированных тензоров второго порядка (проекторов) во всевозможных направлениях, взвешенное в соответствии с вероятностью нахождения волокна в каждом конкретном направлении. Метод ОСТ был успешно применен к существующим законам состояния, сформулированным на основе анизотропных (псевдо-)инвариантов³ I4 и I5 (I6 и I7). Эти анизотропные инварианты описывают деформацию с точки зрения семейств волокон, рассматриваемых отдельно, в отличие от инварианта I8, который выражает действие деформации на семейства волокон, рассматриваемых попарно. В этой работе метод ОСТ расширен для случая моделей на основе инварианта I8: рассмотрены две различные формулировки и возникающие проблемы, выведены формулы для «рассеянного» инварианта I8, тензоров напряжений и упругости для случаев осесимметричных и соосных структур волокон. Мы показали, что учет рассеянности волокон в зависящем от I8 члене может существенно влиять на предсказываемое поведение материала и также может понизить степень его симметрии.

Мы применили предлагаемую формулировку к гиперупругой модели Хольцапфеля — Огдена (ХО, англ. Holzapfel-Ogden) для миокарда⁴ и получили измененную модель ХО, в которой дисперсное распределение ориентации волокон систематически учитывается в каждом члене функции энергии деформации. Для целей подгонки параметров в определяющем соотношении к экспериментальным данным, мы рассмотрели гомогенизированный ОСТ, определенный как среднее значение по участку ткани. Это позволяет избежать расчетов методом конечных элементов и при этом учесть переменное направлений мышечных волокон: непостоянство структуры ткани должно быть принято в расчет, так как испытываемые образцы заметно неоднородны⁵. Гомогенизированный ОСТ не обязательно

обладает осевой симметрией, даже если локальное распределение волокон осесимметрично. Различные, но связанные значения ОСТ соответствуют образцам, тестируемым в режимах сдвига и двусосного растяжения. Мы также рассмотрели случай, в котором ОСТ являются произвольными диагональными тензорами, подгоняемыми под результаты механических измерений феноменологически, а не на основе гистологических данных. С использованием предложенной новой модели получена улучшенная аппроксимация имеющихся экспериментальных данных для режимов сдвига и двусосного растяжения.

¹T.C.Gasser, R.W. Ogden and G.A. Holzapfel, (2006). J. R. Soc. Interface, 24:15–35.

²A.D. Freed, D.R. Einstein and I. Vesely, (2005). Biomech. Model. Mechanobiol., 4:100–117.

³G.A. Holzapfel and R.W. Ogden, (2017). Eur. J. Mech. A/Solids, 66:193–200.

⁴G.A. Holzapfel and R.W. Ogden, (2009). Philos. Trans. R. Soc. London A, 367:3445–3475.

⁵G. Sommer, A.J. Schriefl, M. Andra, M. Sacherer, C. Viertler, H. Wolinski and G.A. Holzapfel, (2015). Acta Biomater., 24:172–192.

⁶A.V. Melnik, X.Y. Luo and R.W. Ogden, in review (2018). Int. J. Nonlinear Mech.

Новое из биофизики возбудимых сред: псевдоградиентные системы

Морнев О. А.

Пуццино, Институт теоретической и экспериментальной биофизики РАН

В физике часто имеют дело с двумя, в некотором смысле, полярно противоположными типами динамических систем: с консервативными гамильтоновыми (= косоградиентными) системами, задаваемыми не зависящей от времени функцией Гамильтона, и с диссипативными градиентными системами, скорости которых пропорциональны пространственному градиенту некоторого потенциала (его роль часто, но не всегда, играет потенциальная энергия системы).

Динамические системы первого типа (гамильтоновы) консервативны: они движутся по гиперповерхностям уровня функции Гамильтона, обычно играющей роль полной энергии системы; таким образом, на движениях гамильтоновых систем полная энергия сохраняется. Дифференциальные уравнения движения гамильтоновых систем могут иметь периодические решения: общеизвестными примерами являются гармонический осциллятор и системы, изучаемые небесной механикой.

Динамические системы второго типа (градиентные) ведут себя прямо противоположно: их движения совершаются вдоль направлений наивысшего изменения потенциала, который тем самым на движениях не сохраняется, а, как правило, монотонно убывает, т. е. диссипирует (но иногда, – в системах, изучаемых математической генетикой в связи с естественным отбором, — наоборот, возрастает). Из этого факта сразу же следует, что градиентные системы, очевидно, не могут совершать ни периодических движений, ни движений типа одиночного импульса с возвращением в исходное состояние.

Нужды теоретической биофизики — в частности, биофизики нервной проводимости — привели к необходимости ввести ещё один класс динамических систем, названных в 1992 г. автором настоящего сообщения псевдоградиентными системами; в частности, к этому классу относится известная нелинейная система дифференциальных уравнений 2-го порядка Фицхью—Нагумо, качественно описывающая генерацию, а в распределённом варианте — и распространение электрических волн возбуждения вдоль проводящих структур типа нервного волокна и сердечной мышцы.

Уравнения движения, описывающие эволюцию псевдоградиентных систем, внешне похожи на градиентные дифференциальные уравнения: в обоих случаях обобщённые скорости пропорциональны градиенту некоторой функции (потенциала) и связаны с последним через матрицу, играющую роль коэффициента пропорциональности. Однако в случае градиентной системы все собственные числа этой матрицы действительны и имеют одинаковые знаки (без ограничения общности их можно считать отрицательными), тогда как в псевдоградиентном случае знаки некоторых из собственных чисел указанной матрицы противоположны знакам остальных. Это и является характеристическим признаком, выделяющим псевдоградиентные системы. Как следствие, потенциал на движениях псевдоградиентных систем может изменяться не монотонно — на каком-то этапе движения убывать, на следующем этапе возрасти, и так далее («диссипация и восстановление», характерные для динамики нервных импульсов).

Представленное сообщение посвящено обзору общих свойств динамических систем этого нового класса. Впервые термин «псевдоградиентные системы» появился уже давно, однако дальнейшее развитие темы до сих пор, по-видимому, отсутствовало. Между тем, системы указанного класса, как представляется автору, содержат ряд сюрпризов, интересных не только с точки зрения биофизики, но и с общетеоретических позиций.

Во-первых, пространства состояний (= фазовые пространства) псевдоградиентных систем снабжены естественной псевдоримановой (в значимых случаях псевдоевклидовой) метрикой; тем самым с каждой точкой фазового пространства системы связан изотропный конус метрики. Полы этого конуса разграничивают те возможные векторы скорости системы в этой точке, на которых потенциал убывает/возрастает; поэтому, когда при движении системы её действительный вектор скорости, скользя вдоль фазовой траектории, проходит в некоторой точке через полу изотропного конуса, изменение потенциала переключается в этой точке с убывания на возрастание, и наоборот. Так псевдоевклидово пространство, исходно пришедшее в физику в связи со специальной теорией относительности, естественным образом появляется вновь — однако уже в совершенно ином физическом контексте, связанном с динамикой классических нерелятивистских систем.

Как упоминалось выше, к классу псевдоградиентных систем принадлежат некоторые модельные объекты теоретической биофизики типа элементов возбудимых сред, характеризующиеся диссипативной динамикой с восстановлением. Однако оказывается, — и это во-вторых! — что формально псевдоградиентной структурой могут быть снабжены не только упомянутые объекты, но и некоторые гамильтоновы системы, изучавшиеся на протяжении долгого времени — напри-

мер, линейный гармонический осциллятор и уравнение Шрёдингера. В частности, потенциал, генерирующий псевдоградиентное представление уравнений движения гармонического осциллятора, есть мощность работы упругой силы над осциллятором, а переходу векторов скорости через полы изотропного конуса в фазовом пространстве осциллятора соответствуют экстремальные значения указанной мощности, периодически достигаемые в ходе колебаний.

Но гармонический осциллятор — гамильтонова система; поэтому возникает вопрос о критериях приводимости гамильтоновых систем к псевдоградиентному виду. К настоящему времени частичный ответ получен для простейшего случая гамильтоновой системы 2-го порядка: оказалось, что для представимости такой системы в псевдоградиентном виде достаточно, чтобы гамильтониан системы и потенциал, порождающий её псевдоградиентное представление, являлись действительной и мнимой частью h -голоморфной функции над алгеброй двойных (= гиперболических) комплексных чисел. h -голоморфные функции являются аналогами общеизвестных голоморфных функций над полем обычных — эллиптических — комплексных чисел; теория и приложения h -голоморфных функций были развиты Д.Г. Павловым и С.С. Кокаревым в 2010–2015 гг. В связи со сказанным напомним, что алгебра двойных чисел, будучи «хорошей» (ассоциативной, коммутативной) алгеброй ранга 2 над полем действительных чисел, тем не менее не изоморфна полю эллиптических комплексных чисел и поэтому содержит делители нуля. Это препятствие, возникающее при попытке построения теории h -голоморфных функций, её авторам удалось обойти.

Представленное сообщение имеет целью ознакомить сообщество с псевдоградиентными динамическими системами, выделение которых в отдельный класс представляется автору естественным. Тема, по-видимому, является новой, и, хотя основные мотивировки кажутся достаточно ясными, их детальная проработка (включая ответы на некоторые/многие возникающие вопросы) пока остаётся «за кадром». Автор сочтёт свою задачу выполненной, если изложенное выше — всё или по частям — окажется кому-нибудь полезным и наведёт на новые мысли.

Свободные колебания реконструированного среднего уха, подвергнутого тимпанопластике и стапедотомии

Михасев Г. И.

Минск, Белорусский государственный университет

Важнейшей составляющей слухового анализатора человека является колебательная система среднего уха (СУ), которая состоит из тимпанальной мембраны (ТМ), молоточка, наковальни, стреми и множества связок и мышц, удерживающих косточки в полости СУ и придающих системе определенную жесткость. Механические повреждения ее основных элементов (ТМ и косточек), либо паталогические изменения, вызванные заболеваниями (отит, отосклеротический анкилоз, образование ретракционного кармана на ТМ и др.), могут приводить к значительному снижению слуха или к его полной потере. Наиболее неблагоприятным является случай повреждения всех элементов СУ при полном отосклеротическом анкилозе стремени, приводящем к его полной фиксации. Устранение данной патологии осуществляется хирургическим способом, предусматривающим тимпанопластику (замену ТМ хрящевым трансплантатом), тотальную оссикулопластику (введение тотального протеза) и фенестрацию овального окна (перфорацию подножной пластины стремени). При данном типе реконструкции титановый протез своим основанием размещается на восстановленной ТМ, а его конец вводится через перфорацию во внутреннее ухо. Важнейшими характеристиками реконструированной колебательной системы СУ являются набор собственных частот и соответствующих мод колебаний. В ряде случаев положительный исход операций можно предсказать, если данные характеристики реконструированного среднего уха (PCY) оказываются близкими к характеристикам СУ в норме.

В работе предлагаются статические и динамические модели тотально реконструированного среднего уха. Реконструированная барабанная перепонка моделируется как тонкая упругая, близкая по форме к эллипсу, кольцевая пластинка. В качестве исходных рассматривается система дифференциальных уравнений, описывающая как изгибные, так и плоскостные формы колебаний. Протез трактуется как недеформируемый стержень, имеющий одну или две степени свободы (в зависимости от техники перфорации подножной пластины стремени). При реализации статической модели находятся начальные напряжения в системе, обеспечивающие ее жесткость и устойчивость. Динамическая модель, учитывающая начальные напряжения в ТМ, позволяет предсказать набор собственных частот и форм колебаний системы. На внутреннем контуре кольцевой пластинки ставятся кинематические граничные условия, связывающие амплитуды нормальных и тангенциальных перемещений. Решения уравнений движения пластины находятся с использованием асимптотического метода в виде рядов по степеням малого параметра, характеризующего приращение длины протеза. Выполнен анализ влияния геометрических и физических параметров протеза, места его инсталляции на ТМ, а также точки перфорации подножной пластины стремени на собственные частоты и формы колебаний. Обнаружены «мертвые» моды колебаний ТМ, не стимулирующие движение введенного протеза.

Диагностические возможности совместного использования дифференциальной тонометрии по Шиотцу и Маклакову

Моисеева И. Н.¹, Любимов Г. А.¹, Штейн А. А.¹, Иомдина Е. Н.²,
Арчаков А. Ю.²

¹Москва, Институт механики МГУ им. М. В. Ломоносова

²Москва, Московский НИИ глазных болезней им. Гельмгольца МЗ РФ

До недавнего времени считалось, что основным фактором, влияющим на развитие глаукомы, является внутриглазное давление, по степени увеличения которого в сравнении с нормой (в сочетании с определенными изменениями поля зрения) судили о тяжести заболевания. Однако в последние годы стали появляться исследования, в которых развитие глаукомы связывается с изменением физических свойств корнеосклеральной оболочки глаза, в частности, с изменением упругих характеристик. В офтальмологической практике для оценки упругих свойств глазной оболочки в целом применяются исследования с использованием тонометра с нагружающими элементами разного веса — эластотонметрия тонометром Маклакова и дифференциальная тонометрия тонометром Шиотца. Далее для обеих процедур будем также употреблять единый термин «дифференциальная тонометрия». Интерпретация их результатов основана на оценке разности внутриглазных давлений, формирующихся при нагружении глаза тонометрами разного веса. Неинвазивных способов оценки упругих свойств роговицы и склеры и их связи с глаукомой в настоящее время не существует.

В работе методами математического моделирования проводится анализ показателей, характеризующих механические свойства роговицы и склеры глаза и базирующихся на измерениях тонометрами Маклакова и Шиотца. В качестве теоретической основы используется предложенная нами ранее модель глазного яблока, в которой роговица представлена безмоментной (мягкой) упругой поверхностью, а склеральная область заменяется линейно упругим элементом, откликающимся на изменение давления только изменением объема. Если считать роговицу линейно упругой и по упругим свойствам пространственно однородной и изотропной в тангенциальном направлении, то такая модель характеризуется тремя упругими константами. Когда нагружение не слишком отклоняется от изотропного, как в большинстве задач тонометрии, основных определяющих констант оказывается только две. Эти параметры — эффективные жесткости роговицы и склеры.

Расчеты, моделирующие нагружение глазного яблока тонометрами Маклакова и Шиотца, показывают, что при фиксированных значениях внутриглазного давления до нагружения (истинного) и упругих характеристик (жесткостей) роговицы и склерального сегмента зависимость давления в нагруженном глазу (тонометрического) от веса груза близка к линейной, исключая область очень малых весов. На основании этого нами был введен коэффициент эластоподъема равный отношению разности тонометрических давлений под действием разных нагружающих весов к разности этих весов и проведены исследования зависимости этого коэффициента от упругих характеристик оболочки глаза и истинного внутриглазного давления, а также от типа тонометра. Результаты показали, что и коэффициент эластоподъема по Маклакову, и коэффициент эластоподъема по Шиотцу

возрастают как с ростом жесткости склерального сегмента, так и с убыванием истинного внутриглазного давления. В то же время, возрастание жесткости роговицы приводит к росту коэффициента эластоподъема по Шиотцу, но убыванию коэффициента эластоподъема по Маклакову, которое тем значительнее, чем мягче склеральный сегмент.

В качестве еще одного показателя, характеризующего механическое поведение глазной оболочки, рассмотрено отношение K коэффициента эластоподъема по Шиотцу к коэффициенту эластоподъема по Маклакову и исследована зависимость этой величины от механических параметров, присутствующих в модели глаза. Этот показатель убывает с ростом жесткости склерального сегмента и слабо зависит от истинного внутриглазного давления, в особенности при ужесточении роговицы. С другой стороны, при возрастании жесткости роговицы показатель растет. Описанные выше коэффициенты эластоподъема, измеряемые последовательно на исследуемом глазу тонометрами Маклакова и Шиотца, и их отношение K являются удобными для клинического использования характеристиками оболочки глаза, позволяющими оценить изменение ее упругих характеристик (возможно более удобными, чем сами значения этих характеристик, поскольку их определение требует специальных расчетов, затруднительных при клиническом обследовании). В связи с этим было проведено клиническое исследование, в котором участвовали пациенты, разделенные на группы с различной степенью развития первичной открытоугольной глаукомы.

Результаты исследования показали, что средние по группам значения коэффициента эластоподъема, определенные на основе эластонометрии по Маклакову, убывают с развитием тяжести заболевания. Значения другого коэффициента эластоподъема, определяемого по данным дифференциальной тонометрии по Шиотцу, демонстрируют повышение по мере развития глаукомного процесса. Более значимым оказался рост с возрастанием тяжести глаукомы значений предложенного нами коэффициента K . При превышении этим показателем порогового уровня 2,4 отмечались клинические признаки прогрессирования глаукомного процесса, что свидетельствует о диагностической и прогностической значимости этого критерия.

Анализ полученных данных, основанный на результатах вычислений, показывает, что возрастание коэффициента эластоподъема по Шиотцу по мере прогрессирования заболевания свидетельствует в первую очередь об увеличении склеральной жесткости, а уменьшение коэффициента эластоподъема по Маклакову — об ужесточении роговицы. Возрастание параметра K на фоне растущего коэффициента эластоподъема по Шиотцу указывает на нарастающий дисбаланс биомеханических свойств роговицы и склеры при развитии заболевания (относительное возрастание жесткости роговицы, опережающее относительное возрастание склеральной жесткости).

Работа поддержана РФФИ (проект № 17-01-00380).

Физические модели лиганд-активируемых ионных каналов

Москвин А. С.

Екатеринбург, Уральский федеральный университет

Важнейшие представители лиганд-активируемых ионных каналов — риадинозные каналы (RyR) RyR1,2,3, являющиеся основными молекулярными детерминантами Ca^{2+} гомеостаза, рассматриваются как важнейшие цели терапевтического вмешательства. Ранее нами была предложена простая «одномерная» электронно-конформационная (ЭК) модель, в рамках которой множество степеней свободы этого гигантского наноскопического молекулярного комплекса сводится к двум, условно называемым электронной и конформационной, соответственно. В простейшем варианте модели («toy model») конформационный потенциал, или энергетический профиль, RyR канала представляет собой две ветви, описывающие зависимость энергии от единственной конформационной координаты Q («координаты реакции») в исходном и лиганд-активированном состоянии, соответственно. В рамках ЭК модели нами были успешно описаны особенности динамики как изолированных RyR2-каналов, так и RyR2-кластеров в клетках рабочего миокарда и водителя сердечного ритма. ЭК модель дает биофизическое обоснование традиционной феноменологической модели марковских цепей. Более того, ЭК модель может быть легко модифицирована для описания потенциал-активируемых и механочувствительных каналов. Новейшие данные криоэлектронной микроскопии указывают на сложный характер конформационного преобразования открытие-закрытие RyR2-канала, сопровождаемого расширением-сжатием цитозольной области канала (breathing mode) со сдвигом в сторону люмена и вращением центрального домена (rotation mode), т.е. RyR2 канал открывается подобно ирисовой диафрагме фотокамеры. Для эффективного описания такого преобразования необходимо ввести, как минимум, две коллективные конформационные координаты, описывающие расширение-сжатие сечения канала (Q) и поворот центрального домена, характеризуемый углом Θ . В данной работе нами рассмотрено обобщение ЭК модели с учетом как тетрамерной структуры RyR канала, так и новой дополнительной («ортогональной») вращательной конформационной моды. «Двумерная» потенциальная энергия канала включает собственную энергию мод и энергию взаимодействия мод. Показано, что в зависимости от параметров модели минимум конформационного потенциала может расщепляться на два эквивалентных или неэквивалентных минимума, связываемые с открытым и закрытым состояниями канала, соответственно. В развитие первоначального варианта ЭК модели мы разработали также методику учета тетрамерной структуры RyR2-канала и 4-х центров Ca^{2+} -активации. Обобщенная модель позволяет объединить преимущества ЭК модели — энергетический подход, учет конформационной динамики и квантовых эффектов с преимуществами традиционных марковских моделей.

Работа выполнена при поддержке Программы 211 Правительства Российской Федерации, соглашение № 02.А03.21.0006 и проектов №2277 и №5719 МОН РФ.

Биомеханические аспекты кальциевой регуляции мышечного сокращения

Набиев С. Р.¹, Кубасова Н. А.², Матюшенко А. М.³, Левицкий Д. И.³,
Цатурян А. К.²

¹Екатеринбург, Институт иммунологии и физиологии УрО РАН

²Москва, Институт механики МГУ им. М. В. Ломоносова

³Москва, ФИЦ «Фундаментальные основы биотехнологии» РАН

Мышца сокращается в результате относительного скольжения толстых миозиновых нитей относительно тонких. Сокращение и расслабление мышцы регулируется путем изменения внутриклеточной концентрации ионов кальция, которые обратимо связываются с регуляторным белком тропонином, входящим в структуру тонких нитей. Другой регуляторный белок, тропомиозин, представляет собой супер-спираль, образованную двумя переплетенными альфа-спиралями. Соседние димерные молекулы тропомиозина соединяются друг с другом «голова к хвосту», образуя непрерывный тяж, который располагается в спиральной борозде вдоль всей актиновой нити. В отсутствие ионов кальция, тропонин присоединяется к актину, смещая тропомиозин в положение, в котором он закрывает миозин-связывающие участки на актине. Связывание кальция с тропонином освобождает тропомиозин, в результате чего он поворачивается относительно оси актиновой нити и приоткрывает эти участки. Последующее присоединение миозиновых головок к актину вызывает дальнейшее смещение тропомиозина и открытие участков связывания на актине для соседних миозиновых головок. Многие свойства системы регуляции сокращения, в частности наклон зависимости степени активации мышцы от концентрации ионов кальция и влияние миозиновых головок на эту зависимость, могут быть объяснены в рамках модели, которая рассматривает тропомиозин как нерастяжимый упругий стержень, который имеет в ненапряженном состоянии форму спирали и может перемещаться по поверхности актиновой нити (Metalnikova, Tsaturyan, Biophys. J. 2013). Эта модель также позволяет оценить, как изменение жесткости тропомиозиновой молекулы может повлиять на характер кальциевой регуляции сокращения. Нами (Nabiev et al., 2015) был развит и реализован метод измерения изгибной жесткости реконструированных актиновых нитей с помощью оптических щипцов и показано, что чувствительность этого метода достаточна для выявления изменений жесткости, вызванной точечной мутацией в молекуле тропомиозина. Другой подход к оценке жесткости тропомиозина дает метод молекулярной динамики (Matyushenko et al., FEBS J, 2018). Анализ молекулярно-динамических траекторий позволяет оценить так называемую персистентную длину тропомиозиновой молекулы, обратно пропорциональную ее изгибной жесткости. В докладе описаны результаты применения этих подходов к анализу изгибной жесткости различных изоформ тропомиозина дикого типа и при наличии некоторых мутаций. Результаты молекулярно-механического анализа сравнивали с данными измерений характеристик кальциевой регуляции актин-миозинового движения «in vitro» для реконструированных тонких нитей с таким же тропомиозином.

Исследование поддержано грантами РФФИ № 16-04-00693 и 17-00-00066.

Исследование эффективности излучателей медицинского ультразвука из пористой пьезокерамики с модифицированными интерфейсными свойствами

Наседкин А. В.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет

В современной медицине широко используются различные ультразвуковые приборы, причем области их применения постоянно расширяются. Так, стали появляться портативные аппараты УЗИ, устройства HIFU (High Intensity Focused Ultrasound)-терапии, ультразвуковые скальпели, ножницы и пр. Для возбуждения и регистрации ультразвуковых волн в этих приборах часто применяются пьезоэлектрические преобразователи. Эффективность пьезоэлектрических актуаторов и сенсоров в таких приложениях зависит от ряда условий. Наиболее важную роль здесь играют свойства пьезокерамического материала и их стабильность. Материальные свойства пьезокерамики, геометрические параметры устройства и типы возбуждаемых волн определяют такие важные характеристики, как коэффициенты электромеханической связи, импеданс преобразователя, полосу пропускания и др.

Как показали теоретические и экспериментальные исследования, для акустических приложений пористая пьезомерамика имеет ряд преимуществ по сравнению с плотной. Так, импеданс пористой пьезомерамики меньше импеданса плотной керамики, что приводит к лучшему акустическому согласованию излучателя с акустической средой. В связи с этим, в ультразвуковом излучателе можно обойтись без добавления согласующих слоев, что упрощает конструкцию и повышает долговечность. Между тем, толщинный пьезомодуль d_{33} для многих видов пористой пьезокерамики остается тем же самым, что и для плотной, а ее пьезочувствительность возрастает. В итоге толщинный коэффициент электромеханической связи остается достаточно высоким. Однако поперечный пьезомодуль d_{31} обычной пористой пьезокерамики убывает с ростом пористости, а также понижаются ее прочностные свойства.

В последнее время разрабатываются новые пористые пьезокерамики, которые обладают улучшенными характеристиками, сохраняя основные преимущества обычной пористой пьезокерамики. К таким новым видам можно отнести пористые пьезокерамические материалы с модифицированными свойствами в окрестностях пор и наноструктурированные пористые пьезокерамики.

Так, использование в порообразователях микро- и наногранул с металлическими частицами или с частицами других веществ позволяет получать пористые материалы с полностью или частично металлизированными поверхностями пор, а также с легированными другими веществами поверхностями пор.

Для наноразмерных пор наблюдается масштабный эффект, в силу которого материальные свойства нанопористого материала могут существенно отличаться от свойств материала с обычной или с микро- пористостью. Наиболее интересно свойство возрастания жесткости нанопористого материала по сравнению со сплошным материалом при уменьшении размеров нанопор.

Для построения моделей гомогенизации новых видов пористой пьезокерамики использовалась теория электроупругости, метод эффективных модулей механики композитов, конечно-элементные технологии генерирования представительных объемов с учетом особенностей внутренней структуры и численного решения задач гомогенизации.

Представительные объемы строились в форме куба со специальным разбиением на гексаэдральные конечные элементы со свойствами пьезокерамического материала и порами. Выбор пористых элементов осуществлялся случайным методом среди таких элементов, которые обеспечивали закрытую пористость.

В случае материала с металлизированными границами пор дополнительно проводились следующие действия. Поскольку металл на границе поры можно считать эквипотенциальной поверхностью, то на этой границе задавались граничные условия, принятые в теории электроупругости для свободного электрода. Если толщиной металла нельзя пренебречь, то эта граница покрывалась еще оболочечным конечным элементом с соответствующими материальными свойствами. Пористая пьезокерамика с металлизированными границами пор является неоднородно поляризованным материалом. Поэтому в построенном объеме предварительно решалась задача электростатики, имитирующая процесс поляризации. Из решения данной задачи определялись векторы поляризации, которые запоминались для каждого пьезоэлектрического конечного элемента и определяли элементные системы координат для последующих расчетов.

Поверхностные эффекты в случае наноструктурированных материалов моделировались оболочечными элементами с опциями только мембранных напряжений (при учете только механических поверхностных эффектов) или трехмерными конечными элементами со связанными степенями свободы.

Для построенных моделей представительных объемов пористых пьезокерамических материалов с модифицированными поверхностями пор или с учетом поверхностных эффектов решались задачи сравнения, позволяющие определить полный набор их эффективных модулей. Анализ численных результатов показал, что такие материалы обладают улучшенными электромеханическими и прочностными свойствами. При этом для пористых пьезокерамических материалов с металлизированными поверхностями пор с ростом пористости поперечный пьезомодуль d_{31} может даже возрастать.

В качестве примеров использования новых пористых пьезокерамик в ультразвуковых преобразователях были исследованы модели сферических излучателей, работающих на толщинных модах, и дискового излучателя с одной плосковогнутой поверхностью, для которого был проведен анализ режимов работы как на толщинных, так и на планарных модах колебаний. Проведенные расчеты показали эффективность рассмотренных видов ультразвуковых пьезоизлучателей, выполненных из пористой пьезокерамики с модифицированными свойствами на границах пор.

Работа выполнена в рамках проектов РФФИ № 16-58-48009 при исследовании пористых материалов с металлизированными границами пор и № 16-01-00785 при исследовании наноструктурированных пористых пьезокерамик.

Конечно-элементный анализ эффективности
тарелкообразного излучателя для ингаляционной терапии
в зависимости от свойств композитной пьезокерамики

Наседкина А. А.¹, Наседкин А. В.¹, Раджагопал А.²

¹Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет

²Хайдерабад, Индийский технологический институт Хайдерабада

Гибкие Symbal пьезоэлектрические преобразователи находят достаточно широкое применение в современных сенсорах, актуаторах и излучателях. В стандартном варианте Symbal представляют собой трехслойную конструкцию, в которой к пьезокерамическому диску сверху и снизу приклеены более гибкие металлические тарельчатые накладки. Основная особенность Symbal преобразователя состоит в возможности генерирования достаточно больших вертикальных перемещений накладок при радиальных колебаниях пьезокерамического диска. Как было показано, эффективный продольный пьезокоэффициент Symbal преобразователя d_{33}^s является линейной комбинацией продольного пьезомодуля d_{33} и поперечного пьезомодуля d_{31} пьезокерамического материала, т.е. $d_{33}^s = G_1 d_{33}^s - G_2 d_{31}^s$, где G_1, G_2 — неотрицательные множители, зависящие от геометрических размеров. Таким образом, эффективность электромеханического преобразования можно повышать не только при варьировании размеров конструкции, но и подбирая материал преобразователя с высокими значениями пьезомодулей d_{33} и $|d_{31}|$. Недавние результаты компьютерного моделирования пористых пьезокерамических материалов с металлизированными поверхностями пор показали, что у таких материалов с ростом пористости значения пьезомодулей d_{33} и $|d_{31}|$ возрастают. Кроме того, пористый материал имеет меньший акустический импеданс, чем аналогичный плотный материал, что лучше для генерирования волн во внешнюю среду при акустических применениях. Указанные обстоятельства определили направленность исследований данной работы. Именно, в работе методами конечно-элементного моделирования был исследован Symbal пьезопреобразователь стандартной формы, предназначенный для работы в составе устройства ингаляционной терапии. В качестве активного материала преобразователя были проанализированы следующие типы пьезокерамик: 1) обычная пористая пьезокерамика; 2) пористая пьезокерамика с металлизированными поверхностями пор пренебрежимо малой толщины, моделируемыми только условиями свободных электродов; 3) пористая пьезокерамика с металлизированными поверхностями пор конечной толщины, моделируемыми оболочечными элементами и условиями свободных электродов.

Как было обнаружено, значения первых резонансных и антирезонансных частот преобразователя уменьшаются с ростом пористости для всех трех вариантов пористой пьезокерамики, однако характер сравнительного убывания резонансных и антирезонансных частот для различных типов пьезокерамики существенно отличается. Это различие обуславливает поведение зависимостей коэффициентов электромеханической связи (КЭМС) от пористости. Так, для обычной пористой пьезокерамики первые резонансные частоты становятся электрически менее активными, т.е. КЭМС убывает с ростом пористости. Однако КЭМС растет с ростом пористости для пьезокерамики варианта 2, а для варианта 3 КЭМС практически

не меняется с ростом пористости. Таким образом, для пористой пьезокерамики металлизация пор повышает электрическую активность резонансных частот.

Далее были проанализированы амплитудные характеристики преобразователя в окрестности первых частот электрических резонансов и антирезонансов в его центральной точке и в средней точке боковой поверхности преобразователя. Амплитудные характеристики были построены при различных электрических воздействиях: заданной разности потенциалов и заданным электрическим зарядом на одном электроде при заземленном втором электроде. Как оказалось, зависимости от пористости максимумов амплитуд смещений в этих двух задачах достаточно сильно отличаются. Тип пористости пьезокерамики также существенно влияет на величины амплитуд колебаний.

Было получено, что в случае обычной пористой пьезокерамики (вариант 1) при задании разности потенциалов амплитуды максимумов смещений на резонансных частотах убывают с ростом пористости, причем амплитуды осевых перемещений убывают сильнее, чем амплитуды радиальных перемещений. Для варианта 2 пористой пьезокерамики максимумы осевых перемещений слабо растут при увеличении пористости, а максимумы радиальных перемещений возрастают значительно более быстро. В случае пористой пьезокерамики варианта 3 максимумы амплитуд осевых перемещений практически не зависят от пористости, а максимумы амплитуд радиальных перемещений возрастают с ростом пористости, но менее сильно, чем для варианта 2.

Различия в максимумах осевых перемещений становятся менее заметными при возбуждении колебаний Сумбал преобразователя электрическим зарядом. Здесь для всех трех вариантов максимумы перемещений незначительно возрастают с ростом пористости, причем более сильно, как и ранее, для варианта 2. Также для всех трех вариантов с увеличением пористости наблюдается и рост максимумов амплитуд радиальных смещений. При этом рост амплитуд как осевых, так и радиальных перемещений наименьший для варианта 3 с толстым покрытием металлом поверхностей пор.

Отметим, что во всех случаях на первых резонансных частотах осевые перемещения преобразователя в центральных торцевых областях оказываются на порядок большими по сравнению с радиальными перемещениями его боковых поверхностей. Таким образом, Сумбал преобразователь на первой резонансной частоте эффективно генерирует осевые колебания. Кроме того, использование пористой пьезокерамики с поверхностями пор, покрытыми очень тонким слоем металла, повышает эффективность возбуждения колебаний в наибольшей степени. Если еще принять во внимание меньший акустический импеданс пористой пьезокерамики по сравнению с плотной, то можно сделать вывод о перспективности применения такого типа пьезокерамических материалов в качестве активных материалов для излучателей акустических волн.

Работа выполнена в рамках проекта РФФИ № 16-58-48009.

Информационные технологии в исследовании экологически обусловленных заболеваний опорно-двигательной системы

Ульянов В. С.¹, Негреева М. Б.²

¹*Иркутск, Иркутский государственный университет*

²*Иркутск, Иркутский научный центр хирургии и травматологии*

Актуальность исследования обусловлена влиянием антропогенных факторов на здоровье населения, множеством и разнообразием данных биомедицинских исследований, необходимостью их стандартизации и статистического анализа, объективизацией, в том числе и визуализацией результатов, а также значимостью прогнозирования санитарно-эпидемиологической ситуации как в целом по стране, так и в её отдельных регионах. Исследования Сириной Н.В., 2009 г., Шапиной Т.И., 2009 г., Кувиной В.Н., Кувина С.С., 2013 г. доказали значимость проблемы и необходимость её всестороннего изучения.

Цель исследования состоит в создании информационной системы для анализа развития и прогнозирования заболеваемости в условиях техногенного загрязнения окружающей среды на примере детей с ортопедической патологией. Среди задач исследования отметим преобработку (стандартизация, очистка, геолокация), создание геоинформационной системы (интерактивной карты), математическое моделирование (выбор модели, отбор признаков), машинное обучение и прогнозирование.

Дети и подростки — 336 обследуемых в ходе выполнения НИР в 2013–2014 гг., проживающих в г. Шелехов и Шелеховском р-не Иркутской области. Исходный формат данных был представлен в виде таблиц с графами показателей (возраст в годах, пол, ортопедическая патология, место жительства и др.). Анализ данных включал отбор признаков (дерево решений), математическую модель (логистическая регрессия, метод опорных векторов), обучение и прогнозирование (NumPy, Scikit—Learn). Используются следующие характеристики качества медицинских тестов: чувствительность — доля действительно болеющих людей в обследованной популяции, которые по результатам теста выявляются как больные, специфичность — доля тех, у которых тест отрицателен, среди всех людей, не имеющих болезни (состояния). При значениях показателя от 0 до 0,3 — специфичность/чувствительность очень слабая, от 0,3 до 0,5 — слабая, от 0,5 до 0,7 — средняя, от 0,7 до 0,9 — высокая, от 0,9 до 1 — очень высокая. Установлено, что состояние опорно-двигательной системы в норме характеризовалось специфичностью — 0,91, чувствительностью — 0,00, количеством из общего числа обследуемых — 30/336. Тогда как сочетанная ортопедическая патология специфичностью — 0,00, чувствительностью — 0,73, количеством из общего числа 245/336. На данном этапе исследования разработан прототип информационной системы для анализа развития и прогнозирования заболеваемости в условиях техногенного загрязнения окружающей среды, проведена его апробация на данных детей и подростков с ортопедической патологией, оценена специфичность и чувствительность полученных тестов.

Анализ влияния факторов предварительного состояния на пьезоэлектрические свойства костной ткани

Недин Р. Д., Дударев В. В., Юров В. О.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет

Выполнение некоторых базовых функций сложных живых организмов (сокращение мышечной ткани, взаимодействие нервных клеток) происходит посредством электрических импульсов. В костной ткани при регенерации также происходят электрохимические процессы. Один из принципов образования электрических импульсов основан на пьезоэлектрических свойствах коллагена. Последние исследования показали, что функция восстановления костной ткани (накопление остеобластов) особенно ярко проявляется вблизи трещин на поверхности чистой гидроксипатитовой керамики. Этот результат указывает на то, что сам гидроксипатит может участвовать в электрохимических процессах при регенерации клеток. Следует отметить, что на регенерацию костной ткани также существенное влияние оказывает поле предварительных напряжений. В настоящее время исследование влияния различных факторов на процесс возникновения пьезоэлектрического эффекта в костной ткани является одной из актуальных проблем современной биомеханики.

В работе сформулирована общая постановка задачи о движении электроупругого тела при наличии неоднородного предварительного напряженно-деформированного состояния (ПНДС). Сформулированы вариационный принцип и слабая постановка для различных представлений энергии. На основе построенных моделей сформулирована модельная задача о продольных колебаниях фрагмента костной ткани в рамках модели электроупругого преднапряженного стержня с неоднородной структурой. ПНДС считается одноосным. Постановка задачи представлена в виде канонической системы двух уравнений первого порядка с соответствующими краевыми условиями. Отдельно рассмотрено два случая колебаний: 1) колебания консольно закрепленного стержня вызываются периодической во времени сосредоточенной силой, приложенной на свободном конце; 2) колебания вызываются путем периодической подачи разности потенциалов на электроды, расположенные на торцах стержня. Решение первой задачи получено численно с помощью метода пристрелки. Во втором случае решение задачи сведено к исследованию интегрального уравнения Фредгольма второго рода. Решение этого уравнения в общем случае неоднородности ПНДС получено численно с помощью метода коллокации. Также по аналогии с первой задачей решение получено путем сведения к канонической системе дифференциальных уравнений первого порядка и последующим использованием метода пристрелки. Проведено сравнение этих двух численных решений. Для обеих задач построены амплитудно-частотные характеристики для различных законов неоднородности и уровня ПНДС. Проведен анализ влияния преднапряжений на значения резонансных частот.

Работа выполнена при поддержке гранта Президента Российской Федерации МК-3179.2017.1, РФФИ (проект № 16-01-00354).

Об особенностях идентификации теплофизических свойств биологических тканей

Нестеров С. А.

Владикавказ, Южный математический институт — филиал ВЦ РАН

При моделировании биологических тканей важную роль играет точная информация о механических и теплофизических свойствах этих тканей. Обычно исследователи уделяют внимание определению механических характеристик биологических тканей, изменение которых имеет большое значение для медицинской диагностики различных патологий. Однако при многих заболеваниях изменяются также и теплофизические характеристики тканей, в частности коэффициент теплопроводности. Как известно, многие биологические объекты моделируются цилиндрическими областями и имеют слоистое строение. В работе предложен подход к идентификации теплофизических свойств — коэффициента теплопроводности и удельной теплоемкости бесконечного кругового полого трехслойного цилиндра.

Трехслойный цилиндр моделируется в виде цилиндра с неоднородными по глубине теплофизическими свойствами. Функции, характеризующие неоднородность, имеют точки разрыва первого рода на границе слоев. Прямая задача нестационарной теплопроводности для цилиндра после преобразования Лапласа решается путем сведения к интегральному уравнению Фредгольма 2-го рода и обращению полученных решений в трансформантах на основе теории вычетов.

Схема решения обратной задачи основана на ранее разработанной методике решения обратных задач теплопроводности для характеристик, имеющих вид непрерывных функций. Теплофизические характеристики восстанавливались в два этапа. На первом этапе определялось начальное приближение среди кусочно-однородных функций проекционным методом Галеркина. На втором этапе определялись поправки реконструируемых функций путем решения интегрального уравнения Фредгольма 1-го рода. После нахождения поправок строилось новое приближение, и осуществлялся итерационный процесс уточнения восстанавливаемых характеристик. Критерий выхода из итерационного процесса — достижение порогового значения функционала невязки.

Проведены вычислительные эксперименты по восстановлению неизвестных безразмерных характеристик трехслойного цилиндра как среди кусочно – постоянных, так и кусочно – непрерывных функций. Исследовалось влияние различных способов теплового нагружения, величины модулей, монотонности функций, относительной толщины слоев на результат реконструкции. Выяснено, что наибольшая погрешность реконструкции теплофизических характеристик (12%) возникает в окрестностях точек соединения слоев, а в остальных точках не превышает 6%, что подтверждает эффективность предлагаемого подхода к решению задачи идентификации. Результаты реконструкции зависят от толщины слоев: чем толще слой, тем результат реконструкции лучше.

Биомеханические нагрузки в процессе коррекции прикуса зубочелюстной системы человека

Никитин В. Н.¹, Тверье В. М.²

¹*Пермь, Пермский национальный исследовательский политехнический университет*

²*Пермь, Пермский государственный национальный исследовательский университет*

Рассматривается дополненная существующая методика коррекции прикуса путем привнесения в существующую методику алгоритма учета усилий, возникающих в зубочелюстной системе человека. В основе алгоритма лежит поставленная задача коррекции прикуса с ограничениями на напряжения в костной ткани нижней челюсти и дисках височно-нижнечелюстных суставов.

Суть задачи коррекции прикуса заключается в определении такого положения прикуса, описываемого независимыми стоматологическими параметрами, при котором достигается более равномерное вовлечение жевательных мышц в процесс максимального сжатия челюстей, а также выполняются ограничения на напряжения в костной ткани нижней челюсти и дисках височно-нижнечелюстных суставов. Напряжения в теле нижней челюсти и диске каждого из двух височно-нижнечелюстных суставов определяются из решения задач теории упругости. Для определения напряжений необходимо знать усилия жевательных мышц и реакции височно-нижнечелюстных суставов, являющихся граничными условиями для поставленных задач. Усилия жевательных мышц определяются из решения задачи оптимизации, в которую входят уравнения равновесия челюсти под действием заданной максимальной жевательной нагрузки и критерий оптимизации. Из области нормальных значений независимых стоматологических параметров прикуса выбираются: во-первых, те, которые влияют на функционирование, состояние и питание, а во-вторых, те, при которых наблюдается наиболее равномерное распределение усилий жевательных мышц по отношению к их максимальным значениям. Область значений независимых стоматологических параметров прикуса, при которых выполняются ограничения на напряжения в костной ткани нижней челюсти и дисках височно-нижнечелюстных суставов, выбираются для того, чтобы стоматолог мог оценить варианты лечения, которые может не доставят равномерное распределение усилий жевательных мышц по отношению к их максимальным значениям, но при которых это распределение будет близко к равномерному и которое будет сопровождаться более щадящим стоматологическим лечением. Предполагается, что учет анализа влияния изменений параметров прикуса в их физиологических диапазонах значений на усилия в зубочелюстной системе позволит на практике дать критерии выбора конкретных значений независимых стоматологических параметров прикуса на основе индивидуальных данных пациента и усилий в зубочелюстной системе, а также долгосрочный прогноз возникновения патологий после проведенного лечения.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 18-01-00589).

Оценка декремента затухания бегущих упругих волн в слоистых биополимерных материалах

Новиков О. И., Еремин А. А.

*Краснодар, Институт математики, механики и информатики,
Кубанский государственный университет*

Биополимеры являются перспективным классом материалов с широким спектром инженерных приложений, включая автомобилестроение, строительство и медицину. Биосовместимость, биodeградация и почти полное отсутствие цитотоксичности, позволяют использовать эти материалы в регенеративной медицине, стоматологии или ортопедии при изготовлении объектов, имплантируемых в живой организм. Учитывая общую сложность их геометрии и тенденцию к пациенто-ориентированному подходу, важным этапом при проектировании данных объектов является компьютерное моделирование их механического поведения с учетом связанных физических полей. Среди входных параметров таких моделей одними из основных являются эффективные упругие свойства биополимеров, для которых характерно вязкоупругое поведение. Для их определения наряду с традиционными экспериментами на динамическое растяжение и изгиб большой интерес представляют неразрушающие ультразвуковые методики, базирующие на использовании объемных или бегущих упругих волн.

В настоящем докладе обсуждается возможность использования экспериментально измеренных дисперсионных характеристик и интенсивности затухания волн Лэмба для оценки эффективных вязкоупругих модулей слоистых биополимерных материалов в рамках модели линейной вязкоупругости. Для определения описывающих материал упругих постоянных, являющихся комплексными числами, минимизируется невязка между теоретическими и экспериментальными частотными зависимостями скорости потока энергии (аналог групповой скорости в вязкоупругом случае) и декремента затухания. Компьютерное моделирование волновой динамики рассматриваемой структуры осуществляется с использованием полуаналитического интегрального подхода и получаемых на его основе асимптотических представлений для волновых полей, возбуждаемых произвольной поверхностной нагрузкой. Экспериментальные исследования проводились на образцах из волоконно-армированного углепластика, рассматривавшегося в качестве аналога биополимерного стекловолоконного композита, применяющегося в стоматологии и ортопедии. Для определения групповых скоростей и интенсивности затухания бегущих упругих волн к волновым сигналам, измеренным в наборе точек, расположенных на различном удалении от места приложения нагрузки применялся вейвлет- и спектральный анализ.

Работа выполнена при совместной поддержке РФФИ и Администрации Краснодарского края в рамках проекта № 16-41-230744.

Идентификация прижимных усилий на основе нейронной сети

Напрасников В. В.¹, Соловьев А. Н.²

¹*Минск, Белорусский национальный технический университет*

²*Ростов-на-Дону, Донской государственный технический университет*

Современная гражданская и военная техника во многих случаях оснащена большим количеством радиоэлектронной аппаратуры. Перегрев радиоэлектронной аппаратуры, которая обычно располагается в замкнутых герметичных объемах, может привести к повреждению всей бортовой электроники и недопустимым отказам. Поэтому системы, отвечающие за теплоотведение, должны оснащаться средствами для охлаждения воздуха, к которым относятся компрессорно-конденсаторные агрегаты (ККА). Несущим и опорным элементом конструкции ККА является рама, которая обеспечивает возможность его крепления на машину и удобный доступ для технического обслуживания. Она должна обладать достаточной жесткостью для придания целостности механической системе и предотвращения по возможности явления паразитных колебаний.

Одним из требований технических условий для конструкций ККА является отсутствие резонансов в заданном частотном диапазоне. Однако в процессе эксплуатации величины прижимных усилий в местах крепления отдельных элементов могут изменяться, что влияет на спектр собственных частот. Таким образом, актуальной является задача построения математических моделей несущих конструкций систем ККА на современных транспортных средствах, оснащенных большим количеством электроники. Эти модели позволят идентифицировать величины прижимных усилий креплений конструкции. Размещение и крепление элементов влияют на распределение напряжений и смещений в несущей конструкции. Погрешности крепления отдельных составляющих конструкции могут привести к деформации деталей и последующей поломке устройства в целом. Повреждения в резьбовых соединениях возникают главным образом из-за неправильно подобранных компонентов соединения, недостаточного или превышенного усилия затяжки, неравномерного распределения усилия затяжки. Возможность определения погрешностей крепления отдельных элементов по возникающим в работе деформациям позволит предсказать поведение конструкции в ходе эксплуатации.

В пакете MATLAB при помощи инструмента NeuralNetworkToolbox строим двухслойную однонаправленную нейронную сеть по аналогии с моделью нейронной сети для фланца. Число входов данной сети 12, что включает максимальные величины смещения по осям и координаты соответствующих узлов; число выходов — 4, что соответствует величинам прижимных усилий в четырех узлах крепления. В первом слое, состоящем из четырех нейронов, используется дифференцируемая функция активации гиперболического тангенса TANSIG. Во втором слое, состоящем из двух нейронов, используется логарифмическая сигмовидная функция активации LOGSIG. Последний слой является выходом сети. Для обучения используется функция на основе алгоритма обратного распространения TRAINLM, которая задается по умолчанию.

После успешного обучения нейронной сети проведено ее тестирование. Для этого были взяты пробные значения максимальных смещений конструкции, которые соответствуют уже известным значениям затяжки болтовых соединений.

При расчете рамы ККА был получен следующий вектор решений: $[4,0906e-04; -5,e-03; 4,9278e-02; 0,29902; 3,8796e-05; 0,15833; 3,5e-02; 0,418; 4,5502e-05; 0,19429; 2,e - 02; 0,488]$, что соответствует варианту конструкции с усилиями предварительной затяжки болтов, равными 8000Н, 7000Н, 8000Н, 4000Н в четырех болтах соответственно. После нормализации входной вектор значений имеет вид $[0,118765515; -0,142689858; 0,483907556; -0,802527495; -0,411459679; 0,338103691; 0,575; 0,35; -0,28310195; 0,4987375; 0,343767308; 0,2]$. В ходе испытания получены следующие результаты: 7556Н, 6950Н, 7400Н, 4200Н. Эффективность предлагаемого подхода демонстрируют полученные результаты. Так, в задаче о прижимных усилиях четырех болтовых соединений фланца покомпонентное сравнение результирующего вектора с тестовым дает следующие относительные погрешности в процентах: $[1,42857; -0,33333; -0,66000; -0,1522857]$.

В задаче идентификации прижимных усилий в местах крепления генератора к опорной раме конструкции ККА сравнение результирующего вектора с тестовым дает следующие относительные погрешности в процентах: $[-0,55000; -7,41428; -7,50000; 5,00000]$. Отметим, что точность можно повысить, увеличив количество предварительных численных экспериментов на основе конечно-элементной модели.

Развитие концепции «Виртуальный физиологический человек»

Няшин Ю. И.

Пермь, Пермский национальный исследовательский политехнический университет

Развитие медицины XXI века опирается на четыре направления, начинающиеся на букву «п»: предсказательная (предикативная) медицина, профилактическая (предупредительная) медицина, персонализированная (индивидуальная) медицина, медицина с участием пациента как участника процесса лечения.

Для реализации указанных направлений в медицине требуется широкое использование последних достижений науки, в частности, компьютерных наук. Одним из перспективных достижений в этом направлении является развитие Международного мегапроекта «Виртуальный физиологический человек». Согласно этой концепции организм человека рассматривается как сложная многоблочная биомеханическая система. В состав этой системы входят все подсистемы организма человека (сердечно – сосудистая система, система дыхания, нервная система, зубочелюстная система, билиарная система, опорно-двигательный аппарат и др.). Цель развития концепции «Виртуальный физиологический человек» состоит в детальном исследовании всех подсистем организма человека и установлении количественных и качественных связей между ними. Развитие данной концепции позволяет значительно ускорить и улучшить диагностику, найти оптимальный метод лечения каждого индивидуального пациента, включая проведение виртуальной операции. В данном сообщении особое внимание уделяется анализу влияния патологии зубочелюстной системы на нарушения мозгового кровообращения

(в частности, одонтогенный инсульт). В настоящее время в Европе четверть населения страдает от заболеваний головного мозга. В России ежегодно инсульт развивается у более 500 тысяч россиян, причем каждые 1,5 минуты он поражает новую жертву. Ежегодная смертность от инсульта в России — одна из наиболее высоких в мире. В течение года умирает примерно половина заболевших. Он является лидирующей причиной инвалидности населения. По данным Национального реестра инсульта, треть пациентов, перенесших это заболевание, нуждается в постоянной помощи в уходе за собой, 20% не могут самостоятельно ходить и лишь каждый пятый из выживших может вернуться к прежней работе.

Данное заболевание является многофакторным и может возникнуть от воздействия различных факторов. Поэтому очень важно выявление причин возможного инсульта и соответствующая первичная профилактика. В настоящее время многие ведущие ученые говорят о том, что борьба с этим тяжелым заболеванием должна вестись не только силами специалистов по медицине, но и с участием специалистов по фундаментальным естественным наукам, в частности биомеханики.

В предлагаемом исследовании особое внимание уделяется анализу структурных и физиологических особенностей зубочелюстной системы человека в динамике ее развития от рождения и далее в течение всей жизни человека. Анализируется влияние биомеханического давления на процессы филогенеза и онтогенеза в зубочелюстной системе. Особенно важным элементом исследования в рамках поставленной проблемы является анализ патологических изменений в зубочелюстной системе и в других системах организма. Показана связь неправильного прикуса (неправильной окклюзии) с нарушениями шейного отдела позвоночника, включая инсульт сосудов головного мозга.

Очень важным и интересным объектом исследования с точки зрения биомеханики и связи с другими системами организма является парный височно-нижнечелюстной сустав. Диски суставов являются аваскулярными (лишенными кровеносных сосудов) и питание их производится не за счет кровеносных сосудов, а за счет втекающей и вытекающей внутритканевой жидкости.

Таким образом, выявлена биомеханическая связь: неправильный прикус, деформация и смещение височно-нижнечелюстного сустава, нарушение функционирования сонной артерии, нарушение мозгового кровообращения.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 18-01-00589).

Биомеханика керамического и титанового внутрикостных дентальных имплантатов

Перельмутер М. Н.¹, Олесова В. Н.²

¹Москва, Институт проблем механики им. А. Ю. Ишлунского РАН

²Москва, Институт повышения квалификации ФМБА России

Современная ортопедическая стоматология в части несъемного протезирования все больше ориентирована на использование CAD/CAM фрезерованных керамических коронках или мостовидных протезах на каркасах из диоксида циркония. В связи с этим возрастает интерес к керамическим абатментам имплантатов, как внутрикостным опорам цельнокерамических протезных конструкций. Предложения производителей керамических имплантатов с осторожностью воспринимаются стоматологами практиками из-за опасения в хрупкости керамических имплантатов, в связи с чем, актуальны исследования по биомеханике керамических имплантатов.

Расчетное исследование напряженно-деформированного состояния имплантатов с цементной фиксацией керамической коронки выполнено методом граничных элементов с использованием комплекса программ МЕРГЭ, реализующего численное решение граничных интегральных уравнений задач теории упругости, (см. Перельмутер М. Н. Анализ напряженного состояния в концевой области трещины на границе раздела материалов методом граничных элементов // Вычислительная механика сплошных сред, 2012. Т. 5. № 4. С. 415-426).

Для упрощения расчетов рассматривались варианты неразборных имплантатов, для чего в модели титанового имплантата использовался абатмент и винт из титана, керамического - из керамики. Нагрузка величиной $p=6$ МПа прикладывалась к окклюзионной поверхности керамической коронки на титановом или керамическом имплантатах в вертикальном направлении в модели сегмента нижней челюсти. Такая нагрузка при площади окклюзионной поверхности коронки 1 cm^2 соответствует приложенной силе $F = 600 \text{ N}$ (см. Король Д. М., Николов В. В., Онишко Е. Л., Ефименко А. С. Определение интенсивности окклюзионного давления у пациентов на ортопедическом приеме. Сборник статей по материалам XLVI-XLVII международной научно-практической конференции "Современная медицина: актуальные вопросы». Новосибирск: СибАК, 2015; 8-9(42): 40-46). Ввиду того, что толщина слоя стеклоиономерного цемента для крепления коронки к абатменту много меньше характерных размеров конструкции, при расчете этот слой моделировался с использованием условий контакта под областей с заданной жесткостью соединительных связей. Анализировались величины и локализация максимальных напряжений по контактными границам в имплантате, коронке, абатменте, соединяющем винте, кортикальной и губчатой кости. При моделировании использовались типичные физико-механические свойства материалов и тканей (модули упругости: керамика — $E = 70$ ГПа, стеклоиономерный цемент — $E = 20.9$ ГПа, титан — $E = 113.8$ ГПа, кортикальная кость — $E = 18.1$ ГПа, губчатая кость — $E = 0.49$ ГПа).

При анализе величины напряжений в сегменте челюсти с титановым или керамическим имплантатами максимальные напряжения выявляются в имплантатах

- соответственно 162 МПа и 133 МПа (в керамическом имплантате напряжения на 17,9% меньше). Эти напряжения большей частью локализируются в пришеечной части у платформы имплантата. Перемещения титанового имплантата составляют 11 мкм, керамического 12 мкм (разница 8,3%). Высокие напряжения распространяются в абатменте над платформой имплантатов (титанового - 123 МПа, керамического - 116 МПа, разница 5,7%). Смещение абатментов составляет соответственно 13 мкм и 15 мкм (разница 13,3%). В коронке на керамическом имплантате напряжения на 30,8% выше в сравнении с коронкой на титановом имплантате (26 МПа и 18 МПа). Эти напряжения идут по контакту с абатментом, а также по окклюзионной поверхности. Перемещение коронки на титановом имплантате составляет 14 мкм, на керамическом - 16 мкм (разница 12,5%). В соединяющем винте (представляющем в данной модели среднюю зону неразборного титанового или керамического имплантата) напряжения примерно в три раза меньше поверхности имплантата в области платформы и составляют 54 МПа для титана и 47 МПа для керамики (разница 13,0%). Смещение средней зоны имплантата соответственно 12 мкм и 13 мкм (разница 7,7%). В кортикальной костной ткани максимальные напряжения, локализующиеся в пришеечной зоне титанового имплантата, составляют 75 МПа, керамического - 77 МПа (разница 2,6%). В губчатой кости напряжения одинаковы - 4 МПа. Сравнение максимальных напряжений с пределами прочности конструкционных материалов и костных тканей показало значительный запас прочности каждого из них: при использовании керамического имплантата - кортикальная кость -1.7, губчатая кость- 1.3, имплантат - 2.4, винт (средняя зона имплантата) - 6.8, абатмент - 2.8, коронка -12.3 раз; при использовании титанового имплантата соответственно: 1.7; 1.3; 5.4; 16.3; 7.2; 17.7 раз.

По результатам расчетов можно сделать следующие выводы:

- основные напряжения при вертикальной нагрузке локализируются в области шейки имплантата (в самом имплантате и костной ткани), а в коронке - вдоль абатмента и по окклюзионной поверхности;
- наибольшие напряжения регистрируются в имплантате, абатменте и кортикальной костной ткани;
- напряжения в частях керамического имплантата ниже, чем в титановом имплантате, но выше в покрывающей искусственной коронке;
- величина напряжений в конструкционных материалах и костных тканях не превышает запаса прочности каждого из них.

Полученные выводы позволяют рекомендовать керамические имплантаты для практики по данным биомеханического сравнения с титановыми имплантатами.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты 17-08-01312 и 17-08-01579).

Численно-аналитическое моделирование динамического отклика в частично насыщенной пороупругой среде

Петров А. Н., Игумнов Л. А., Белов А. А.

Нижний Новгород, НИИ механики ННГУ им. Н. И. Лобачевского

Пористые материалы широко применяются во многих отраслях промышленности и строительства: например, качестве теплоизоляции и шумоизоляции, фильтров и катализаторов. Механика пористых сред имеет большое значение в различных областях науки и техники, таких как геотехника, геомеханика, инженерная геология, биомеханика, машиностроение и материаловедение. В сейсмостойком строительстве, например, важную роль играет прогнозирование потери прочности грунта в результате скачка порового давления жидкости, вызванного сейсмическим воздействием.

Начало активным исследованиям волновых процессов в насыщенных пористых средах положили работы Я. И. Френкеля и М. Био. Предложенный подход в дальнейшем был развит другими авторами для случая частично насыщенных пористых сред, содержащих несколько текучих наполнителей. Метод в целом состоял в разработке соотношений между напряжениями и деформациями для составляющих фаз с последующим использованием их в уравнении баланса в рамках стандартной механики сплошных сред. Общая система уравнений многофазной пористой среды предложена в работах В.Н. Николаевского.

Пороупругая сплошная среда является математической моделью неоднородного материала, одна из фаз которого представляет собой упругий скелет с неким распределением взаимосвязанных пор, а вторая — жидкость и/или газ, заполняющая систему пор материала. Определяющие соотношения, записанные в терминах перемещений твердой и жидкой фаз осредненных по характерному элементу среды, были сформулированы Био на основе феноменологического подхода. Применение преобразования Лапласа позволяет записать уравнения динамики пороупругой среды в виде краевой задачи относительно неизвестных функций перемещений упругого скелета и порового давления наполнителя.

В настоящей работе проведен параметрический анализ динамических свойств пороупругих систем на примере простой стержневой конструкции. Приведено аналитическое решение задачи о действии динамической нагрузки на одномерный частично насыщенный пороупругий стержень. Представлены результаты расчетов, полученные с применением шагового метода численного обращения преобразования Лапласа, опирающегося на теорему операционного исчисления об интегрировании оригинала. Продемонстрирован эффект влияния коэффициента насыщенности на динамические отклики перемещения и поровых давлений. Отмечено качественное совпадение результатов с результатами других авторов.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ (грант № 17-08-01262).

Об индентировании биологических тканей

Плотников Д. К., Поддубный А. А.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет

Индентирование является одним из наиболее часто используемых методов идентификации физических свойств различных материалов, в том числе биологических тканей. Методы индентирования на различных масштабных уровнях применяются при определении свойств костной ткани, вязкоупругих характеристик мышечной ткани, анализе упругих свойств отдельных клеток и других биологических структур.

В настоящей работе представлена приближенная модель деформирования неоднородной по толщине упругой полосы, состоящей из двух слоев, жестко сцепленной с недеформируемым основанием. Рассмотрена контактная задача о равновесии полосы под действием параболического штампа. Считается, что штамп вдавливается в верхнюю границу полосы без трения. Решена вспомогательная задача о действии нормальной нагрузки, локализованной на некотором отрезке верхней грани полосы. Выражение удельной потенциальной энергии деформации упрощено путем использования кинематических гипотез для каждого отдельного слоя, позволяющих учесть разрывный характер изменения упругих характеристик полосы при переходе от одного слоя к другому. На основе вариационного принципа Лагранжа построена система двух дифференциальных уравнений четвертого порядка с постоянными коэффициентами относительно компонент вектора смещений на границе слоев. В отличие от подхода, опирающегося на принятие единых гипотез для всей полосы, при использовании гипотез ломаной нормали порядок получающихся уравнений зависит от количества слоев. С помощью интегрального преобразования Фурье построены передаточные функции, связывающие трансформанты Фурье смещений и нагрузки. Решение контактной задачи сведено к исследованию операторного уравнения, связывающего компоненты вектора смещений верхней грани полосы с нагрузкой. Получено решение контактной задачи, определено смещение свободной поверхности полосы, построено распределение контактного давления под штампом. Установлена связь между величиной внедрения и размером площадки контакта, определена зависимость «сила-внедрение», характерная для испытания материалов методом индентирования. Представлены результаты вычислительных экспериментов для различных законов неоднородности, исследовано их влияние на построенные связи. Представленный подход позволяет строить приближенные решения контактной задачи для функционально-градиентных многослойных покрытий.

Авторы выражают благодарность своему научному руководителю профессору А. О. Ватульяну за помощь в работе.

Численная оценка потенциальной энергии мышц и сухожилий нижней конечности человека при стоянии на цыпочках

Поздин Н. В., Акулич Ю. В.

Пермь, Пермский национальный исследовательский политехнический университет

Доклад посвящен проблеме совершенствования отечественной модели протеза стопы в направлении учета индивидуальных биомеханических и анатомических характеристик живой стопы. Понятно, что этот подход применим только в наиболее часто встречающемся случае протезирования одной стопы, когда оставшаяся стопа является источником необходимой информации.

Актуальность подхода обуславливается трудностью и низким качеством результата на этапе подгонки выбранного типа протеза из размерного ряда, поставляемого промышленностью.

Реализация подхода основывается на биомеханическом моделировании напряженно – деформированного состояния сухожильно-мышечного комплекса и костей голеностопного и плюснефалангового суставов в течение основных фаз цикла шага (перекат через пятку, опора всей стопой, перекат через носок). Результатом моделирования являются выбор и вычисление значений механического критерия различных частей стопы, которым должны удовлетворять соответствующие элементы конструкции протеза. В качестве механического критерия принимается суммарная потенциальная энергия сухожилий, мышц и костей голеностопного и плюснефалангового суставов, накопленная к окончанию основных фаз цикла шага ходьбы в норме.

В настоящей работе методом перемещений вычисляются усилия и потенциальная энергия сухожилий и мышц голеностопного и плюснефалангового суставов при стоянии человека на цыпочках. Эта поза рассматривается как предельное состояние одноопорной фазы переката через носок ходьбы в норме, а полученные результаты (усилия мышц и потенциальная энергия) — как их верхняя оценка.

Механическая система (голень и стопа, перемещающиеся из вертикального положения в положение равновесия на цыпочках) расчленяется на два абсолютно жестких тела: 1) большеберцовая кость; 2) костный комплекс (кости таранная, пяточная, кости предплюсны и плюсневые кости) и узел сухожильно-мышечного комплекса (ахиллесово сухожилие, икроножная и камбаловидная мышцы). Пальцы стопы не перемещаются, поэтому в систему не входят. Вес остальных частей человека прикладывается к коленному суставу. Мышцы, сухожилия и связки голеностопного и плюснефалангового суставов моделируются упругими однородными нитями известной жесткости. Координаты точек прикрепления мышц к костям определялись графически. Всего в системе учитывается действие 10-ти мышц, ахиллова сухожилия и 6-ти компонент реакций в суставах, моделируемых цилиндрическими шарнирами с внутренними вкладышами из упругой хрящевой ткани (всего 17 неизвестных сил). Тогда как система уравнений равновесия тел в плоскости параллельной саггитальной плоскости содержит только восемь уравнений статики. Недостающие уравнения дополняются линейными соотношениями упругости мышц, ахиллова сухожилия и суставного хряща. Односторонность

действия мышц и связок учитывалась требованием положительности искомых усилий с помощью итерационной процедуры Г. Н. Колесникова.

Расчет для человека весом 650 Н показал, что активными мышцами при стоянии на цыпочках являются:

- дорсальные межкостные мышцы, отводящие и разводящие пальцы стопы, сгибающие плюснефаланговый сустав;
- приводящая большой палец стопы, кроме приведения, участвует в сгибании плюснефалангового сустава большого пальца стопы;
- длинная малоберцовая, участвующая в подошвенном сгибании голеностопного сустава;
- длинный сгибатель пальцев стопы, сгибающий все суставы четырех пальцев стопы;
- задняя большеберцовая мышца выворачивает стопу и участвует в подошвенном сгибании голеностопного сустава.

Остальные мышцы (отводящая большой палец стопы, короткий сгибатель пальцев стопы) неактивны. Суммарная потенциальная энергия мышц и ахиллова сухожилия, запасенная при подъеме на цыпочки (на 7 см), составила около 24 Дж.

Исследование деформирования решетчатой пластинки на основе модели Кармана

Потетюнко О. А.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет

Одной из наиболее важных задач биомеханики глаза является оценка факторов, влияющих на внутриглазное давление (ВГД) и деформирование решетчатой пластинки (РП) глаза. Как известно, РП — участок склеры, ослабленный многочисленными отверстиями, через которые проходят пучки зрительного нерва. Поскольку РП является наиболее чувствительной к изменениям ВГД областью, то явления, приводящие к атрофии зрительного нерва и последующим дефектам зрительного поля, происходят именно в области РП, что подтверждено экспериментально. Отметим, что моделирование должно производиться с учетом неоднородности, поскольку она оказывает существенное влияние на деформирование РП при повышении ВГД и позволяет определить точки перегиба, исследование местоположения которых играет важную роль в практической диагностике глаукомы.

Одним из наиболее простых способов описать поведение пластины в широком диапазоне изменения ее прогибов является использование нелинейной модели Кармана. Кроме того, использование этой модели позволяет учесть сдвиг в плоскости РП, ведущий к сдавливанию и последующей атрофии нервных волокон. Отметим, что непосредственный контакт РП со склерой требует учета упругого закрепления, что позволит более точно оценивать прогиб и в рамках такой модели с большей точностью восстанавливать значение внутриглазного давления. Подходы, развитые в настоящей работе, могут оказаться полезными при совершенствовании моделей деформирования РП.

В настоящей работе РП моделируется круглой упругой пластиной переменной жесткости под действием распределенной нагрузки с учетом больших деформаций. Пластина считается упруго закрепленной, что моделируется двумя параметрами в граничных условиях. Использован энергетический метод, на основе выражения для полной потенциальной энергии получен безразмерный функционал Лагранжа. Задачи о нахождении смещений и точек перегиба решены численно методом Рунге для различных законов неоднородности и значений параметров закрепления. Установлено, что при нормальном ВГД вклад слагаемых функционала, отвечающих за продольное смещение, незначителен. Изучено влияние количества координатных функций на значения поперечного и продольного смещений. Выяснено, что использование шести координатных функций является оптимальным, разница по сравнению с пятью функциями составляет не более 3%. Проведено сравнение с результатами, полученными по линейной теории Кирхгофа, произведена оценка учета влияния больших деформаций на деформирование пластины.

Автор выражает благодарность своему научному руководителю проф. Ватульню А. О.

Численно-аналитическое моделирование линейных дефектов в биологических тканях

Пустовалова О. Г.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет

Многие виды биологических тканей имеют регулярную клеточную структуру. Это утверждение можно отнести к костным тканям, мышцам, коже, растительным волокнам и др. Биологические ткани растут, развиваются, стареют, отмирают, и эти процессы связаны с фазовыми переходами. В некоторых работах, охватывающих данную тематику, было показано, что такого рода трансформации обусловлены появлением в клеточных структурах различного рода дефектов. Понятно, что дефекты изменяют свойства тканей, придают им новые качества.

Несмотря на то, что клеточные структуры объемны, существует несколько упрощенный современный подход описания двумерной модели срезов тканей, который основывается на мозаичной структуре, составленной из многогранников. В нем, по аналогии с теорией физики кристаллов, выстроены понятия точечных дефектов, например, дефектов типа вакансий (или вычитания клетки) и внедрения клетки (добавления клетки) в клеточную структуру. Существования таких дефектов связывают с делением или слиянием, либо с отмиранием клеток. Все типы точечных дефектов могут комбинироваться между собой, и можно говорить о наблюдении дислокаций и дисклинаций в некоторых видах биологических тканей.

В данной работе сделана попытка применения теории механики сплошной среды для описания задачи по определению напряженно-деформированного состояния регулярной клеточной решетки при канонических видах нагружения — одноосного растяжения и сдвига. Были использованы классические уравнения равновесия и граничные условия. В качестве определяющих соотношений выбраны общепотребительные модели материалов — полуплинейный материал, материал Гента и материал Блейтца и Ко. Геометрия клеточной структуры была построена в конечно элементном пакете FlexPDE, в нем же было проведено численное исследование. Было выполнено сравнение результатов для регулярных клеточных структур с дефектами и без дефектов. Показано, что дефекты оказывают значительное влияние на характеристики напряженно-деформированного состояния, клетки дефектов становятся центрами, придающими ткани иные, дополнительные функциональные возможности.

Более сложными в рассмотрении являются объемные дефекты, когда образуются полости и нарушается однородность строения трехмерного объекта. Отдельного и особого изучения требует задача с введением понятия концентрации дефектов, ясно, что в этом случае свойства материала должны существенно измениться, и тогда можно говорить о новых функциональных качествах материала.

Закрученное течение в протезе кровеносного сосуда со спиральной насечкой

Радченко Я. Ф.¹, Гатаулин Я. А.¹, Юхнев А. Д.¹, Вавилов В. Н.²,
Врабий А. А.², Моисеев А. А.²

¹*Санкт-Петербург, Санкт-Петербургский политехнический университет
Петра Великого*

²*Санкт-Петербург, Первый Санкт-Петербургский государственный
медицинский университет им. акад. И. П. Павлова*

При имплантации линейных синтетических протезов кровеносных сосудов возникает проблема, связанная с зарастанием протеза после операции, что требует повторной операции. Клинически установлено, что движение крови в сосуде имеет закрученный характер, что способствует лучшему перемешиванию крови и оказывает положительное влияние на стенки сосудов; это используется при разработке протезов сосудов. Например, зарубежный протез с внутренней спиральной насечкой (Spiral Laminar Flow) формирует закрученное течение. Проводимые в настоящее время численные расчеты гидродинамики протезов проводятся без учета кровотока по коллатеральным сосудам. Данная работа посвящена оптимизации параметров спиральной насечки протеза и сравнению его со стандартным протезом с учетом коллатерального кровотока.

При оптимизации протеза варьировались шаг и глубина спиральной насечки. Выбор геометрических параметров насечки производился по величине осредненного во времени сдвигового напряжения на стенке; чем оно больше, тем меньше риск развития гиперплазии интимы. При этом формируемая закрутка должна не выходить из физиологического диапазона. Исследовано пульсирующее течение с кривой расхода, полученной при клинических измерениях кровотока здоровых добровольцев методом магнитно-резонансной томографии. Динамический коэффициент вязкости и плотность жидкости аналогичны параметрам крови, число Рейнольдса равно 1500, число Уомерсли равно 4. Согласно клиническим данным, объемный кровоток на выходе из протеза распределяется следующим образом: 80% от расхода на входе — основной кровоток по сосуду вниз по течению, 20% от расхода на входе — кровоток к коллатеральным сосудам вверх по течению.

Расчеты проведены на основе трехмерных нестационарных уравнений Навье—Стокса по методу контрольных объемов с использованием программного пакета ANSYS CFX 16.2. Сравнение осредненного по времени в области шва анастомоза сдвигового напряжения показало, что данный параметр для оптимизированного протеза на 30% больше, чем для протеза Spiral Laminar Flow, и на 45% больше, чем для протеза без насечки.

Работа выполнена при финансовой поддержке Фонда содействия инновациям (программа УМНИК-2016) и Р (грант №18-01-00629).

Моделирование живых систем: движение фитопланктона в океане

Ревина С. В., Кириченко О. В.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет

Одной из актуальных задач моделирования живых систем является построение различных математических моделей движения фитопланктона и зоопланктона в океане. Часто для описания миграции микроорганизмов используются системы уравнений реакции-диффузии-адвекции в трехмерном $x = (x_1, x_2, x_3)$ или двумерном $x = (x_1, x_2)$ случае. При этом слагаемые, непосредственно отвечающие за процесс переноса, содержат, как правило, поле скорости с единственной ненулевой компонентой.

Например, классическое течение Колмогорова с синусоидальным профилем скорости

$$\mathbf{V} = (0, \gamma \sin x_1),$$

предложенное для описания глобальных течений жидкости в океане или воздушных масс в атмосфере, а также непосредственное его обобщение — класс сдвиговых (параллельных) пространственно-периодических течений

$$\mathbf{V} = (0, \gamma V(x_1)),$$

или течения, близкие к параллельным

$$\mathbf{V} = (\alpha V_1(x_2), V_2(x_1)),$$

где $\alpha \rightarrow 0$ — волновое число.

Условие периодичности поля скорости можно заменить предположением об условной периодичности, что позволяет приблизиться к рассмотрению реальной биофизической задачи.

Уравнения, содержащие эти поля скорости, благодаря упрощенной математической постановке задачи можно достаточно полно исследовать аналитическими методами.

Кроме того, данные модельные течения вязкой несжимаемой жидкости неоднократно реализовывались в лабораторных экспериментах. При этом для визуализации течений использовалась пассивная примесь.

Настоящая работа посвящена исследованию движения фитопланктона, который рассматривается как пассивная примесь, под действием полей скорости, возникающих в результате бифуркаций из основного поля скорости при увеличении числа Рейнольдса, что соответствует натурным экспериментам.

Для указанных полей скорости построены явные асимптотические представления с помощью применения метода Ляпунова — Шмидта к уравнениям Навье — Стокса в классах периодических и почти периодических функций.

Найдены условия монотонной и колебательной потери устойчивости, а также общий член длинноволновой асимптотики по параметру $\alpha \rightarrow 0$ вторичных течений, исследованы свойства вторичных течений.

На основе полученных аналитических формул проведена визуализация движения пассивной примеси (фитопланктона).

Применение многомасштабной модели левого желудочка сердца
для исследования нарушений его насосной функции
при патологиях сосудистого русла

Сёмин Ф. А., Зберия М. В.

Москва, Институт механики МГУ им. М. В. Ломоносова

В докладе приведены результаты численного анализа нарушений работы левого желудочка сердца при различных патологиях сосудистого русла и нарушениях сердечного ритма. Такой анализ был выполнен с помощью разработанной нами механической модели левого желудочка сердца. Материал стенок желудочка, миокард, рассматривали как несжимаемую трансверсально-изотропную сплошную среду. Учитывали, что в миокарде развиваются активные напряжения, вызванные взаимодействием сократительных белков. Эти напряжения описывали с помощью простой с вычислительной точки зрения кинетической модели мышечного сокращения. Сосудистое русло описывали новой моделью с сосредоточенными параметрами: в русле выделяли несколько отделов, представленных нульмерными упругими резервуарами с постоянными коэффициентами податливости, и задавали местные гидравлические и инерционные сопротивления между отделами. Новизна подхода заключалась в добавлении к модели сосудистого русла нульмерных моделей предсердий и правого желудочка, сокращения которых задавали функциями времени.

Задачу о сокращении левого желудочка решали методом конечных элементов, уравнения которого формулировали в малых приращениях. Это было обосновано тем, что модель мышечного сокращения, переменные которой зависели от изменения деформаций, и модель кровеносного русла задавали системами обыкновенных дифференциальных уравнений, которые было необходимо решать с достаточно малым шагом по времени. Таким образом на каждом шаге временной сетки решали стационарную задачу равновесия стенки левого желудочка, в то же время учитывая и геометрическую, и физическую нелинейность задачи. Неизвестные модели мышечного сокращения находили в каждой точке интегрирования элемента.

Описанная выше постановка позволила нам воспроизвести временной ход давлений в большом и малом круге кровообращения во время сердечного цикла и получить соответствующее опытным данным наполнение желудочков в систолу предсердий. Кроме того, мы смогли численно исследовать нарушения функции сердца при изменении ритма сокращения предсердий и желудочков, а также провести моделирование патологий митрального клапана. Результаты расчётов показали соответствие опытным данным. Так, при нарушении синхронизации сокращений предсердий и желудочков (аритмия) уменьшалось наполнение желудочков, а вследствие этого сокращались и их ударные объёмы.

Результаты показали, что новую модель сосудистого русла можно впоследствии использовать с трёхмерной геометрической аппроксимацией обоих желудочков.

Работа поддержана грантом РФФИ №16-04-00693.

Об определяющих соотношениях для мягких тканей

Саламатова В. Ю.

Долгопрудный, Московский физико-технический институт (государственный университет)

Определяющее соотношение полностью характеризует механическое поведение исследуемого материала и является одним из уравнений, замыкающим систему уравнений, описывающих движение деформируемого тела. Построение и исследование различных видов определяющих соотношений для мягких тканей человека становится все актуальнее в связи с постановками новых биомедицинских задач.

Для описания механического поведения мягких тканей используют подходы нелинейной теории упругости, и, как правило, востребована модель гиперупругого материала, предполагающая существование упругого потенциала, который полностью задает вид определяющего соотношения. Построению определяющих соотношений для мягких тканей посвящено огромное количество работ, при этом нет единого рецепта, как выбрать правильное определяющее соотношение. Вид определяющего соотношения в первую очередь зависит от определения меры деформации. На данный момент предложено несколько мер деформаций. При описании механики мягких тканей общепринятой является мера деформации Коши—Грина. Как было показано в работе (Criscione, 2004), использование инвариантов этой меры деформации при задании определяющего соотношения приводит к корреляции членов определяющего соотношения и при стандартном подходе к построению определяющих соотношений порождает проблемы при обработке результатов экспериментов для определения параметров модели. На данный момент существует ряд работ, в которых использование других мер деформаций при построении определяющих соотношений приводит к отсутствию корреляций между членами (Srinivasa, 2012; Criscione et al, 2000; Kotiya, 2008).

В данной работе будет проведен обзор методов построения определяющих соотношений для мягких тканей в рамках гиперупругой модели.

1. Criscione J. C. Rivlin's representation formula is ill-conceived for the determination of response functions via biaxial testing //The Rational Spirit in Modern Continuum Mechanics. – Springer, Dordrecht, 2004. – С. 197–215.
2. Srinivasa A. R. On the use of the upper triangular (or QR) decomposition for developing constitutive equations for Green-elastic materials //International Journal of Engineering Science. – 2012. – Т. 60. – С. 1–12.
3. Kotiya A. A. Mechanical characterization and structural analysis of normal and remodeled cardiovascular soft tissue. – Texas A& M University, 2008.
4. Criscione J. C. et al. An invariant basis for natural strain which yields orthogonal stress response terms in isotropic hyperelasticity // Journal of the Mechanics and Physics of Solids. – 2000. – Т. 48. – №. 12. – С. 2445–2465.

Оценка нелинейности свистящих звуков форсированного выдоха человека по составу и соотношению спектральных гармоник

Сафронова М. А., Коренбаум В. И.

Владивосток, Тихоокеанский океанологический институт им. В. И. Ильичева ДВО РАН

Как известно, в медицине для выявления нарушений бронхиальной проходимости используют маневр форсированного выдоха (ФВ). При ФВ возникают свистящие звуки — свисты ФВ (СФВ), акустический феномен, сопровождающий дыхание человека, как в норме, так и при патологии. По мнению многих исследователей, СФВ потенциально применимы для диагностики бронхиальной обструкции. Однако до сих пор так и не ясны механизмы формирования СФВ, а также локализация их источников по уровням бронхиального дерева человека. Нами ранее было замечено, что СФВ достаточно часто сопровождаются нелинейными эффектами, связанными с появлениями на спектрограмме гармоник — спектральных пиков на частотах примерно кратных основной частоте СФВ. Исследование этих гармоник может служить ступенью к пониманию механизмов формирования СФВ.

Цель работы — исследование нелинейных свойств СФВ у здоровых и больных респираторными заболеваниями. Обследовано 28 добровольцев (15 больных и 13 здоровых). Запись шумов ФВ осуществлялась аппаратно-программным комплексом на основе 16-канального электронного самописца PowerLab (ADInstruments). Для приема акустических сигналов на поверхности грудной клетки человека использовали 11 датчиков — акселерометров.

Записанные акустические сигналы конвертировались в wav формат и далее подвергались 3D спектральной обработке в пакете прикладных программ SpectraLab. Динамический диапазон был выбран 80 дБ. На спектрограмме визуально выделяли «дорожки» среднечастотных свистов (СЧ СФВ) с частотами 400–600 Гц, ранних высокочастотных свистов (ранние ВЧ СФВ) на частотах выше 600 Гц, наблюдаемые в первой половине ФВ и поздних высокочастотных (поздние ВЧ СФВ) на частотах выше 600 Гц, наблюдаемые во второй половине ФВ. Из 28 испытуемых у 19 (9 здоровых и 10 больных) были обнаружены спектральные гармоники СФВ. Статистически значимых различий по возрасту не выявлено.

На спектральной дорожке каждой гармоники СФВ фиксировалось 3 точки (начало, середина, конец свиста), в каждой точке измерялись пиковая частота и амплитуда. Отмечалось, к какому типу СФВ относится та или иная гармоника. У одного человека могло быть несколько гармоник одного типа. Соответствие формы дорожек на спектрограммах служило главным признаком выявления нелинейных гармоник. Над трахеей (канал 2) в каждой точке оценивалось отношение частот спектральных гармоник, а также разность их амплитуд по отношению к основной частоте СФВ. Эти величины усреднены по 3-м точкам измерений. В свою очередь, полученные результаты были усреднены по каждой из групп обследуемых.

В итоге получено, что значения отношений частот близки к номерам гармоник. При этом число гармоник СЧ СФВ у больных намного больше, чем у здоровых.

По амплитудам для СЧ СВФ у здоровых преобладают 2-я и 4-я гармоники, у больных — 2-я и 5-я. Для ВЧ СВФ характерно постепенное спадание амплитуды с номером гармоники.

На основе оценки частоты встречаемости гармоник СВФ по отделам грудной клетки для каждого человека был проведен анализ распределения нелинейных эффектов по отделам легких. Как у больных, так и у здоровых частота встречаемости гармоник СЧ СВФ плавно убывает от трахей и верхушек легких к более удаленным отделам легких (каналы 7, 8). Таким образом, максимальная нелинейность характерна для центральных и верхних отделов легких. Аналогичная картина наблюдается у здоровых для поздних ВЧ СВФ и у больных для ранних ВЧ СВФ. Заметим, что основные частоты СВФ для одного и того же человека в каждом из каналов, как правило, совпадали. Анализ распределения нелинейных эффектов по сторонам грудной клетки (лево–право) не выявил статистически значимых различий.

Возникает вопрос, что же является источником наблюдаемых нелинейных эффектов? Поскольку динамический диапазон измерительных трактов (датчик – АЦП) составлял не менее 80 дБ, маловероятно, чтобы наблюдаемая нелинейность была связана с ним. Если не в измерительном тракте, то нелинейность может возникать в источнике сигнала или в акустическом тракте его распространения к датчикам. Сходство основных частот СВФ и преимущественное распределение нелинейных эффектов в центральных отделах легких свидетельствует скорее в пользу нелинейности в источнике. Вероятно, что источник нелинейности расположен в трахее и крупных бронхах. В этом случае нелинейные гармоники должны затухать при распространении вдаль от источника, что и наблюдается на практике, по крайней мере, для среднечастотных СВФ. Интересно, что у разных добровольцев могут преобладать различные типы нелинейности (квадратичная, кубичная и т.д.).

Выяснение вопроса, могут ли выявленные нелинейные эффекты дать что-либо для уточнения механизмов функционирования источников СВФ, требует дальнейшего исследования.

Исследование выполнено при поддержке Программы фундаментальных исследований РАН (НИР № гос. рег. АААА-А17-117030110041-5).

Построение конечно-элементной модели органа из костной ткани по данным томографии

Саченков О. А., Мухин Д. А., Харин Н. В.,
Воробьев О. В., Яикова В. В.

Казань, Казанский федеральный университет

Знание механических свойств кости важно для проектирования протезных устройств, определения тактики оперативного вмешательства, а возможность определения этих свойств с помощью неинвазивной техники, такой как компьютерная томография (КТ), особенно привлекательна. Конкретные модели могут быть созданы при КТ-сканировании кости, путем извлечения геометрии и данных плотности. КТ позволяет определять механические характеристик мягких и костных тканей путем создания аналитических зависимостей между числами Хаунсфилда, определяющими нормированную рентгенологическую плотность ткани в условных единицах, и физической (реальной) плотностью мягких и костных тканей и их механическими характеристиками – пределом прочности σ и модулем упругости E . Для костных тканей существуют эмпирические формулы, связывающие механические характеристики костной ткани и предельные напряжения с оптической плотностью, которая в свою очередь может определена по числами Хаунсфилда согласно эмпирическим формулам. На основании этих данных можно сформулировать следующий алгоритм для построения моделей органов из костной ткани: 1) определение порядка бинаризации и определение массива данных, формирующего орган; 2) построение сетки конечных элементов для органа; 3) определение чисел Хаунсфилда в узлах сетки; 4) определение механических свойств в узлах.

В работе был рассмотрен пример построения такой модели для бедренной кости. Данные КТ были представлены формате DICOM. Обработка данных и построение сетки были проведены в программном комплексе Avizo. Далее был реализован макрос, который определяет чисел Хаунсфилда, оптические плотности и механические свойства в узлах сетки. Сетка и полученные данные были импортированы в Ansys. Далее были проведены модельные расчеты модели на изгиб с сжатием для полученной модели и для модели с эквивалентными осредненными по объему механическими свойствами. Для оценки концентрации напряжений анализу подвергались напряжения по Мизесу отнесенные к допустимым расчетным напряжениям. Полученные результаты показали, что концентратор напряжений количественно и качественно изменяется. Полученные данные наглядно демонстрируют, что построенная таким образом модель дает наиболее адекватную картину напряженно-деформированного состояния органа.

Исследование выполнено при финансовой поддержке гранта Президента Российской Федерации для государственной поддержки молодых российских ученых - кандидатов наук №МК-1717.2018.1

Определение ортотропных свойств костной ткани по данным томографии

**Саченков О. А., Харин Н. В., Воробьев О. В.,
Герасимов О. В., Яикова В. В.**
Казань, Казанский федеральный университет

Актуальной задачей современной медицины и биомеханики является переход к персонализированной медицине. Современный уровень технических решений для неразрушающей диагностики позволяют определять не только геометрию органов, но и их механические свойства. Актуальной задачей является определение связи между структурными и механическими свойствами материала. Эта задача особенно остро стоит для клинической медицины. Так, информация о качестве костной ткани может сыграть решающую роль при планировании лечения, так же такие данные позволят улучшить качество биомеханического моделирования суставов и органов опорно-двигательной системы.

Для получения репрезентативного элемента строилась регулярная гексагональная сетка из 8-ми узловых конечных элементов с линейной аппроксимацией. Размер каждого элемента определяется размером вокселя для сканированного образца. Далее сетка строилась по маске бинаризованных данных: то есть если в заданной точке, по данным томографии, нет материала, то там нет и конечного элемента. После этого получается связанная конечно-элементная сетка репрезентативного элемента. Описанный алгоритм был реализован в программном комплексе Ansys.

Полученная модель может быть использована для определения интегральных механических свойств репрезентативного элемента. Для этого необходимо провести шесть кинематических нагружений: три в продольном направлении и три на сдвиг. Таким образом можно интегрально определить 9 констант ортотропного материала: модуль Юнга, коэффициент Пуассона и модуль сдвига в различных направлениях. Полученные данные формируют тензор структуры упругих констант, для которого могут найдены главные направления. Таким образом можно для заданного тела можно произвести конечно-элементную дискретизацию органа и произвести расчеты для каждого элемента. Таким образом можно получить данные о распределении механических свойств по всему объему органа.

В настоящей работе в качестве модельной задачи были рассмотрены прямоугольные образцы, изготовленные из пластика. При отливке образцов был добавлен химически активный реагент, ввиду чего в образце появляются поры. После этого образец подвергался сканированию на компьютерном томографе Vatech RaX-I 3D. Для бинаризации полученных данных был использован методом Отцу. Полученные данные были дискретизированы и произведены расчеты по описанной выше методике.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ (проект № 16-04-00772).

Конечно-элементное моделирование сочетанной патологии корня аорты

Скрипаченко К. К.¹, Голядкина А. А.¹, Мурылев В. В.²,
Челнокова Н. О.³

¹*Саратов, Саратовский национальный исследовательский государственный университет им. Н. Г. Чернышевского*

²*Москва, Первый МГМУ им. И. М. Сеченова*

³*Саратов, Саратовский государственный медицинский университет им. В. И. Разумовского*

Аневризматическое поражение одного из отделов аорты является опасной патологией сердечно-сосудистой системы с высоким летальным исходом. Чаще всего аневризма является частью сочетанной патологии и встречается с атеросклеротическим поражением аортального клапана, расслоением стенки сосуда и другими. Сочетанные патологии ухудшают клиническую картину и требуют углубленного изучения, который дает биомеханический анализ с использованием виртуальной модели изучаемого объекта.

В данном исследовании объектом изучения явился грудной отдел аорты с сочетанной патологией. При диагностике наблюдалось аневризматическое 300% поражение восходящего отдела аорты с расширением синуса аортального клапана. Для оценки влияния патологии на физиологию аорты с помощью биомеханического анализа предварительно была построена виртуальная модель на основе данных компьютерной томографической ангиографии реального пациента в программном комплексе Mimics. Дальнейшая доработка модели проводилась в САПР Solid Works. Численный анализ выполнялся методом конечных элементов в Ansys Workbench. Данные соответствуют систолической фазе сердечного цикла. Кровь принималась как ньютоновская несжимаемая жидкость, материал стенки сосуда считался линейным изотропным идеально-упругим. Механические свойства материала стенки были получены в ходе натурных экспериментов на испытательной машине Instron 5944 с BioBath. При биомеханическом анализе наблюдалось образование центрального потока области аневризмы, скорость которого превышает норму в 3 раза и составляет около 3 м/с. Аневризматическое расширение аорты способствует застою крови и значительному расширению синуса аортального клапана, тем самым увеличивая нагрузку на створки (значения эквивалентных напряжений достигали критических значений), что может приводить к развитию аортальной недостаточности. Распределение значений давления на поверхность взаимодействия кровотока и стенки показали, что максимальные значения локализуются в области аневризмы и дуги аорты, что является одной из возможной причиной дальнейшего развития патологии и объясняет расширение просвета дуги аорты на 20%. Построенная виртуальная модель на основе данных компьютерной томографической ангиографии реального пациента позволяет визуально оценить влияние патологий на геометрические показатели исследуемого объекта. Проведенный предварительный биомеханический анализ позволил оценить влияние патологии на гемодинамику системы.

Расчет напряженного состояния кровеносного сосуда в условиях патологического роста

Стадник Н. Э.

Москва, Институт проблем механики им. А. Ю. Ишлинского РАН

В организме человека и животных морфологически выделяют два типа органов: трубчатые и стромальные. Первые представляют из себя полость со стенками, к ним относят сосуды, бронхи, желчные протоки, ЖКТ и т. д. Существует ряд патологических процессов в результате которых происходит обтурация просвета трубчатых органов за счет поверхностного осождения частиц. В статье рассматриваются процессы атеросклеротического поражения артерий, когда происходит инфильтрация белков и липидов в тонкий слой артерии и тромбирование вен, характеризующееся оседанием форменных элементов крови и белков плазмы на стенку сосуда. Отдельно рассмотрен процесс стентирования артерии.

Стенка крупного сосуда, как артерии, так и вены структурно состоит из трех оболочек: наружная, средняя и внутренняя. Наружная оболочка представляет собой рыхлую соединительную ткань, богатую кровеносными сосудами. Средняя оболочка представлена гладкомышечными клетками, а у артерий также и эластическими мембранами. Внутренняя оболочка тонкая и представлена плоским однослойным эпителием, лежащем на базальной мембране.

Процессы роста стенок сосудов можно описать при помощи математических моделей объемного или поверхностного роста. Остановимся только на процессах поверхностного роста тонкостенных сосудов. Основными переменными краевой задачи для растущего тела выберем тензор скоростей напряжений, тензор деформации скоростей и вектор скорости перемещения. На поверхности роста поставим специфическое краевое условие зависящее от тензора кривизны поверхности роста и натяга приращиваемых элементов.

В работе рассматриваются некоторые модельные задачи для упругого тонкостенного поверхностно растущего цилиндра. Условие тонкостенности позволяет изучить конечные перемещения точек цилиндра при условии малых деформаций. Это, в частности, дает возможность решить задачу с точными краевыми условиями на движущейся поверхности. Обсуждаются особенности поведения основных характеристик, зависящие от давления на внутреннюю поверхность цилиндра, натяга притекающих новых элементов и скорости притока этих элементов.

Работа выполнена по теме государственного задания (№ госрегистрации АААА-А17-117021310381-8) и финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты №№ 18-01-00844, 18-51-05012, 17-51-45054).

Сопряжение математической модели механической активности
с электрофизиологической моделью O'Hara-Rudy
кардиомиоцита человека

Сульман Т. Б., Докучаев А. Д., Кацнельсон Л. Б.

Екатеринбург, Институт иммунологии и физиологии УрО РАН

Математические модели сердца человека в скором будущем должны стать важным средством диагностики и выбора методов лечения людей, страдающих сердечно-сосудистыми заболеваниями. Для создания подобных моделей органического уровня необходимы модели, адекватно описывающие процессы сокращения миокарда на уровне клетки. Мы разработали модель электромеханического сопряжения (ЭМС) в кардиомиоците человека (модель E-ORd), соединив модель O'Hara-Rudy (ORd), описывающую ионные токи и потенциал действия в клетках рабочего миокарда человека (O'Hara et al., PLoS Comput Biol, 2011), с Екатеринбургской моделью механической активности миокарда и ее кальциевой регуляции, использованной нами ранее в качестве механического блока модели Екатеринбург—Оксфорд (EO-модель) (Sulman et al., Bull Math Biol, 2008). EO-модель была предназначена для имитации и анализа ЭМС в миокарде различных лабораторных животных. В механический блок EO-модели было включено описание кооперативности регуляторных и сократительных белков, что являлось ее ключевой особенностью и позволило объяснить и воспроизвести широкий спектр эффектов, связанных с механокальциевыми и механоэлектрическими обратными связями в миокарде. Первоначально при сопряжении этой модели механической активности с моделью ORd возникла проблема, связанная с отображением кинетики кальция в соединяемых подмоделях, которая приводила к тому, что при частоте стимуляции 1 Гц возникал срыв нормальных сокращений, причем амплитуда кальциевого перехода резко возрастала от цикла к циклу. То же самое происходило с концентрацией кальций-тропониновых комплексов (CaTnC), которая в конечном итоге достигала насыщающего значения. Более того, также резко повышался диастолический уровень концентрации CaTnC , многократно превосходя даже систолический пик этой концентрации в норме. Соответственно повышалась и систолическая, и диастолическая концентрация Xb , а значит, увеличивалась и сила сокращений: ее диастолический уровень поднимался до значений, превышающих систолический уровень в норме. В результате виртуальный кардиомиоцит переходил в состояние зубчатого квази-тетануса. Анализ модели выявил следующую последовательность событий, приводящую к такому противоестественному результату. В ходе сокращений вследствие укорочения саркомеров (и благодаря кооперативности регуляторных и сократительных белков) усиливался сброс Ca^{2+} с тропонина C (TnC), т.е. в это время в цитозоле возникал дополнительный свободный кальций («излишек»), который распределялся между различными внутриклеточными лигандами (в т.ч. частично этот кальций возвращался на TnC), а также кальциевыми насосами и $\text{Na}^+-\text{Ca}^{2+}$ обменником, выводящими кальций из цитозоля. Нелинейные зависимости скоростей выведения кальция от его концентрации в цитозоле таковы, что кальциевый насос саркоплазматического ретикулула (SR) в большей мере выводил этот «излишек». Цикл за циклом это приводило

к постепенному дополнительному накоплению кальция в СР. Соответственно, в последующих циклах из СР высвобождалось большее количество кальция, что в свою очередь приводило к нарастанию $[CaTnC]$ от цикла к циклу, т.е. к увеличению активации сокращений. Поэтому от цикла к циклу увеличивалось укорочение саркомеров, а значит все больше возрастал и распад $CaTnC$. Вместе с тем Ca^{2+} — насос СР в модели ORd с ростом кальция в цитозоле довольно быстро приближается к своей максимальной скорости поглощения кальция. Иначе говоря, чем больше кальция сбрасывалось с TnC , тем меньшая его относительная доля могла достаточно быстро выводиться в СР. А значит, все большая доля возвращалась обратно на TnC . При достижении некоторых пороговых уровней кальция в цитозоле и на TnC возникал уже не постепенный кумулятивный, а мгновенный каскад нарастания $CaTnC$ и Xb , т.е. бифуркация: мгновенный скачок $[CaTnC]$ и $[Xb]$ на насыщающий уровень значений этих концентраций. Аналогичные события возникали в модели и в стационарных условиях для фиксированных уровней кальция при имитации связи «pCa — сила» в скинированном препарате: при переходе с одного стационарного уровня $[Ca^{2+}]$, находящегося ниже упомянутого порогового уровня, на другой, превышающий этот порог происходил разрыв кривой «pCa — сила». В модели скинированной мышцы мы уже преодолели этот дефект, модифицировав концепцию кооперативности регуляторных и сократительных белков (Докучаев А. Д. и др., Биофизика, 2016). Суть этой модификации такова: прикрепление поперечных мостиков (так же как и увеличение концентрации комплексов $CaTnC$) сначала увеличивает средство TnC к кальцию, но в стационарных условиях константа этого средства не может становиться больше некоего максимального значения AL (т.е. Affinity Limit) даже при большой стационарной концентрации мостиков. Однако непосредственно в ответ на изменение числа прикрепившихся мостиков (или комплексов $CaTnC$) могут происходить более сильные изменения средства TnC к кальцию: в ответ на прикрепление новых мостиков константа этого средства может значительно превосходить AL, но затем происходит ее постепенное снижение до уровня AL. В результате этой модификации была преодолена проблема разрыва связи «pCa — сила» при моделировании скинированного препарата. В циклах сокращения-расслабления кооперативность должна вести себя как в переходном процессе (т.е. быть выраженной достаточно сильно), поскольку сокращение в этом случае происходит в ответ на короткий кальциевый переход, для которого характерна непрерывная резкая смена внутриклеточной концентрации кальция (и, соответственно, постоянно меняющаяся концентрация Xb). Модифицированная кооперативность позволила избежать возникновения бифуркационного скачка и в циклах сокращения-расслабления. Таким образом, благодаря переходу к модифицированной версии кооперативности, описанный паразитный эффект квази-тетануса в модели E-ORD исчез, и были получены устойчивые сокращения с нормальными амплитудами и диастолическими значениями силы и кальциевого перехода.

Исследование поддержано Программой УрО РАН 18-7-8-15, грантом РФФИ 18-01-00059.

Биомеханическое давление в зубочелюстной системе человека

Тверье В. М.

Пермь, Пермский национальный исследовательский политехнический университет

Зубочелюстная система состоит из твердых и мягких тканей, образующих сложные многоуровневые подструктуры, именуемые блоками. К твердотканевым блокам относятся костно-мышечный блок в области височно-нижнечелюстных суставов и зубоальвеолярный блок, соединяющий зубные дуги верхней и нижней челюстей. К мягкотканевым блокам относятся передний и задний мягкотканевые блоки.

Управляющим фактором, обеспечивающим сохранение состава и структуры зубочелюстной системы и ее блоков, является биомеханическое давление. Жевательное давление, запускаемое в рабочий режим центральной нервной системой, — это многокомпонентный биомеханический фактор. Помимо активного участия в акте жевания, апробации и транспорте пищи из полости рта в глотку и пищевод, биомеханическое давление обеспечивает не только необходимый биоритм, но и оптимальные условия для выполнения таких жизненно важных функций, как речь, дыхание, слух, зрение, внутричерепное давление и деятельность черепно-мозговых нервов. Жевательное давление регламентирует возрастные изменения в системе сонных артерий в областях головы, шеи и лица. Изменения жевательного давления, вызванные потерей части зубного ряда, проявляются в устойчивой совокупности ряда симптомов, имеющих единый патогенез. Например, для задачи управления прикусом, определяющим состояние височно-нижнечелюстного сустава, требуется определение внешних нагрузок, развиваемых мышечной системой и приложенных к нижней челюсти в целом. Для описания процессов, обеспечиваемых зубочелюстной системой (сосание новорожденных, дыхание, речь), построены математические модели. Постановки задач об определении напряженно-деформированного состояния должны учитывать не только неоднородность свойств твердых и мягких тканей, но и их внутреннюю структуру. Для этого поставлена и решена начально-краевая задача перестройки трабекулярной костной ткани. При описании взаимодействий, происходящих в височно-нижнечелюстном суставе, между зубом и альвеолярным отростком, нужно учитывать, что такой контакт в первом случае происходит через суставной диск, омывающийся синовиальной жидкостью. Во втором случае — через упругую сеть периодонтальных волокон, омываемую внутритканевой жидкостью. Всё это требует постановки и решения задач для пороупругих тел.

Решение таких задач позволяет планировать лечение различных заболеваний зубочелюстной системы, глубже понимать механизмы ее функционирования, прогнозировать результаты отдаленного врачебного вмешательства при индивидуальном подходе к каждому пациенту.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ №18-01-00589.

Математическое моделирование и экспериментальное исследование распространения упругих волн по грудной клетке человека

Тиманин Е. М.¹, Фомина Е. С.², Веремьева М. В.³, Дьяченко А. И.²

¹Нижний Новгород, Институт прикладной физики РАН

²Москва, Институт общей физики им. А. М. Прохорова РАН

³Москва, Московский государственный технический университет им. Н. Э. Баумана

Целью настоящей работы явилось уточнение картины распространения колебаний по легким и грудной клетке в рамках некоторой теоретической модели и экспериментально. Для теоретического исследования распространения вибраций по поверхности грудной клетки принята модель слоистого полупространства со сцепленными слоями со следующими значениями толщины слоев: поверхностный слой кожно-жировой клетчатки толщиной 4.5 мм, костно-мышечный слой грудной клетки толщиной 2 см; слой легких представлен в виде полупространства (аналогично модели Тиманин Е.М., 2002).

В модели рассматриваются гармонические вибрации круглого штампа с радиусом 10 мм, слегка прижатого к поверхностному слою ткани. Исследовали амплитуду и фазу вертикальной компоненты смещения в поверхностной волне на нескольких частотах. На расстояниях порядка шести радиусов источника вибраций (около 60 мм) наблюдается существенное уменьшение амплитуды смещений, различное на разных частотах. Фаза вибраций на некотором удалении от штампа может быть выражена через «эффективные» характеристики распространения поверхностной волны: волновое число, длину волны, фазовую скорость волны. Эти величины зависят от частоты колебаний и расстояния до штампа. Расчетная скорость поверхностной волны возрастает с частотой, причем на расстоянии 50 мм от центра штампа скорость почти линейно возрастает с частотой от 5 м/с на частоте 50 Гц до 18 м/с на частоте 300 Гц.

Очень близкие величины получены в экспериментальных исследованиях с участием группы из 12 добровольцев, где исследовали распространение упругих волн в различных направлениях. Фазовым методом определили скорость распространения волны от штампа до приемника. При расстоянии 50 мм от центра штампа до центра приемника на частоте 50 Гц скорость составляла от 3 м/с до 8 м/с и на частоте 300 Гц составляла 18–19 м/с.

Таким образом, теоретические представления о картине вибраций поверхности грудной клетки человека соответствуют экспериментальным данным. С помощью модели оценили влияние свойств легких на поверхностные вибрации.

Оценки говорят о том, что структура поля поверхностных вибраций на частотах 100–1000 Гц на удалениях от штампа 60–200 мм является чувствительной к свойствам легких. По-видимому, диагностика свойств легких контактными датчиками будет эффективнее на таких удалениях от места простукивания. Регистрация перкуSSIONных звуков с помощью микрофона в воздухе дает некоторую «интегральную» информацию о поверхностных вибрациях и ее связь со свойствами глубинного слоя необходимо исследовать.

Работа поддержана грантом РФФИ 15-01-06246.

Обратная задача о восстановлении механических характеристик слоистой биологической ткани

Углич П. С.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет

Рассмотрены прямая и обратная задача о колебаниях поперечно-неоднородного вязкоупругого слоя. Слой моделирует кожный покров. Упругие характеристики слоя, а также его плотность считаются функциями поперечной координаты. Рассмотрен случай антиплоских колебаний.

Для решения прямой задачи используется интегральное преобразование Фурье. Исходная задача при этом сводится к краевой задаче для канонической системы линейных дифференциальных уравнений относительно трансформант перемещений и напряжений. Для решения краевых задач используется метод пристрелки. При этом для решения вспомогательных задач Коши используются вложенные формулы Рунге порядка 4(5). Решение прямой задачи построено в виде интеграла Фурье, подынтегральные функции в которых известны лишь приближенно. Также рассмотрены дисперсионные множества.

Для обращения преобразования Фурье используются два метода: один из них основан на численном отыскании интегралов Фурье, второй использует теорию вычетов, при этом для отыскания полюсов подынтегральной функции используется метод Ньютона для функции комплексной переменной. Для использования метода Ньютона предложена схема для отыскания производных неизвестных функций по параметру интегрального преобразования Фурье. Произведено сравнение обоих методов друг с другом, а также с аналитическим результатом для однородного слоя.

Далее рассматривается обратная коэффициентная задача об отыскании закона изменения функций — механических характеристик слоя по известному полю перемещений на части верхней границы. Для решения обратной задачи построен итерационный процесс, основанный на решении интегральных уравнений Фредгольма первого рода с гладким ядром. Ядра интегрального уравнения также выражается через интегралы Фурье и рассматриваются различные способы их отыскания. Кроме численного интегрирования также используется теория вычетов, но при отыскании ядра её использование осложняется тем, что особенности подынтегральной функции являются полюсами второго порядка. Построены формулы для отыскания вычетов в полюсах второго порядка и произведена верификация формул путём сравнения полученных результатов с аналитическими результатами для однородного слоя.

Для решения интегрального уравнения Фредгольма с гладким ядром используется метод регуляризации Тихонова. Приведены результаты решения прямой и обратной задач для различных случаев распределения механических параметров и при различных частотах колебаний.

Математическое моделирование пульсовых спиральных течений крови в некоторых отделах артериальной системы. Обзор исследований

Устинов Ю. А., Портнов Е. Н., Батищев В. А.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет

Первая математическая модель пульсового движения крови в артериальных сосудах была создана Юнгом. Эта модель определяется следующими соотношениями

$$c^2 \partial_z^2 p - \partial_t^2 p = 0, \quad \rho \partial_t v - \partial_z p = 0, \quad c^2 = G_0 / \rho = \frac{Eh}{2a\rho} \quad (1)$$

Здесь v — среднее по сечению значение скорости крови, p — гидродинамическое давление, c — фазовая скорость «волны давления», ρ — плотность крови, G_0 — радиальная жесткость стенки сосуда, которая рассматривалась как тонкостенная оболочка.

Стоит заметить, что Т. Юнг был одним из основателей замечательной традиции науки, следуя которой, ученые мало обращали внимание на различие между биологией и физикой. Другая важная область исследований касается природы упругости, в частности свойств и функции упругих артерий; его теория распространения волн в упругих трубках до сих пор считается фундаментальным корректным описанием пульсового давления в артериях. Именно в его лекции в Лондоне содержится явное заявление, что «вопрос о том, каким образом и в какой степени циркуляция крови зависит от мышечных и упругих сил сердца и артерий в предположении, что природа этих сил известна, должен стать просто вопросом наиболее усовершенствованных разделов теоретической гидравлики».

Причины, приводящие к спиральному (винтовому) движению крови, могут быть разными. В частности, на участках, где артериальный сосуд имеет кривизну, может возникать циркуляция по отношению к оси сосуда, причиной может служить структура мидии, мышечные волокна которой расположены по винтовым линиям, в силу чего во время систолы помимо расширения сосуд испытывает вращательное движение.

В аорте, непосредственно примыкающей к сердцу, причиной винтового движения служит вихревое движение в самом сердце, которое возникает во время систолы в силу отсутствия геометрической симметрии желудочка и симметрии механических свойств стенки сердца.

В докладе предполагается дать краткое описание двух математических моделей, описывающие эти движения, и методы решения сопутствующих вопросов, таких как, например, методы определения жесткости трубки с винтовой анизотропией в зависимости от ее параметров. Будут затронуты вопросы о влиянии параметров стентов на кроваток в артериях, в частности, будут приведены некоторые результаты анализа энергетических потерь на основе изменения величины вектора Пойнтинга—Умова при прохождении стентированного участка в зависимости от его механических свойств и геометрических размеров.

Изменение напряженно-деформированного состояния склеры при наложении вакуумного кольца

Франус Д. В.

Санкт-Петербург, Санкт-Петербургский государственный университет

Исследование внутриглазного давления (ВГД) является актуальной задачей, так как уровень ВГД является основополагающим показателем при диагностике различных глазных болезней и аномалий. Операция LASIK (Laser-Assisted in Situ Keratomileusis — лазерный кератомилёз) на сегодняшний день является одним из наиболее эффективных методов коррекции аномалий рефракции. Суть операции заключается сначала в выкраивании рогового лоскута достаточного для проведения операции по коррекции зрения. Потом производится лазерная абляция узконаправленными импульсами на основной слой роговицы; этот процесс контролируется компьютером в соответствии с необходимым профилем роговицы. Так при проведении рефракционной операции по коррекции зрения типа LASIK при формировании рогового лоскута используется вакуум-компрессионное кольцо (вакуумное кольцо), целью применения которого является повышение внутриглазного давления до значений выше 65 мм рт.ст., путём приложения вакуума от 520 до 550 мм рт.ст. Повышение ВГД до указанных значений позволяет более аккуратно проводить послойный разрез роговицы при проведении рефракционной операции и повысить точность коррекции зрения.

Построена математическая модель оценки изменения напряженно — деформированного состояния склеральной оболочки при наложении вакуумного кольца. Моделирование задачи производится в программном пакете конечно-элементного моделирования ANSYS. Глаз моделируется двумя сопряженными сферическими оболочками переменной толщины — склерой и многослойной неоднородной роговицей. Роговица делится на 4 слоя: эпителий, боуменова мембрана, строма, и десцеметова оболочка; при этом пятый слой эндотелий отнесен к внутреннему строению и не учитывается в модели. Для каждого слоя оболочки используется трансверсально-изотропный тип материала с индивидуальными упругими характеристиками. Граничные условия выбираются таким образом, чтобы исключить смещение и вращение модели. Применяется жесткая фиксация внешней поверхности сечения склеры в экваториальной зоне глазного яблока в перпендикулярном направлении, а также жесткая фиксация внешней поверхности сечений склеры двумя перпендикулярными плоскостями, проходящими через ось вращения в направлении нормали каждого сечения. Корнеосклеральная оболочка заполнена несжимаемой жидкостью с давлением p . Вакуум прикладывается по кольцу, ограниченному двумя параллелями в половине склеры, сопряженно соединенной с роговицей. В области контакта вакуумного кольца и склеры задается отрицательное давление 520 мм рт.ст. Полученные результаты сравниваются с клиническими данными.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, грант № 18-01-00832.

Конфигурационные силы в биомеханике роста

Фрейдин А. Б.

Санкт-Петербург, Институт проблем машиноведения РАН

Влияние механических напряжений на скорость биологического роста является в настоящее время признанным фактом (см., напр., A. Goriely, *The Mathematics and Mechanics of Biological Growth*. Springer, 2017). В представляемом докладе развитая ранее для описания распространения фронтов химических реакций в деформируемых телах концепция тензора химического средства (см., напр., Фрейдин А.Б., Изв. АН, МТТ, 2015, № 3, 35-68, Freidin A.B. et al, *Int. J. Fract.* 2016, Vol. 202, 245–259), переформулирована и развита для моделирования взаимосвязей биологического роста и напряженно-деформированного состояния.

На основе балансов массы, импульса, момента импульса и энергии и энтропийного неравенства, записанных для открытых деформируемых систем, в которых происходит объемный и поверхностный подвод вещества, перенос подводимого вещества к поверхности роста, и собственно рост, показано, что термодинамическая (конфигурационная) сила, управляющая поверхностным ростом определяется тензором, который в свою очередь, аналогично тензору химического средства, равен комбинации тензоров Эшелби (тензоров химических потенциалов) деформируемых компонентов биохимических превращений и химических потенциалов транспортируемых компонентов. Сформулировано кинетическое уравнение, определяющее скорость роста от нормальной компоненты тензора, управляющего ростом. При этом напряженно-деформированное состояние влияет на скорость роста через этот тензор.

Записывается система уравнений, включающая уравнения для определения напряженно-деформированного состояния, уравнения для транспорта (диффузии) подводимого вещества, уравнение кинетики роста, а также определяющие соотношения для деформируемых компонент и функций подвода вещества. Так как напряженно-деформированное состояние зависит от текущей конфигурации растущего тела при том, что скорость поверхности роста зависит от напряжений и подвода вещества, функция подвода вещества может зависеть от напряжений, а граничное условие для транспортного (диффузионного) уравнения ставится на неизвестной поверхности роста, поставленная задача является связанной задачей. Затем обсуждается постановка задачи объемного роста. Показывается, что конфигурационная сила, управляющая объемным ростом определяется инвариантами введенного выше тензора. Рассматриваются примеры, демонстрирующие взаимосвязи напряженно-деформированного состояния и роста.

Работа выполнена при поддержке программы президиума РАН № 16 «Развитие физико-химической механики поверхностных явлений как фундаментальной основы для разработки современных конструкций и технологий».

Артикуляция в контексте эффекта Ломбарда

Харитонов А. А.¹, Антонец В. А.^{1,2}

¹*Ни́жний Новго́род, На́циональный иссле́довательский Ни́жегоро́дский го́сударственный уни́верситет и́м. Н. И. Ло́бачевского*

²*Ни́жний Новго́род, Инсти́тут прикладной физи́ки РАН*

Из теории автоматического регулирования известно, что обратная связь обеспечивает точность управления системой и способствует компенсации/коррекции возмущений, вносимых в систему сторонним образом. Развивая представление о процессах речеобразования как результате действия системы управления с обратными связями (ОС) — акустической и механической (проприоцептивной) ОС, стоит отметить, что система управления артикуляцией характеризуется избыточностью: одна и та же степень сокращения мышцы может быть достигнута за счёт возбуждения разных двигательных единиц, активность разных мышц может приводить к одному и тому же смещению артикулятора, одно и то же расстояние между подвижными и неподвижными частями речевого тракта может смещением разных артикуляторов, и т.д. Помимо избыточности в выборе степени активности разных мышц, существует также избыточность в управлении каждой мышцей. Конкретные примеры использования этой избыточности исследуются в специальных экспериментах по возмущению артикуляции и восприятия речи — при акустическом вмешательстве (возмущение параметров речевого сигнала — основного тона или формантных частот), и вмешательстве в механическое движение артикуляторов (возмущение движений губ и нижней челюсти, внезапную электрическую стимуляцию мышц, изменение формы твёрдого неба, bite-block, lips-block, и т.п.) Результаты экспериментов такого типа показывают, что компенсация возмущений может происходить достаточно быстро, с задержкой 10–40 мс, что не оставляет времени для пробных артикуляторных движений. Установлено, что, несмотря на наличие избыточности, успешная компенсация помех речеобразованию достигается далеко не всегда, что свидетельствует об объективной сложности формирования необходимой реакции. Этого можно было ожидать, если допустить, что размерность пространства параметров выходного сигнала (смещение артикуляторных органов и, как следствие, изменение акустических параметров речевого сигнала) не совпадает с размерностью пространства команд управления сокращением двигательных единиц мышц. Особенно убедительно это выглядит, если принять во внимание темп речи в разных языках; так, по разным источникам, количество слов в минуту при чтении в слух/разговоре составляет 120–180 (русский язык) со средней длиной слова в русском языке: 5–7 букв (150–200 и 4–7 в английском языке, соответственно, и т. д.)

По-видимому, изучение механизмов компенсации возмущений затруднено в ситуации выраженных нарушений речи, т.е. в ситуации, когда система управления артикуляторами речи обладает потенциально меньшими возможностями по реорганизации; в таком случае, трудоёмкая постановка помех речеобразованию при помощи специального инструментария, и без того вносящая в речь искусственные изменения, кажется малоэффективной и нецелесообразной. В связи с этим, к рассмотрению предлагается методика дозированного акустического воздействия с

подавленной акустической ОС, без ограничения механических степеней свободы системы управления (речью). Вызываемая таким образом реакция может быть рассмотрена в контексте эффекта Ломбарда.

По всей видимости, разборчивую речь можно рассматривать как последовательную цепь исполнения стереотипных фонетических актов, каждому из которых соответствует своя собственная динамическая система с топологическим образом в виде аттрактора. Следуя этому предположению, можно говорить о том, что в каждом языке имеется оригинальный набор аттракторов, соответствующих элементарным фонетическим единицам. По результатам экспериментов, проведённых на целевой группе (испытуемые, признающие у себя дефекты при произнесении фрикативных /s/, /sh/) и группе испытуемых без явных дефектов речи с использованием указанной методики, было установлено, что на разных стадиях акустического воздействия динамические параметры псевдоаттракторов соответствующих звуков для двух групп достоверно различны. Исходя из более подробного анализа данных (значения корреляционных размерностей и Sample Entropy), можно полагать, что система управления у испытуемых с нормальной речью демонстрирует устойчивую способность к вариации «сложности» режимов управления, в то время как режимы в аналогичной системе у испытуемых с дефектами речи стабильны без изменений.

Механика продольного роста аксонов

Хашба В. Н.

*Санкт-Петербург, Санкт-Петербургский политехнический университет
Петра Великого*

Аксон, являясь наряду с сомой и дендритами основным элементом нейрона, играет ключевую роль в развитии нервной системы и формировании вещества головного мозга. Несмотря на уже имеющиеся представления о функционировании и росте аксонов, роль деформаций и напряжений во взаимосвязи с процессами диффузионного и транспортного подвода вещества и собственно роста изучена очень слабо, при том, что биологи отмечают определяющую роль этих взаимосвязей. Поэтому понимание этих взаимосвязей важно как для фундаментальной науки, так и для практической медицины. Аксон состоит из твердого «ядра» — продольно расположенных микротрубочек и нейрофиламентов, и упругой деформируемой мембраны. По краям аксона расположены сома и конус роста. На ранних стадиях рост аксона осуществляется за счет подачи тубулина из сомы, который проходя через тело аксона приводит к образованию новых микротрубочек вблизи конуса роста. Допускается также удлинение за счет роста уже существующих микротрубочек в теле аксона, однако таким ростом принято пренебрегать в силу малости его скоростей по сравнению с удлинением вызванным образованием новых микротрубочек на конце аксона. В свою очередь конус роста, считывая указывающие направление роста возбуждающие и тормозящие сигналы в окружающей его среде, способен «выбирать» направление движения конца аксона и создавать в растущем аксоне напряжения, меняющиеся в диапазоне 1 нН.

Данный доклад посвящен разработке биомеханической модели продольного роста аксона. Представлена термодинамически мотивированная одномерная модель роста аксона в результате подвода вещества из сомы к концу аксона. Приводится вывод выражения конфигурационной силы управляющей ростом аксона и формулируется кинетическое уравнение в виде связи скорости роста с конфигурационной силой. При этом напряжение и концентрация подводимого вещества влияют на кинетику роста аксона через конфигурационную силу. Подача вещества из сомы к конусу роста осуществляется в результате диффузии и дополнительного активного транспорта, осуществляемого белками. Приведено решение уравнения диффузионно-транспортной подачи вещества с граничным условием, определяемым скоростью роста аксона. В результате решения связанной задачи исследовано влияние величины параметра транспорта и механических напряжений на кинетику роста аксона. Проведено сравнение поведения аксона в упругой и вязко-упругой реологических моделях и исследовано влияние величины коэффициента вязкости.

Представленные результаты получены совместно с А. Б. Фрейдиным.

Работа выполнена при поддержке программы президиума РАН № 16 «Развитие физико-химической механики поверхностных явлений как фундаментальной основы для разработки современных конструкций и технологий».

Модели сосуществования видов на неоднородных ареалах:
косимметричные сценарии и численный эксперимент

Цибулин В. Г., Епифанов А. В.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет

Моделирование конкуренции видов за неоднородный ресурс является важным направлением исследований в математической экологии. В докладе будут рассмотрены модели на основе уравнений реакции–диффузии–адвекции, позволяющие описать идеальное свободное распределение (ИСР) и близкие ситуации. Под ИСР понимается итоговое распределение видов, пропорциональное количеству доступного ресурса (Fretwell S. D., Lucas H. L. Jr. Acta Biotheor. 1970), которое реализуется в том случае, когда каждая особь знает наиболее благоприятное местоположение для роста и способна свободно перемещаться.

В случае двух видов конкуренция за ограниченный ресурс $p(x)$ на ареале $\Omega \in \mathbb{R}^N$ описывается следующей задачей:

$$\begin{aligned} \dot{u} &= \nabla [k_1 \nabla u - \alpha_1 u \nabla \ln p + \beta_1 u \nabla \ln v] + \eta_1 u \left(1 - \frac{u+v}{p}\right), \\ \dot{v} &= \nabla [k_2 \nabla v - \alpha_2 v \nabla \ln p + \beta_2 v \nabla \ln u] + \eta_2 v \left(1 - \frac{u+v}{p}\right), \\ [k_1 \nabla u - \alpha_1 u \nabla \ln p + \beta_1 u \nabla \ln v] \cdot n &= 0, \quad [k_2 \nabla v - \alpha_2 v \nabla \ln p + \beta_2 v \nabla \ln u] \cdot n = 0. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь $u(x, t)$, $v(x, t)$ — плотности популяций в момент времени $t > 0$ в точке $x \in \Omega$, k_i — коэффициенты диффузии, α_i — коэффициенты направленной миграции, вызванной неоднородностью распределения ресурса $p(x)$, β_i — коэффициенты направленной миграции, вызванной неоднородностью распределения конкурирующего вида по ареалу, η_i — коэффициенты роста и n — внешний единичный вектор нормали на $\partial\Omega$. В работе (Cantrell R.S., Cosner C., Lou Y. Math. Biosci. Eng. 2010) для системы, следующей из (1) при $\beta_i = 0$, показано, что ИСР (или идеальная свободная стратегия) достигается при $k_i = \alpha_i$.

Установлено, что в случае $\beta_i \neq 0$ для того, чтобы равновесное распределение видов было идеальным, необходима стратегия $k_i = \alpha_i - \beta_i$. При этом получается континуальное семейство равновесий $u = \theta p$, $v = (1 - \theta)p$, $0 \leq \theta \leq 1$, обладающих индивидуальным спектром устойчивости. В.И. Юдович (Мат. заметки. 1991) показал, что в отличие от случая непрерывной симметрии причиной возникновения непрерывных семейств с переменным спектром устойчивости может быть косимметрия. Рассматриваемая модель (1) имеет косимметрию $L = (v/\eta_1, -u/\eta_2)$ на подпространстве $u = c_1 p$, $v = c_2 p$.

Представлены результаты численного исследования сценариев распределения видов при $k_i \neq \alpha_i - \beta_i$. Расчетная схема использует смещенные сетки и аппроксимации на основе интегро-интерполяционного метода аналогично статье (Епифанов А. В., Цибулин В. Г. Биофизика, 2016).

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ (18-01-00453).

Модель сосуда с активной стенкой

Шадрина Н. Х.

Санкт-Петербург, Институт физиологии им. И. П. Павлова

Несмотря на общие для всех сосудов принципы регуляции, сосуды разной органной и иерархической принадлежности имеют свои особенности в ее осуществлении. В регуляции кровотока важную роль отводят резистивным сосудам, к которым относят мелкие артерии и артериолы. Гладкомышечные клетки (ГК), на которые приходится существенная доля площади поперечного сечения стенки таких сосудов, обладают способностью сокращаться под действием разных факторов, включая механические воздействия. Цель работы состоит в исследовании зависимости напряжений в стенке резистивного сосуда от основных определяющих параметров и активности ГК. Решалась двухмерная задача Ламе для сосуда с активной стенкой, деформации в осевом направлении считались равными нулю. Напряжения представлены суммой активной и пассивной составляющих. В неактивированном сосуде материал стенки считается псевдоупругим. Поскольку ГК в стенке резистивных сосудов ориентированы преимущественно в окружном направлении, активную составляющую радиального и осевого напряжений полагали малой по сравнению с их пассивной составляющей. Активная составляющая окружного напряжения определяется двумя параметрами: радиальной координатой и концентрацией кальция (C_{Ca}) в ГК. Параметр C_{Ca} регулируется мембранным потенциалом ГК, зависящим от разности давлений на внутренней и внешней стенке сосуда. Необходимые функциональные зависимости и значения входящих в них коэффициентов получены из опубликованных данных экспериментов на мозговых сосудах крыс (Hogestätt e.a., 1983; Knot, Nelson, 1998). Получены точное решение задачи в квадратурах, зависимость активной составляющей окружного напряжения от C_{Ca} и радиальной координаты. Результаты моделирования с удовлетворительной точностью описывают экспериментальную зависимость внутреннего радиуса от внутрисосудистого давления. Расчеты показали, что напряжения в стенке сосуда определяются, главным образом, их активной составляющей, влияние пассивной составляющей минимально. Активация ГК существенно снижает окружное напряжение (σ_θ) и меняет характер его распределения по сравнению с пассивным сосудом: градиент напряжения меняет знак и становится положительным, наибольшее значение σ_θ достигается на внешней стенке. Радиальное напряжение при этом также снижается, но в значительно меньшей степени. Наличие активных напряжений приводит к уменьшению окружных растяжений и сглаживает неоднородность их распределения в сосудистой стенке. Активные сокращения ГК сосудистой стенки в окружном направлении приводят к существенному снижению окружного напряжения и способствуют более однородному распределению растягивающих напряжений в сосудистой стенке. Снижение радиального напряжения при этом существенно меньше. Максимальное значение окружного напряжения достигается на внешней стенке сосуда.

Работа выполнена при поддержке Программы фундаментальных научных исследований государственных академий на 2013–2020 годы (ГП-14, раздел 64).

Влияние ускоренного роста ребер на формирование деформации грудной клетки

Шамик В. Б., Ковалев М. С., Франциянц К. Г., Шамик П. В.

Ростов-на-Дону, Ростовский государственный медицинский университет

В формировании врожденных деформаций грудной клетки ведущую роль играют ребра. Ранее нами было доказано, что в основе патологии грудной клетки лежат нарушения в хрящевой клетке. Патологические процессы, происходящие в хрящевой ткани, имеют сходные изменения независимо от формы деформации. При этом, морфологические исследования ткани грудины показали отсутствие патологических отклонений. Кроме того, клеточный состав грудины соответствовал нормальным параметрам независимо от возраста пациента и вида деформации. Проведенные измерения параметров грудной клетки доказали, что ширина грудной клетки (фронтальный размер) остается неизменной, меняются только ее передне-задний (сагиттальный) и вертикальный размеры. Деформация ребра происходит в 3-х плоскостях и только части его, образующей переднюю грудную стенку. Прогрессирование деформации наблюдалось в период интенсивного роста ребенка (в возрасте 3, 7 и 12–14 лет), что свидетельствует в пользу ускоренного роста ребер. На передней грудной стенке у ребер имеется 2 подвижных соединения — костно-хрящевое сочленение ребра и грудино-реберное сочленение. В месте первого сочленения находится ростковая пластинка, отвечающая за рост ребер. Кроме того, исследование ткани реберного хряща показали пористость структуры и значительное снижение плотности за счет образования полостей в хрящевой ткани ребра.

Существующие методы диагностики, такие как торакометрия, спиральная компьютерная томография и магнито-резонансная томография измеряют параметры деформации в 2-х плоскостях. Предложенные методы измерения объема деформации имеют значение для определения степени деформации. Расчет необходимой резекции реберного хряща, проводимый нами и другими исследователями, практически в 90% случаев не соответствует истинному объему. Кроме того, потеря коррекции грудной клетки в послеоперационном периоде, несмотря на многоуровневую фиксацию грудино-реберного комплекса связана, по нашему мнению, с неустойчивой механической конструкцией передней грудной стенки и сохранением напряжения, прежде всего, костной и хрящевой тканей ребер и грудины и снижением плотности ткани реберного хряща. Создание модели передней грудной стенки с учетом деформации каждого ее элемента (ребер и грудины), а также моделирование максимальной устойчивости в послеоперационном периоде на фоне продолжающегося роста ребер позволит избежать потери коррекции в отдаленном периоде после торакопластики.

Деформационная совместимость имплантатов с биологическими тканями

Шилько С. В.

*Гомель, ГНУ Институт механики металлополимерных систем
им. В. А. Белого НАН Беларуси*

В медицине используются разнообразные имплантаты, включая трехмерные протезы внутренних органов, двумерные прокладки, перегородки, сетки и мембраны, а также средства для выполнения инъекций, диагностики и фиксации в виде тонких и гибких сплошных или полых элементов (катетеров, игл, зондов, микрокабелей, шовных материалов (проволок или монофиламентных хирургических нитей)). С учетом малого отношения радиуса поперечного сечения к длине, последние можно рассматривать, как одномерные имплантаты (ОИ). К ним относятся и более сложные по структуре композитные (полифиламентные и монофиламентные с нанесенным функциональным покрытием) нити. Помимо очевидных требований к имплантатам, включая прочность и формостабильность, следует минимизировать травмирование и сроки заживления раны в целях быстрой и полной реабилитации пациентов. Так как все способы имплантации связаны с интенсивным механическим воздействием на организм, важнейшим критерием качества имплантатов является их деформационная совместимость с биотканями. К примеру, для ушивания грудины после операций на открытом сердце используют металлическую проволоку. Однако такая проволока, обладая высокой прочностью и биоинертностью, часто прорезает грудину, являясь слишком твердой и прочной в сравнении с пористой костной тканью. Альтернативой являются моно- или полифиламентные синтетические нити. Они позволяют сформировать надежный и эластичный шов, однако их использование может привести к снижению жесткости и нестабильности грудной клетки в раннем и отдаленном периодах. Таким образом, протезирующие материалы и изделия должны удовлетворять противоречивым требованиям к их деформационным свойствам, что достигается моделированием контактного взаимодействия имплантатов с биотканями. В докладе рассматривается однократный акт перфорации биоткани и протягивания одномерного имплантата через образовавшееся отверстие. В механике композитов известны работы, в которых анализируется сходный процесс определения сдвиговой прочности адгезионной связи «волокно-матрица» посредством «pull-out» теста. Однако имеются существенные различия контактного взаимодействия ОИ с биотканями и армирующего волокна с матричным материалом в композитах: 1) Из-за отсутствия сильной адгезии имплантата к биоткани, предельное сдвиговое напряжение определяется законом трения Кулона—Амонтона; 2) Практикуемое изготовление одномерных имплантатов из низкомолекулярных и практически несжимаемых полимеров и эластомеров делает необходимым учет изменения поперечного сечения ОИ в зоне контакта при натяжении; 3) Толщина перфорируемого фрагмента биоткани мала в сравнении с другими размерами фрагмента и сила сопротивления при протягивании в основном определяется не упругими свойствами биоткани, а ее предварительным натяжением, как в мембранах конечной толщины. Эти особенности не позволяют использовать известные методики, разработанные для оценки адгезионной прочности соединения жесткого волокна с

эластичной матрицей в армированных композитах. В настоящем исследовании принимается, что исходный радиус отверстия r_0 меньше радиуса нити R_n , а элемент биоткани, через который осуществляется протягивание имплантата, представляет собой мембрану толщиной h . Размеры мембраны в плоскости, перпендикулярной нити, существенно больше толщины h и радиуса R_n . Для описания НДС мембраны вводятся цилиндрические координаты r, φ, z . Ось z перпендикулярна плоскости мембраны, находящейся в плоском напряженном состоянии $\sigma_{zz} = \sigma_{rz} = \sigma_{r\varphi} = 0$, и проходит через центр отверстия. Начальное натяжение биоткани характеризуется заданной компонентой тензора напряжений $\sigma_{rr} = \sigma_0$.

При протягивании имплантата радиус отверстия увеличивается и становится равным r_1 , что вызывает дополнительные напряжения и деформации, для определения которых следует решить задачу теории упругости в осесимметричной постановке для плоского напряженного состояния. Неравномерное распределение осевого напряжения σ_{zz} на участке имплантата, контактирующего с биотканью, приводит к изменению радиуса отверстия по толщине мембраны. Предположение о независимости r_1 от координаты z упрощает преобразования, позволяя получить аналитическое решение задачи. Разработанная механико-математическая модель протягивания одномерного имплантата позволяет установить зависимость его удлинения от приложенной продольной силы и получить расчетную оценку максимальной интенсивности напряжений в имплантате и биоткани. Исходными параметрами являются упругие характеристики биоткани (E_t, μ_t) и имплантата (E_n, μ_n), начальные значения радиусов отверстия (r_0) и имплантата (R_n), толщина (h) и начальное натяжение (σ_0) биоткани, коэффициенты трения покоя ($f_{\text{цн}}$) и скольжения ($f_{\text{ск}}$) для пары «имплантат — биоткань».

В качестве примера анализируется протягивание полимерной хирургической нити, имеющей радиус $R_n = 0,2$ мм, и упругие характеристики $E_n = 25$ МПа; $\mu_n = 0,4$ (модуль Юнга и коэффициент Пуассона соответственно) через отверстие в мембране, упругие характеристики которой ($E_t = 1,1$ МПа; $\mu_t = 0,48$) соответствуют коже человека в эпигастральной области живота. Значения остальных параметров приняты следующими: $r_0 = 0,13$ мм; $h = 6$ мм; $\sigma_0 = 0,1$ МПа; $f_{\text{цн}} = 0,6$; $f_{\text{ск}} = 0,5$. Установлено, что до начала проскальзывания зависимость удлинения нити от приложенной силы практически линейна, а затем, по мере удлинения, условная жесткость нити, равная производной от силы по удлинению, плавно уменьшается. Интенсивность напряжений в нити существенно (на порядок) превышает интенсивность напряжений в коже. До начала проскальзывания интенсивность напряжений в имплантате растет практически линейно с увеличением приложенной силы. На этой стадии максимальная интенсивность напряжений в биоткани при увеличении силы F_0 возрастает нелинейно. После начала проскальзывания максимальная интенсивность напряжений в нити плавно снижается, а в коже остается неизменной.

Особенности трансторакального звукопроведения,
выявляемые зондированием сложными сигналами
в частотных диапазонах 80–1000 Гц и 10–19 кГц

Ширяев А. Д., Коренбаум В. И.

*Владивосток, Тихоокеанский океанологический институт им. В. И. Ильичева
ДВО РАН*

Сложность строения дыхательной системы человека давно вызывала предположения о существовании нескольких путей прохождения звуковых колебаний на стенку грудной клетки. Использование известного из радиолокации метода — вычисления взаимно-ковариационной функции (ВКФ) излученного и принятого сложных сигналов, дает возможность экспериментального выявления различных механизмов (каналов) проведения звуковых колебаний в дыхательной системе человека, отличающихся скоростью распространения. Цель работы — сравнительное исследование акустических свойств распространения звука в дыхательной системе человека в двух вышеуказанных частотных диапазонах. Методология исследования включает в себя установку на поверхность грудной клетки обследуемого добровольца системы из 13 акустических датчиков, последовательную подачу сложных зондирующих сигналов высокочастотного (10–19 кГц) и низкочастотного (80–1000 Гц) диапазонов из 4 точек с поверхности грудной клетки. С помощью 16-канального электронного самописца осуществляется синхронная запись откликов датчиков на зондирующие сигналы. Далее разработанный пакет скриптов осуществляет расчет ВКФ откликов с образцами зондирующих сигналов. Каждый максимум огибающей Гилберта от ВКФ интерпретируется как приход звуковой волны. Для каждого прихода осуществляют определение уровня огибающей ВКФ (коэффициент корреляции, передаточный коэффициент корреляции) и времен распространения (скоростей). Акустическое зондирование легких добровольцев выполнялось при дыхательных маневрах, характеризующихся различным уровнем воздухонаполнения легких (спокойное дыхание, задержки дыхания на полном вдохе и выдохе). Для обоих диапазонов частот осуществлен анализ внутрииндивидуальной устойчивости характеристик ВКФ на выборке из 3-х здоровых добровольцев путем подачи зондирующего сигнала с 4 точек на поверхности грудной клетки для каждого вида дыхательного маневра: спокойное дыхание, задержанное на полном вдохе и выдохе. Обнаружена достаточная стабильность характеристик при маневрах на задержанном дыхании: для низкочастотного диапазона 80–1000 Гц для приходов встречающихся не менее 7 раз при 10 зондированиях относительные ошибки времен распространения и величин корреляционного коэффициента не превышают 10%, тогда как для высокочастотного диапазона 10–19 кГц наблюдаются скачки значений передаточного коэффициента корреляции до 5 раз. Установлено, что стабильность полученных характеристик ВКФ зависит от постоянства объема воздуха находящегося при зондировании в легких обследуемого. В результате исследования проведения звука низкочастотного диапазона 80–1000 Гц в легких при зондировании с поверхности грудной клетки по набранной группе, подтверждена возможность разложения принимаемого сигнала на высокоскоростные и низкоскоростные приходы. Для данного диапазона частот

скорость распространения по плотным тканям — до 1500 м/с, по паренхиме легких — 20–30 м/с. В результате исследования индивидуальной зависимости проведения звука высокочастотного диапазона 10–19 кГц от воздухонаполнения легких при зондировании с поверхности грудной клетки по набранной группе, также подтверждена возможность разложения принимаемого сигнала на высокоскоростные и низкоскоростные приходы. На оппозитных трассах излучатель-датчик установлено существование низкоскоростных приходов со скоростями распространения 150–50 м/с (при частоте 15 кГц получаем длину волны 0.33–1 см), скорость которых обратно зависят от степени воздухонаполнения легких при задержке дыхания на вдохе и выдохе, что позволяет трактовать эти приходы как результат распространения продольной звуковой волны преимущественно по паренхиме легких. Амплитуды высокоскоростных приходов со скоростями 150–1000 м/с усиливаются при уменьшении воздухонаполнения легких при задержках дыхания на выдохе и потому могут быть связаны с распространением продольной волны в плотных тканях. Иногда наблюдаемые у молодых здоровых лиц особо низкоскоростные приходы со скоростями 30–40 м/с, слабо зависящие от степени воздухонаполнения легких, могут быть связаны с поверхностными волнами, бегущими по стенке грудной клетки. Внутрииндивидуальное сравнение скоростей распространения упругих колебаний различных диапазонов частот по одним и тем же трассам зондирования в легких человека указывает на увеличение скорости звука в высокочастотном диапазоне по сравнению с низкочастотным, что может быть истолковано как дисперсия скоростей звука. Для высокочастотного диапазона впервые обнаружены 4 варианта соотношения амплитуд высокоскоростных и низкоскоростных приходов и их изменения в зависимости от степени воздухонаполнения легких, один из которых указывает на снижение воздухонаполнения и вентиляции легочной ткани у добровольца с установленной гормонозависимой бронхиальной астмой и может быть диагностическим признаком. По физическим соображениям при подаче сигнала с поверхности грудной клетки звук распространяется по структуре тканей грудной клетки — паренхиме легких. Паренхима лёгких образована огромным количеством альвеол диаметром 0.2–0.3 мм. Используя модель пузырьков воздуха в водоподобной среде, можно оценить частоту резонанса по известной формуле Миннаерта, которая дает 22–33 кГц. Отсюда следует, что и в низкочастотном (80–1000 Гц) и высокочастотном (10–19 кГц) диапазонах зондирования легких мы находимся на частотах, лежащих ниже фундаментального резонанса альвеол. Следовательно, в обоих диапазонах частот скорость продольной звуковой волны должна определяться упругостью газа в альвеолах и массой тканей, из которых образована их стенка. Однако остается открытым вопрос, почему в промежуточном по отношению к 80–1000 Гц и 10–19 кГц диапазоне частот 1–10 кГц звуковые сигналы в легких практически не распространяются.

Исследование выполнено при поддержке гранта РФФИ 16-08-00075-а.

Исследование механического поведения глазного яблока с учетом неоднородности упругих свойств переднего отдела

Штейн А. А., Моисеева И. Н.

Москва, Институт механики МГУ им. М. В. Ломоносова

Механические свойства корнеосклеральной оболочки глаза весьма сложны. Даже если ограничиться упругим поведением, и роговица, и склера анизотропны и неоднородны по своим упругим свойствам. Кроме того, во многих случаях упругое поведение этих тканей оказывается нелинейным. Совершенствование экспериментальных методик и развитость численных методов, прежде всего метода конечных элементов, создают предпосылки для все более полного учета этих разнообразных особенностей при математическом моделировании. Между тем, даже простейшие интегральные упругие характеристики глазного яблока меняются в широком диапазоне и их реальные значения зависят от индивидуальности, т. е. от конкретного обследуемого глаза. Поэтому результаты такого моделирования могут быть лишь ограниченно использованы для определения механического состояния глаза при клиническом обследовании. Развита нами грубая модель, представляющая роговицу безмоментной (мягкой) двумерной поверхностью, а склеральную область нульмерным элементом, откликающимся изменением объема на изменения давления, дала возможность определять индивидуальные упругие характеристики конкретного глаза при клиническом обследовании, получить результаты, хорошо согласующиеся с имеющими эмпирическими методиками и оценить границы применимости этих методик.

Первоначальный (базовый) вариант модели содержал многие упрощения, не обязательно следующие из принятого подхода, но приводящие к минимизации присутствующих в модели констант: роговица и склеральная область считались линейно упругими, поверхность, моделирующая роговицу, полагалась изотропной и пространственно однородной по упругим свойствам. От этих ограничений легко освободиться, не отходя от основных гипотез, но обобщения ведут к увеличению числа определяемых констант. Отсюда возникает необходимость исследовать, насколько отказ от учета разного рода усложнений влияет на интегральные, наблюдаемые и измеряемые, характеристики глаза и каковы условия для пренебрежения этими усложнениями. В настоящей работе исследуется влияние пространственной неоднородности роговицы в меридиональном направлении на результаты различных механических испытаний. Рассмотрены как деформирование глазного яблока под действием изменений внутреннего давления, так и тонометрия по Маклакову и Шютцу. В рамках развиваемого подхода основная характеристика упругих свойств роговицы — эффективная жесткость моделирующей ее поверхности, учитывающая не только средний по толщине реальной роговицы модуль растяжения, но и саму эту толщину.

Во всех случаях оказалось, что изучаемые интегральные характеристики деформации (подъем апекса роговицы и увеличение внутриглазного жидкого объема под действием внутреннего давления или тонометрическая разность, т. е. разность между тонометрическим и истинным давлением при тонометрии) в основном определяются эффективной жесткостью, осредненной по длине дуги об-

разующей роговичного сегмента. Таким образом, замена неоднородного распределения жесткости однородным с тем же средним вполне правомерно, если степень неоднородности не слишком высока. При монотонном изменении жесткости неоднородность становится существенной для амплитуды (разницы между максимальным и минимальным значениями) порядка самого среднего значения. В реальном интактном глазу такой уровень неоднородности обычно не достигается.

Однако при операциях, ослабляющих роговицу либо в апикальной, либо в концентрической неапикальной области, степень неоднородности эффективной жесткости может оказаться высокой. Дело в том, что удаляется обычно слой роговицы, примыкающий к ее внешней поверхности, а именно этот слой в значительной мере отвечает за прочность роговицы. Расчеты, проведенные для случая апикального ослабления роговицы, показали, что распределения эффективной жесткости могут приводить к заметному изменению интегральных характеристик деформации, в частности, тонометрической разности, по сравнению с интактной роговицей (до операции). Влияние возникшего неоднородного распределения на тонометрическую разность, как правило, слабее, чем самих упругих констант и истинного давления. И в этом случае замена неоднородного распределения неоднородного распределения однородным с эффективной жесткостью равной средней жесткости неоднородного распределения позволяет верно оценивать тонометрическую разность, если амплитуда жесткости не слишком велика. В любом случае, если средняя индивидуальная жесткость роговицы была оценена до операции, после операции ее следует оценивать заново.

Работа поддержана РФФИ (проект № 17-01-00380).

Внедрение индентора с постоянной скоростью в биологическую ткань

Яковенко А. А.

Долгопрудный, Московский физико-технический институт (государственный университет)

На данный момент одним из наиболее перспективных направлений современной робототехники является разработка робототехнических систем, способных работать с мягкими тканями (включая биологические). Такая функция находит применение и в медицине, например, для реализации неинвазивных методов диагностики заболеваний, а также для выполнения или контроля различных медицинских процедур (в том числе и массажа). Так как массажное воздействие является механическим, то для того чтобы аппарат смог эффективно и безопасно проводить эту процедуру, необходимо точно знать максимальные нагрузки, которые можно прикладывать, а также иметь представление о процессах, происходящих в тканях человеческого тела при контакте. В данной работе рассмотрена проблема взаимодействия одной из модификаций тактильного датчика с многослойной мягкой тканью. Решалась задача о внедрении сферического индентора с постоянной скоростью в неоднородное многослойное основание и в вязкоупругое полупространство.

Особенностью многослойной модели, когда часть тела человека моделируется двуслойным основанием (верхний, упругий слой — кожно-жировая клетчатка, нижний, вязкоупругий слой — мышечная ткань), является учет вязкоупругих свойств одного из слоев (слой мышц), что дает возможность оценить влияние скорости внедрения головки сенсора на величину нагрузки, максимальных контактных давлений и размера области контакта. В данном случае использовались упрощенные модели: для упругого слоя — модель Винклера, для вязкоупругого — модель Кельвина—Фойгта. В частности, установлено, что при внедрении с постоянной скоростью давления под индентором возрастают со временем, при этом растет и нагрузка, действующая на индентор. Поэтому эту модель рекомендуется использовать при больших скоростях деформирования.

При рассмотрении внедрения индентора в вязкоупругое полупространство использовался подход Радока. В рассматриваемой задаче с монотонно возрастающей площадкой контакта были получены зависимости от времени нагрузки, прилагаемой к инструменту, и максимального давления в центре области контакта при использовании двух видов ядер релаксации: экспоненциального ядра и ядра Абея. Проведен анализ влияния скорости внедрения индентора на характер изменения во времени силы, действующей на него со стороны мягкой ткани. Проведено сравнение результатов для рассмотренных в работе моделей вязкоупругого основания: одномерной модели и модели сплошной среды.

Полученные результаты позволяют оценить прилагаемые нагрузки и контактные давления, возникающие в ткани человека при взаимодействии с инструментом, для разных скоростей внедрения, а также установить границы применимости упрощенных моделей биологических тканей.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, грант 16-58-52033.

Содержание

Аксенов А. Ю., Клишковская Т. А. Применение видеонализа для моделирования скелетно-мышечной системы при ходьбе	4
Антонец В. А., Харитонов А. А. Исследование управления бицепсом при удержании груза	6
Балакина-Виколова Н. А., Сульман Т. Б., Соловьева О. Э., Кацнельсон Л. Б. Математическое моделирование механоэлектрических обратных связей в кардиомиоците человека	7
Бауэр С. М., Воронкова Е. Б., Котляр К. Е. Оценка механических параметров склеры по данным об изменении внутриглазного давления после интравитреальных инъекций	9
Белоусова М. Д., Чертополохов В. А., Кручинина А. П. О целенаправленном движении руки человека для построения копирующего управления антропоморфным роботом	10
Богачев И. В., Ватульян А. О. Об акустическом методе идентификации характеристик биологических тканей	11
Большаков П. В., Пряжевский Р. Д., Мазуренко А. В., Коноплев Ю. Г. Моделирование установки ацетабулярного компонента эндопротеза при деградации костной ткани	12
Большаков П. В., Кашапова Р. М. Оптимизация ферментного эндопротеза длинных костей	13
Босяков С. М., Алексеев Д. В., Юркевич К. С., Зильбершмидт В. В. Влияние анизотропного распределения упругих свойств и ударной вязкости на несущую способность бедренной кости после хирургической резекции	14
Василевский Ю. В., Гамилов Т. М., Данилов А. А., Петров И. Б., Прямоносков Р. А., Симаков С. С., Юрова А. С. Численное моделирование в областях, близких к реальной анатомии	15
Вассерман И. Н., Шардаков И. Н., Шестаков А. П., Глот И. О. Численное моделирование электрического возбуждения в деформированном миокарде	16
Ватульян А. О. Обратные задачи биомеханики	17
Герцен О. П., Набиев С. Р., Копылова Г. В., Щепкин Д. В., Бершицкий С. Ю., Матюшенко А. М., Никитина Л. В. Исследование функциональных свойств димеров тропомиозина	18
Глушков Е. В., Глушкова Н. В., Виноградова К. Н., Варелджан М. В. Моделирование контактного виброиндентирования мягких тканей	20
Гороженинова Т. Н., Киченко А. А. Биомеханическое моделирование поведения трабекулярной костной ткани в ветви нижней челюсти человека под нагрузкой	21
Горячева И. Г., Яковенко А. А. Моделирование контактного взаимодействия мягких тканей с медицинским инструментом	22
Градов О. В. Многоугловая безлинзовая микроскопия сил натяжения с установлением колокализации эффектов внешних полей как метод анализа механизмов нейроморфогенеза	23

Грибов Д. А., Дашевский И. Н., Олесова В. Н. Персонификация оценки напряженно-деформированного состояния нижней челюсти на базе данных КТ при разных схемах имплантации	25
Гулидова Е. А., Босяков С. М., Зильбершмидт В. В. Оценка влияния микроморфологии кортикальной костной ткани на распространение трещины в случае одного остеона	26
Гусаков Д. В. Исследование волновых процессов в мягких тканях в рамках модели пороупругости	27
Давыдов С. А., Земсков А. В., Тарлаковский Д. В. Использование моделей связанной термоупругой диффузии в технологических процессах изготовления изделий биомедицинской техники	28
Дашевский И. Н., Шушпанников П. С. Влияние характеристик резьбы на первичную стабильность дентальных имплантатов	30
Долганова Т. И., Шурова Е. Н., Долганов Д. В., Судницын А. С. Анализ динамоплантограмм после устранения многокомпонентных деформаций стоп	31
Доль А. В., Иванов Д. В. Построение твердотельных моделей артерий виллизиевого круга на основе DICOM-файлов в полуавтоматическом режиме	32
Досаев М.З., Селюцкий Ю.Д., Горячева И.Г., Ju Ming-Shaung, Yeh Chien-Hsien. Разработка системы для реализации тактильной обратной связи при лапароскопических операциях	33
Донник А. М. Биомеханическое моделирование хирургической реконструкции переходного пояснично-крестцового отдела позвоночника	34
Дорошенко О. В., Голуб М. В. К определению ультразвуковыми методами ослабления адгезионных связей между твёрдыми тканями зуба и композитными цементами	36
Дубинин А. Л., Няшин Ю. И., Осипенко М. А., Еловицова А. Н. Биомеханический анализ начальной стадии ортодонтического лечения	37
Дышко Б. А. Особенности опорных реакций при выполнении низкого старта	38
Дьяченко А. И., Шулагин Ю. А., Суворов А. В. Биомеханика и регуляция вентиляции легких человека при дыхании газовыми смесями разного состава и давления	39
Загребнева А. Д., Говорухин В. Н., Карташев В. В. Математическая модель распространения трансмиссивного заболевания в двухвидовой популяции	41
Иванов Д. В., Доль А. В. Факторы, приводящие к развитию и разрыву аневризм	42
Ильина Е. Э., Маслов Л. Б., Сабанеев Н. А. Математическое исследование влияния механического нагружения на процесс регенерации костной ткани в объеме пористого имплантата	43
Измайлова Я. О., Фрейдин А. Б. Биомеханика ремоделирования костной ткани	45

Ильичев В. Г., Ильичева О. А. Пространственная коадаптация популяций. «Танцы» перроновских векторов	46
Ипатов А. А., Литвинчук С. Ю., Дьянов Д. Ю. Влияние параметров модели полностью насыщенного материала Био на динамический отклик	47
Казарников А. В. Об одной модели распространения нервного импульса	48
Карякин М. И. Численно-аналитическое исследование нелинейно-упругих моделей биологических тканей с использованием средств компьютерной алгебры	49
Карпинский Д. Н., Бычков А. А., Роменская Е. С. Анализ методов восстановления деформационных свойств биомолекул по данным атомно-силового микроскопа	50
Кириллова И. М. Биомеханическое описание роста корневой системы растений	51
Кириллова И. В., Коссович Л. Ю., Кудяшев А. Л. Проблема выработки биомеханических критериев успешности реконструктивного хирургического вмешательства на элементах позвоночно-тазового комплекса	53
Кислухин В. В., Кислухина Е. В. Описание диффузии и поглощения веществ, основанное на стохастическом характере движения крови по микрососудам	54
Киченко А. А., Гороженинова Т. Н. Математическое моделирование адаптационных процессов в губчатой костной ткани для различных условий нагружения	55
Клишкова Т. А., Аксенов А. Ю. Виртуальная физическая реабилитация	56
Колесникова А. С., Голядкина А. А., Кириллова И. В., Коссович Л. Ю. Разработка концепции систем поддержки принятия решений	57
Кондратьев В. С. Расчет неоднородных цилиндрических структур и приложения к измерению волновых процессов в мягких тканях	58
Корников В. В. Статистическое оценивание влияния ряда параметров глаза на внутриглазное давление	59
Королева Е. В., Семенова Е. В., Балтина Т. В. Построение тензора структуры по данным томографии	60
Котмакова А. А., Гатаулин Я. А., Юхнев А. Д. Исследование закрученного течения в моделях бифуркации сонной артерии со стенозом	61
Кручинин П. А. Механические модели и интерпретация результатов стабиллометрических исследований	62
Кочубей П. В., Копылова Г. В., Щепкин Д. В., Бершицкий С. Ю. Обработка мышечных волокон перекисью водорода подавляет актинмиозиновое взаимодействие, но не влияет на его Ca^{2+} чувствительность	64
Курсанов А. Г., Зверев В. С., Соловьева О. Э. Трёхмерная конечно-элементная математическая модель прямоугольных и клиновидных образцов миокардиальной ткани	66

Кучумов А. Г., Самарцев В. А. Биомеханическое моделирование хирургических вмешательств при лечении желчнокаменной болезни и её осложнений	67
Кручинина А. П. Математические модели одиночной саккады глаза как оптимального движения	69
Логвенков С. А., Моисеева И. Н., Штейн А. А., Юдина Е. Н. Многофазная трехмерная модель клеточной подвижности в раннем эмбриогенезе	70
Лунёва А. Д., Колесникова А. С., Кириллова И. В., Коссович Л. Ю. Алгоритм контурной сегментации изображения и построения 3D моделей костных систем	72
Лысенко С. А. Моделирование химических процессов в живых организмах с помощью системы Шнакенберга	74
Макевнина В. В. Биомеханическое моделирование трахеобронхиального дерева человека	75
Мельник А. В., Ло С. Х., Огден Р. У. Гиперупругий закон состояния для миокарда, основанный на методе обобщенного тензора структуры, примененном к инварианту I8	77
Морнев О. А. Новое из биофизики возбудимых сред: псевдоградиентные системы	78
Михасев Г. И. Свободные колебания реконструированного среднего уха, подвергнутого тимпанопластике и стапедотомии	81
Моисеева И. Н., Любимов Г. А., Штейн А. А., Иомдина Е. Н., Арчаков А. Ю. Диагностические возможности совместного использования дифференциальной тонометрии по Шютцу и Маклакову	82
Москвин А. С. Физические модели лиганд-активируемых ионных каналов	84
Набиев С. Р., Кубасова Н. А., Матюшенко А. М., Левицкий Д. И., Цатурян А. К. Биомеханические аспекты кальциевой регуляции мышечного сокращения	85
Наседкин А. В. Исследование эффективности излучателей медицинского ультразвука из пористой пьезокерамики с модифицированными интерфейсными свойствами	86
Наседкина А. А., Наседкин А. В., Раджагопал А. Конечно-элементный анализ эффективности тарелкообразного излучателя для ингаляционной терапии в зависимости от свойств композитной пьезокерамики	88
Негрева М. Б., Ульянов В. С. Информационные технологии в исследовании экологически обусловленных заболеваний опорно-двигательной системы	90
Недин Р. Д., Дударев В. В., Юров В. О. Анализ влияния факторов предварительного состояния на пьезоэлектрические свойства костной ткани	91
Нестеров С. А. Об особенностях идентификации теплофизических свойств биологических тканей	92
Никитин В. Н., Тверье В. М. Биомеханические нагрузки в процессе коррекции прикуса зубочелюстной системы человека	93

Новиков О. И., Еремин А. А. Оценка декремента затухания бегущих упругих волн в слоистых биополимерных материалах	94
Напрасников В. В., Соловьев А. Н. Идентификация прижимных усилий на основе нейронной сети	95
Няшин Ю. И. Развитие концепции «Виртуальный физиологический человек»	96
Перельмутер М. Н., Олесова В. Н. Биомеханика керамического и титанового внутрикостных дентальных имплантатов	98
Петров А. Н., Игумнов Л. А., Белов А. А. Численно-аналитическое моделирование динамического отклика в частично насыщенной порупругой среде	100
Плотников Д. К., Поддубный А. А. Об индентировании биологических тканей	101
Поздин Н. В., Акулич Ю. В. Численная оценка потенциальной энергии мышц и сухожилий нижней конечности человека при стоянии на цыпочках	102
Потегунко О. А. Исследование деформирования решетчатой пластинки на основе модели Кармана	104
Пустовалова О. Г. Численно-аналитическое моделирование линейных дефектов в биологических тканях	105
Радченко Я. Ф., Гатаулин Я. А., Юхнев А. Д., Вавилов В. Н., Врабий А. А., Моисеев А. А. Закрученное течение в протезе кровеносного сосуда со спиральной насечкой	106
Ревина С. В., Кириченко О. В. Моделирование живых систем: движение фитопланктона в океане	107
Сёмин Ф. А., Зберия М. В. Применение многомасштабной модели левого желудочка сердца для исследования нарушений его насосной функции при патологиях сосудистого русла	108
Саламатова В. Ю. Об определяющих соотношениях для мягких тканей .	109
Сафронова М. А., Коренбаум В. И. Оценка нелинейности свистящих звуков форсированного выдоха человека по составу и соотношению спектральных гармоник	110
Саченков О. А., Мухин Д. А., Харин Н. В., Воробьев О. В., Яикова В. В. Построение конечно-элементной модели органа из костной ткани по данным томографии	112
Саченков О. А., Харин Н. В., Воробьев О. В., Герасимов О. В., Яикова В. В. Определение ортотропных свойств костной ткани по данным томографии	113
Скрипаченко К. К., Голядкина А. А., Мурылев В. В., Челнокова Н. О. Конечно-элементное моделирование сочетанной патологии корня аорты	114
Стадник Н. Э. Расчет напряженного состояния кровеносного сосуда в условиях патологического роста	115

Сульман Т. Б., Докучаев А. Д., Кацнельсон Л. Б. Сопряжение математической модели механической активности с электрофизиологической моделью O'Naga-Rudy кардиомиоцита человека	116
Тверье В. М. Биомеханическое давление в зубочелюстной системе человека	118
Тиманин Е. М., Фомина Е. С., Веремьева М. В., Дьяченко А. И. Математическое моделирование и экспериментальное исследование распространения упругих волн по грудной клетке человека	119
Углич П. С. Обратная задача о восстановлении механических характеристик слоистой биологической ткани	120
Устинов Ю. А., Портнов Е. Н., Батищев В. А. Математическое моделирование пульсовых спиральных течений крови в некоторых отделах артериальной системы. Обзор исследований	121
Франус Д. В. Изменение напряженно-деформированного состояния скелеры при наложении вакуумного кольца	122
Фрейдин А. Б. Конфигурационные силы в биомеханике роста	123
Харитонов А. А., Антонец В. А. Артикуляция в контексте эффекта Ломбарда	124
Хашба В. Н. Механика продольного роста аксонов	126
Цибулин В. Г., Епифанов А. В. Модели сосуществования видов на неоднородных ареалах: косимметричные сценарии и численный эксперимент	127
Шадрина Н. Х. Модель сосуда с активной стенкой	128
Шамик В. Б., Ковалев М. С., Франциянц К. Г., Шамик П. В. Влияние ускоренного роста ребер на формирование деформации грудной клетки	129
Шилько С. В. Деформационная совместимость имплантатов с биологическими тканями	130
Ширяев А. Д., Коренбаум В. И. Особенности трансторакального звукопроводения, выявляемые зондированием сложными сигналами в частотных диапазонах 80–1000 Гц и 10–19 кГц	132
Штейн А. А., Моисеева И. Н. Исследование механического поведения глазного яблока с учетом неоднородности упругих свойств переднего отдела	134
Яковенко А. А. Внедрение индентора с постоянной скоростью в биологическую ткань	136