

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
И БИОМЕХАНИКА В СОВРЕМЕННОМ
УНИВЕРСИТЕТЕ**

**ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ VIII ВСЕРОССИЙСКОЙ
ШКОЛЫ-СЕМИНАРА**

27 – 31 мая 2013 года

Ростов-на-Дону
Издательство Южного федерального университета
2013

ББК В2.Я 431

Редакторы: А. О. Ватulyян, М. И. Карякин

Математическое моделирование и биомеханика в современном университете. Тезисы докладов VIII Всероссийской школы-семинара, пос. Дивноморское, 27 – 31 мая 2013 г., Ростов-на-Дону, Издательство Южного федерального университета, 2013 г., 114 с.

Сборник содержит тезисы докладов, представленные на VIII Всероссийскую школу-семинар «Математическое моделирование и биомеханика в современном университете».

Основной целью школы-семинара является обсуждение современных направлений и тенденций научных исследований в области математического моделирования деформирования новых материалов и его применений к актуальным задачам механики и биомеханики. Обсуждаются результаты моделирования тел из физически и геометрически нелинейных материалов, проблемы вычислительной механики (методы конечных и граничных элементов), идентификации параметров для материалов со сложными физико-механическими свойствами (пористость, нелинейность, неоднородность, микроструктура, пьезоэффект), задачи моделирования, функционирования и роста различных биологических тканей и систем (костная и мышечная ткани, ткань кровеносных сосудов), задачи гидродинамики кровообращения, моделирование и оптимизация имплантантов.

Важными аспектами работы школы являются изучение вопросов интеграции этих направлений с процессом современного классического естественнонаучного и инженерного образования, анализ влияния междисциплинарных исследований на формирование современного ученого, обсуждение современных методов и технологий преподавания технических и естественнонаучных дисциплин, формирование новых учебных курсов и специализаций в рамках обсуждаемых на школе-семинаре научных направлений, приобщение молодых исследователей к изучению новых объектов.

VIII Всероссийская конференция «Математическое моделирование и биомеханика в современном университете» (пос. Дивноморское, 27 – 31 мая 2013 г.) поддержана Российским фондом фундаментальных исследований

Организаторы:

Южный федеральный университет

Донской государственный технический университет

Южный научный центр РАН

Программный комитет школы-семинара:

Белоконь А. В., советник ректора Южного федерального университета, зав. кафедрой математического моделирования Южного федерального университета, Ростов-на-Дону — председатель Программного комитета

Бауэр С. М., профессор Санкт-Петербургского государственного университета, Санкт-Петербург

Ватульян А. О., зав. кафедрой теории упругости Южного федерального университета, Ростов-на-Дону — заместитель председателя Программного комитета

Гузев М. А., член-корреспондент РАН, директор института прикладной математики Дальневосточного отделения РАН, Владивосток

Еремеев В. А., зав. лабораторией механики активных материалов Южного научного центра РАН, Ростов-на-Дону

Индейцев Д. А., член-корреспондент РАН, директор Института проблем машиноведения РАН, Санкт-Петербург

Коссович Л. Ю., ректор Саратовского государственного университета, Саратов

Любимов Г. А., зав. отделом Института механики Московского государственного университета, председатель совета РАН по биомеханике, Москва

Месхи Б. Ч., ректор Донского государственного технического университета, Ростов-на-Дону

Морозов Н. Ф., академик РАН, зав. кафедрой теории упругости Санкт-Петербургского государственного университета, Санкт-Петербург

Наседкин А. В., профессор Южного федерального университета, Ростов-на-Дону

Няшин Ю. И., зав. кафедрой теоретической механики Пермского национального исследовательского политехнического университета, главный редактор Российского журнала биомеханики, Пермь

Соловьев А. Н., зав. кафедрой сопротивления материалов Донского государственного технического университета, Ростов-на-Дону

Тарасевич Ю. Ю., зав. кафедрой прикладной математики и информатики Астраханского государственного университета, Астрахань

Устинов Ю. А., профессор кафедры теории упругости Южного федерального университета, Ростов-на-Дону

Цатурян А. К., ведущий научный сотрудник Института механики Московского государственного университета, член Международного совета по биомеханике, Москва

Шевцов С. Н., зав. лабораторией машиностроения и высоких технологий Южного научного центра РАН, Ростов-на-Дону

Штейн А. А., ведущий научный сотрудник Института механики Московского государственного университета, Москва

Организационный комитет школы-семинара:

Карякин М. И., декан факультета математики, механики и компьютерных наук Южного федерального университета — председатель Оргкомитета

Ерусалимский Я. М., профессор факультета математики, механики и компьютерных наук Южного федерального университета

Курбатова Н. В., доцент факультета математики, механики и компьютерных наук Южного федерального университета

Надолин К. А., заместитель декана факультета математики, механики и компьютерных наук Южного федерального университета

Попов А. В., инженер факультета математики, механики и компьютерных наук Южного федерального университета

Сафроненко В. Г., зам. директора НИИ механики и прикладной математики им. Воровича И. И. Южного федерального университета

Цыбенкова О. А., заместитель декана факультета математики, механики и компьютерных наук Южного федерального университета

Шубчинская Н. Ю., ассистент факультета математики, механики и компьютерных наук Южного федерального университета

Влияние присутствия волнорезов в корпусе автомобильной топливной цистерны на возможность опрокидывания при торможении

**Абдолреза К. К.* , Абрамович А. Ю.* , Напрасников В. В.* ,
Соловьев А. Н.****

**Минск, Белорусский национальный технический университет*

***Ростов-на-Дону, Донской государственный технический университет
n_v_v@tut.by*

В конструкциях современных топливных автоцистерн предусматривается установка внутри самих резервуаров волнорезов и перегородок. Их использование содействует некоторому сглаживанию гидроудара, а также препятствует опрокидыванию автоцистерны при резком торможении в случае частичного заполнения цистерны жидкостью. В данной работе рассмотрено построение геометрических моделей цистерны с поперечными волнорезами произвольной формы и без них на основе использования языка APDL.

При конструировании поперечных волнорезов исходят из того, что их толщина должна быть не меньше толщины стенок цистерны и они должны иметь отверстия для просачивания жидкости. Поэтому они не имеют жёстких стандартов и их форма и геометрические параметры зависят от размеров цистерны и от свойств перевозимой ею жидкости.

В связи с тем, что наличие опор в нашем случае никак не влияет на движение жидкости внутри цистерны, их можно не учитывать на этом этапе рассмотрения процесса. Делается это в дереве модели путём выбора для данного компонента пункта контекстного меню «Suppress». Теперь конечно-элементная сетка на этом компоненте создаваться не будет, что позволит снизить общее время моделирования. При создании конечно-элементной сетки на жидкости в модуле FLUENT необходимо фактор плотности сетки установить на максимум. Следует заметить, что данный тип расчёта предполагает качественное разбиение на конечные элементы. Далее задаём среднее значение размера элементов как качественный, и устанавливаем максимальное сглаживание для элементов как высокое.

Выполнено моделирование поведения системы «цистерна–жидкость» при наличии динамических воздействий, соответствующих режиму экстренного торможения с учетом контакта жидкости с упругим телом, определено распределение давления на стенки цистерны в различные моменты времени. При этом в модуле FLUENT задаются следующие нагрузки, имитирующие равноускоренное движение цистерны с топливом: предполагается, что цистерна находится в состоянии покоя, а топливо движется с ускорением 4 м/с^2 в горизонтальном направлении и на него постоянно действует ускорение свободного падения $9,81 \text{ м/с}^2$ в вертикальном направлении. Топливо заполняет цистерну на уровне 0,3 м. Время, на протяжении которого прикладываются указанные ускорения, составляет 1 с.

Исследована эффективность применения волнорезов для предотвращения опрокидывания цистерны и снижения гидроудара топлива о стенки. Согласно полученным результатам моделирования, максимальное давление на стенки цистерны при наличии волнорезов удалось снизить на 3%, а реакции в опорах, определяющие вероятность отрыва транспортного средства для опасного участка снизились на 9%.

Контактное взаимодействие штампа и трехслойного цилиндрического основания с учетом трения в области контакта

Абрамович М. В., Колосова Е. М., Чебаков М. И.

Ростов-на-Дону, НИИ механики и прикладной математики ЮФУ

chebakov@math.rsu.ru

На основе аналитического подхода рассматривается плоская контактная задача теории упругости о взаимодействии абсолютно жесткого цилиндра с внутренней поверхностью трехслойного цилиндрического основания, состоящего из двух круговых цилиндрических слоев, жестко соединенных между собой и с упругим пространством, при этом слои и пространство имеют различные упругие постоянные. Штмп нагружен вертикальной силой и крутящим моментом, при этом система штамп-основание находится в состоянии предельного равновесия. Предполагается, что в зоне контакта заданы силы Кулоновского трения. Поставленная задача является математической моделью цилиндрического подшипника скольжения с многослойными антифрикционными покрытиями. Для поставленной задачи с помощью программ аналитических вычислений впервые получено точное интегральное уравнение первого рода с ядром, представленным в явном аналитическом виде. Изучены основные свойства ядер интегральных уравнений, в том числе показано, что числитель и знаменатель символов ядер могут быть представлены в виде многочлена по произведениям степеней модулей сдвига слоев и пространства. Изложена схема решения интегрального уравнения прямым методом коллокаций, которая позволяет получать решение задачи практически при любых значениях исходных параметров. Метод позволяет свести задачу к линейной системе алгебраических уравнений, отличительной особенностью которой является то, что она имеет диагональную структуру. Между коэффициентами системы существует такая связь, которая позволяет ограничиться вычислением только коэффициенты первой строки, а все остальные элементы системы будут выражаться через них, что значительно сокращает время вычисления всех коэффициентов матрицы системы.

Рассчитаны распределения контактных напряжений, размеры области контакта, взаимосвязи перемещения штампа и действующих на него силы в зависимости от геометрических и механических параметров слоев и пространства. В частности показано, что при наличии в зоне контакта трения Кулона область контакта между жестким цилиндром и упругим цилиндрическим основанием становится несимметричной относительно вертикальной оси и смещается в направлении, противоположном направлению действующего момента. Показано также, что с увеличением коэффициента трения и/или коэффициента Пуассона верхнего слоя величина смещения растет. Проведено сравнение полученных результатов расчета в частных случаях с ранее известными.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты 11-08-00909, 12-08-90022-Бел_а).

Влияние динамических процессов в пленке на развитие поврежденности в адгезионном основании

Абрамян А. К.*, Вакуленко С. А.*, Индейцев Д. А.*, Семенов Б. Н.**

* Санкт-Петербург, Институт проблем машиноведения РАН

** Санкт-Петербург, Санкт-Петербургский государственный университет
semenov@bs1892.spb.edu

При деформировании многослойных конструкций на границе раздела основание–покрытие из-за различия их физико-механических свойств могут возникать значительные напряжения, приводящие к разрушению или отслоению покрытия. И если воздействие статических или ударных нагрузок на возникновение и развитие поврежденности в адгезионном слое многослойных конструкций достаточно полно исследовано, то аналогичные процессы при внезапно приложенных вибрационных нагрузках изучены меньше. Интерес к последним связан с тем, что даже малые переменные воздействия могут приводить к локализации колебаний в окрестности неоднородностей (включения, дефекты, и т. д.) и сопровождаться ростом поврежденности адгезионного слоя, приводящим к отслоению покрытия. Учитывая, что обычно толщина тонкослойного покрытия много меньше характерных размеров основания, в качестве первого приближения заменим покрытие, прикрепленное к основанию, пленкой на упругом основании. В рамках этой работы исследуется возможность локализации колебаний в районах с поврежденностью и влияние локализации на развитие поврежденности до появления отслоения пленки.

Рассматривается случай, когда задача может быть сведена к одномерной, т. е. принимается в первом приближении модель бесконечной струны, лежащей на упругом основании, с коэффициентом, зависящим от поврежденности адгезионного слоя подложки. Упругое основание заменяет действие подложки и основного материала на пленку. Рост поврежденности адгезионного слоя подчиняется кинетическому уравнению. Полное разрушение материала адгезионного слоя, приводящее к отслоению некоторого участка пленки, происходит в тех точках x , и наступает в тот момент времени t , когда величина поврежденности ω достигает некоторого критического уровня ω^* .

Первым из возможных сценариев поведения зоны поврежденности является ее монотонный рост. Вторым сценарием поведения поврежденности является постоянный ступенчатый рост. В этом случае поврежденность растет в течение некоторых интервалов времени и постоянна между этими интервалами. Этот второй сценарий может быть трансформирован в первый сценарий, при найденных в работе условиях. Третий сценарий заключается в том, что роста поврежденности не произойдет. Этот сценарий может выполняться для достаточно больших значений частоты вибрационной нагрузки. Определены условия, при которых поведение поврежденности определяется локализованной осциллирующей частью решения и, на больших временах, волновая часть решения играет главную роль.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант 13-01-00349).

Действие нормально приложенной сосредоточенной силы на упругое полупространство с неоднородным покрытием

Айзикович С. М., Васильев А. С., Волков С. С., Митрин Б. И.

Ростов-на-Дону, Донской государственный технический университет
andre.vasiliev@gmail.com

В работе рассматривается задача о действии сосредоточенной нормальной силы на упругое полупространство с неоднородным по глубине покрытием. Модуль Юнга и коэффициент Пуассона покрытия изменяются по глубине по произвольному непрерывному закону (функционально-градиентное покрытие) или описываются кусочно-постоянной функцией (многослойное покрытие). На границе стыка покрытия и подложки возможен скачок функций, описывающих изменение упругих модулей.

В рамках линейной теории упругости сформулирована математическая постановка задачи. Предложена схема численного построения функции податливости полупространства для непрерывно-неоднородного покрытия. Вычисление значения функции податливости для кусочно-однородного покрытия сведено к решению системы линейных алгебраических уравнений. Построены аппроксимации функции податливости выражениями специального вида, для которых получены аналитические выражения смещений на поверхности покрытия.

На примере нескольких характерных законов изменения модуля Юнга и коэффициента Пуассона проанализировано различие между слоистыми и непрерывно-неоднородными покрытиями.

Численные значения напряжений, деформаций и смещений произвольной точки полупространства с неоднородным покрытием сравниваются с известными значениями для случая однородного полупространства.

Явные аналитические выражения для компонентов вектора смещений и тензоров напряжений и перемещений при действии сосредоточенной нормальной силы на однородное упругое полупространство были получены Ж. Ф. Буссинеском (1885, Application des potentiels à l'étude de l'équilibre et du mouvement des solides élastiques) с использованием теории потенциалов.

Рассматриваемая в работе задача является обобщением классической задачи Буссинеска и позволяет учесть изменение упругих модулей по глубине материала. Результаты представляют как теоретический, так и практический интерес. Полученные формулы дают возможность аналитически проанализировать качественные отличия поведения неоднородных и однородных материалов. Результаты могут быть использованы при интерпретации экспериментов наноиндентирования в случае, когда размер зоны контакта индентора значительно меньше толщины образца.

Идентификации дефектов в стержневых конструкциях на основе анализа форм колебаний

Акопьян В. А., Черпаков А. В.

Ростов-на-Дону, НИИ механики и прикладной математики ЮФУ
solovievarc@gmail.com

Предложен метод идентификация дефектов в стержневых конструкциях, в котором в качестве дополнительной информации для решения обратной геометрической задачи используется набор собственных частот и форм колебаний конструкции на резонансных частотах.

Основные этапы метода описываются следующим образом. На первом этапе происходит сбор информации о собственных частотах и соответствующих формах колебаний стержневой конструкции. Для этого производится подготовка модели, устройств управления колебаниями и сбора данных на базе компьютера. С помощью блока управления происходит возбуждение гармонических колебаний конструкции. Осуществляется сбор параметров колебаний с помощью датчиков в нескольких точках модели. Результатом является амплитудно-частотная характеристика (АЧХ) смещений точек конструкции, на основе которых определяются резонансные частоты.

Далее производится сбор информации о формах собственных колебаний на выделенных резонансных частотах. С помощью блока управления колебаниями происходит возбуждение колебаний на соответствующей резонансной частоте. Измеряются амплитуды колебаний в точках с определенным шагом по длине конструкции. На основе конечно-разностных соотношений производится расчет углов между касательными и кривизны форм резонансных колебаний, анализ которых позволяет определить вероятное местоположение дефекта, связанного с наличием «изломов» и экстремумов с «большим» градиентом. Использование нескольких форм колебаний позволяет значительно увеличить надежность метода, исключив неединственность решения.

На последнем этапе решается задача об определении величины дефекта. Создается конечно-элементная модель с дефектом или адекватная аналитическая балочная модель конструкции, в которой дефект заменяется упругим элементом, при этом дефект локализован в определенном ранее месте. Моделируются собственные колебания стержневой конструкции с различными размерами дефекта. Определяется зависимости: углов изгиба между касательными и кривизны в точке расположения дефекта к различным величинам дефекта. На основе сравнения результатов эксперимента и расчета происходит определение величины дефекта.

Предложенная методика апробирована на консольно закрепленном стержне с одним дефектом в виде одностороннего поперечного разреза и показала работоспособность. Проведены расчеты, в которых показана возможность применения разработанного метода для множественных дефектов и для стержней с разным типом закрепления, а также для более сложных стержневых конструкций треугольников и их наборов в виде ферм.

Авторы выражает благодарность А. Н. Соловьеву за внимание к работе.

Упругие волны и запрещенные зоны в слоистых периодических пьезоупругих композитах

Александров А. А., Голуб М. В., Фоменко С. И.

Краснодар, Институт математики, механики и информатики,

Кубанский государственный университет

bright_sky@list.ru

Композитные материалы с периодической внутренней структурой в последние годы получают всё более широкое применение в самых разных отраслях. В периодических упругих структурах, называемых фоннными кристаллами, наблюдается эффект появления зон полного непропускания нестационарного сигнала — запрещённые зоны. Такие структуры могут быть использованы, например, как устройства сцепления, эффективные звуковые изоляторы, полезные для акустической изоляции вибрирующих структур, гироскопы или механические резонаторы. В настоящей работе рассматривается задача моделирования распространения волн в пьезоэлектрической функционально-градиентной периодической слоистой структуре в терминах линейной теории электромагнитоупругости.

Для построения волновых полей перемещений, упругих напряжений, электрического потенциала и индукции строится матрица переноса для пьезоэлектрического материала. В зависимости от типа падающей волны определяются коэффициенты прохождения и отражения энергии, которые позволяют найти запрещённые частотные зоны (частотные диапазоны, в которых энергетический коэффициент прохождения стремится к нулю, т.к. энергия полностью не проходит через структуру). Получаемые результаты и модели могут использоваться при создании частотных фильтров и пьезоактуаторов. Для большого количества ячеек используются спектральное представление для матрицы перехода, что позволяет получить устойчивое решение. Кроме того, при этом значительно уменьшается время расчёта в связи с тем, что преобразованная матрица, которую необходимо возвести в степень N , является диагональной. При выводе асимптотических выражений для коэффициентов прохождения показывается, что собственные значения для матрицы перехода могут служить критерием для определения запрещённых зон.

Приводятся некоторые численные результаты: диаграммы запрещённых зон для неповреждённых слоистых и функционально-градиентных фоннных кристаллов в зависимости от толщин слоёв и падающей волны. Анализируются диаграммы запрещённых зон в зависимости от упругих свойств, толщин слоёв, типа падающей волны. Обсуждается эффект появления разрешённых зон «малого пропускания» в упругих функционально-градиентных фоннных кристаллах.

Работа выполнена в рамках проекта ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 годы (проект 14.В37.21.0387) и при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 12-01-31001).

Математическое моделирование аневризм артерий виллизиевого круга человека

Аристамбекова А. В., Доль А. В., Иванов Д. В., Павлова О. Е.

Саратов, Саратовский государственный университет

ivanovdv@gmail.com

В соответствии с клиническими данными в России до 80–90% нетравматических субарахноидальных кровоизлияний происходят вследствие разрыва внутривисцеральных аневризм. Это приводит либо к неврологическим расстройствам различной степени тяжести, либо к смерти. Аневризмы могут быть приобретенными или врожденными. Последние исследования показывают, что аневризмы в большинстве своем развиваются вследствие гемодинамических повреждений сосудистой стенки. Авторы обращают внимание на значения касательных и эффективных напряжений на и в стенке артерий и аневризм. Большое внимание в современном научном сообществе уделяется восстановлению геометрии сосудов головного мозга на основе изображений КТ и МРТ. При этом авторы работают с данными конкретных пациентов, что позволяет уйти от обобщений и сравнивать результаты с реальными параметрами кровотока. Необходимо найти «золотую середину» среди известных методик построения геометрических моделей на основе данных КТ и МРТ. Для выполнения численных расчетов модель должна быть гладкой и покрываться ограниченным числом поверхностей. А методика построения не должна быть чрезмерно трудоемкой. Граничным условиям, которые задаются на входе в сосуд при конечно-элементном расчете, учеными также уделяется особое внимание. Итак, если рассматривать модель виллизиевого круга конкретного пациента, то необходимо учитывать не только геометрию его сосудов, но и скорости кровотока подводящих артерий, а также механические параметры стенки. Если с первыми двумя параметрами можно разобраться, сделав магнитно-резонансную томографию и ультразвуковое исследование сосудов одному и тому же конкретному пациенту, то с механическими характеристиками все намного сложнее. На сегодняшний день не представляется возможным определить механические характеристики сосудов живого человека, поэтому было решено использовать в расчетах механические характеристики исследуемых артерий, найденные нами ранее. Несмотря на обилие работ, посвященных исследованию аневризм артерий виллизиевого круга, не обнаружены работы, содержащие в себе комплексное исследование, включающее не только постановку задачи о поведении артерий для конкретного пациента, но и позволяющее одновременно оценить механические факторы, приводящие к образованию и развитию аневризм, и имеющее выход на практическое применение в клинике. В данной статье представлена оригинальная методика построения компьютерных трехмерных реалистичных гладких геометрических моделей артерий виллизиевого круга в норме и при наличии аневризм. Для постановки граничных условий на входе в виллизиев круг обработаны данные УЗИ внутренних сонных и позвоночных артерий. В заключительной части статьи описана процедура получения параметров материала стенок артерий виллизиевого круга на основе данных механических экспериментов образцов исследуемых сосудов.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, грант № 12-01-31310.

О статическом и вибрационном изгибе прямоугольных пластинок

Аристамбекова А. В., Недорезов П. Ф.

Саратов, Саратовский государственный университет

aristambekovaav@mail.ru

Рассматриваются статическая и динамическая задачи для однослойной толстой прямоугольной пластинки произвольной толщины. Материал считается упругим ортотропным. Главные направления анизотропии в каждой точке пластинки параллельны рёбрам. Два края пластинки предполагаются свободно опёртыми, а два других края закреплены произвольным образом (края свободно опёрты, края жестко закреплены или один край свободно опёрт, другой — жестко закреплен). Пластинка находится под действием нагрузки, изменяющейся по гармоническому закону и распределённой по верхней плоскости. Предполагается, что пластинка испытывает малые деформации, подчиняющиеся закону Гука.

Для определения проекций вектора смещения и напряжений записывается система уравнений, состоящая из уравнений движения сплошной среды и уравнений обобщенного закона Гука. Решение уравнений должно быть подчинено условиям на верхней и нижней плоскостях пластинки и условиям на боковых гранях.

Для понижения размерности краевой задачи функции перемещения записывается в виде линейных комбинаций кубических сплайнов. В результате граничные условия будут выполнены автоматически.

Система обыкновенных дифференциальных уравнений для перемещений получается методом разделения переменных и классический метод сплайн-коллокации. Метод сплайн-коллокации был предложен Я. М. Григоренко и Н. Н. Крюковым в случае произвольно закрепленных противоположных сторон пластинки. Граничные условия для системы должны выполняться в точках коллокации.

В настоящее время известен ряд эффективных численных методов решения краевых задач для систем обыкновенных дифференциальных уравнений. В их числе находится метод дискретной ортогонализации С. К. Годунова, который предназначен для нахождения решения краевой задачи для системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Разными авторами проверена высокая точность метода Годунова при решении большого количества тестовых задач.

Этот метод применяется для определения характеристик напряженно-деформированного состояния однослойных пластинок. В качестве параметров модели принимались параметры, соответствующие ортотропным стеклопластикам (однонаправленный стеклопластик и СВМ). Результаты были получены для квадратных пластинок. При различных значениях толщины пластинки были определены максимальные амплитуды прогиба при статическом изгибе и резонансные частоты при вибрационном изгибе. Результаты численных расчетов представлены в виде таблиц и графиков.

Математическая модель двухслойной гидродинамической смазки упорного подшипника

Ахвердиев К. С., Лагунова Е. О., Мукутадзе М. А.

*Ростов-на-Дону, Ростовский государственный университет путей сообщения
lagunova@rambler.ru*

Как известно, при наличии в смазочной жидкости частиц присадок или продуктов износа, а также за счет пристенной ориентации ее молекул, вблизи твердой опорной поверхности подшипника происходит расслоение смазки на слои с различной вязкостью. Слоистое течение вязкой несжимаемой жидкости в зазоре упорного и радиального подшипников рассматривалось в работах Ахвердиева К. С., Мукутадзе М. А., Александровой Е. Е. Существенный недостаток предлагаемой ранее методики заключается в том, что в расчетной модели не учитывается зависимость вязкости от давления. При больших значениях давления в смазочном слое вязкость смазки существенно возрастает и возникает необходимость учета зависимости вязкости от давления. В данной работе рассматривается установившееся стратифицированное течение двухслойной вязкой несжимаемой смазки в зазоре упорного подшипника (система «ползун–направляющая») с адаптированным профилем опорной поверхности. Предполагается, что ползун неподвижен, а направляющая движется в направлении сужения зазора с заданной скоростью u^* . Также предполагается, что зависимость вязкости от давления выражается формулой $\mu'_i = \mu_{0i} e^{\alpha^* p'}$, где μ_{0i} ($i = 1, 2$) — характерные вязкости смазочных слоев.

В качестве исходных уравнений берется безразмерная система уравнений движения несжимаемой жидкости с учетом зависимости вязкости от давления для случая «тонкого слоя» и уравнение неразрывности; а также граничные условия, которые означают прилипание смазки к поверхности ползуна и направляющей; условия, означающие равенство скоростей, касательных и нормальных напряжений на границе раздела слоев; условие существования слоистого течения смазки, т.е. требуется, чтобы скорость точек границы раздела слоев в каждой точке была направлена по касательной к контуру раздела слоев.

В результате решения поставленной задачи найдено точное автомодельное решение, позволяющее записать аналитические выражения для основных рабочих характеристик упорного подшипника (несущая способность, сила трения и расход).

Из полученных аналитических выражений следует, что основные рабочие характеристики подшипника существенно зависят от вязкостных отношений слоев и их протяженностей, от параметра α , обусловленного зависимостью вязкости от давления, а также от параметра ω , характеризующего адаптированный профиль опорной поверхности.

При значениях параметра $\omega = 3\pi/2$, несущая способность подшипника на 56% выше, чем при $\omega = 0$.

С увеличением значений вязкостных отношений μ_{02}/μ_{01} , несущая способность подшипника существенно возрастает.

Компьютерное моделирование, экспериментальные исследования
и оптимизация пьезоизлучателя с плосковогнутой поверхностью

Бабенко И. С., Наumenко А. А.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет

babenko-90@mail.ru

Для повышения эффективности электромеханических преобразований предлагается использовать дисковой пьезоэлектрический преобразователь, в котором одна из его торцевых поверхностей имеет плосковогнутую форму. Такой преобразователь, предложенный зав. отделением НИИ физики ЮФУ А. Н. Рыбьянцом, будет обладать большей податливостью при изгибных деформациях и, как следствие, большими эффективными пьезомодулями.

В экспериментальных исследованиях изучались плоско-вогнутые преобразователи, выполненные из пьезокерамики ПКР-1, с электродированными торцевыми поверхностями. Эффективный толщинный пьезомодуль d_{33} измерялся при квазистатических испытаниях при нагрузке силой F , приложенной в центре верхней торцевой поверхности плоской формы. Преобразователь лежал на основании, касаясь основания по плоской части своей нижней плосковогнутой торцевой поверхности. Оба электрода были закорочены. При приложении силы F преобразователь деформировался, и за счет пьезоэффекта на электродах появлялись заряды Q , которые и регистрировались. Эффективный толщинный пьезомодуль определялся как отношение наведенного заряда к подаваемой силе: $(d_{33})^{eff} = Q/F$.

Для предлагаемого плосковогнутого дискового преобразователя было также осуществлено конечно-элементное моделирование с использованием специального программного инструментария, разработанного на языке APDL ANSYS. Были построены твердотельные и конечно-элементные модели преобразователя в осесимметричной постановке. Для моделирования реальных изгибных деформаций в плоской части нижней торцевой поверхности закрепленными считались только крайние к оси симметрии точки. Разработанные программы позволили вычислить эффективные толщинные пьезомодули при варьировании входных геометрических и физико-механических параметров в статических постановках и в режиме установившихся колебаний. Было обнаружено, что для корреляции результатов вычислительных экспериментов в статике и при установившихся колебаниях при малых частотах существенную роль играет надлежащий подбор квазистатических значений добротности преобразователя.

Для тестовых образцов результаты экспериментов и компьютерных вычислений показали достаточно хорошую согласованность между собой, что позволяет прогнозировать эффективные свойства плосковогнутого преобразователя при различных входных данных путем проведения соответствующих компьютерных вычислений. Естественно, что чем меньше высота диска и чем больше радиус вогнутости, тем большими оказываются эффективные пьезомодули. Так, для ряда наборов геометрических размеров было получено увеличение эффективного толщинного пьезомодуля по сравнению с модулем d_{33} пьезокерамического материала в сотни раз, что открывает широкие возможности использования новой формы дискового преобразователя в разнообразных применениях.

К вопросу о вязкоупругости неоднородного миокарда

**Балакин А. А., Лисин Р. В., Проценко Ю. Л., Смолюк А. Т.,
Смолюк Л. Т.**

*Екатеринбург, Институт иммунологии и физиологии УрО РАН
fusion_lab@inbox.ru*

В многочисленных экспериментах на животных и при исследовании сердца здоровых и больных людей установлена пространственно-временная неоднородность биомеханических, электрических и биохимических характеристик миокарда. Показано, что неоднородность играет важную роль в адаптации насосной функции здорового и патологически измененного сердца к нагрузкам. При этом большинство исследований посвящено изучению влияния неоднородности на сократимость активного миокарда. Однако неоднородности вязкоупругих характеристик миокардиальной ткани уделяется очень мало внимания, несмотря на то, что вязкоупругие свойства миокарда играют важную роль в механизмах, обеспечивающих насосную функцию сердца в норме и, особенно, при патологии. Нами разработана блочная математическая модель простейшей неоднородной системы, которая описывает зависимость пассивного напряжения от деформации в миокардиальной ткани. В рамках модели показано, что введение незначительной неоднородности геометрических и механических характеристик структурных блоков модели оказывает существенное влияние на результирующий отклик системы. Анализ результатов численных экспериментов позволил предположить, что наличие неоднородности только вязкоупругих свойств сегментов стенки сердца может обеспечивать более эффективную механическую активность сегментов миокарда в более широком диапазоне деформаций желудочка.

Гипотеза проверена на экспериментальной модели, состоящей из двух последовательно соединённых препаратов папиллярных мышц крысы (последовательный мышечный дуплет). Установлено, что жесткость элементов дуплета при их взаимодействии в ответ на растяжение становилась на 4–5% меньше, чем жесткость этих же препаратов в изоляции при одинаковой величине относительной деформации. При этом величина пассивной силы, соответствующая максимальному растяжению препарата в изоляции достигалась в дуплете при величинах деформаций препаратов больших на 1–2% по сравнению с деформацией в изоляции. Таким образом, при объединении неоднородных препаратов миокарда в дуплет мы получили систему с новыми усредненными вязкоупругими характеристиками как для системы в целом, так и для каждого из элементов дуплета.

Представляет особый интерес исследование вклада локальной неоднородности вязкоупругих характеристик в глобальный механический отклик миокарда в зависимости от пола и возраста животных, а также от наличия патологий сердца. Поэтому вопрос о вкладе неоднородности в формировании вязкоупругого отклика миокардиальной ткани остается открытым.

Работа выполнена при поддержке: Программы Президиума РАН №12-42-004-ЯЦ, гранта для молодых ученых и аспирантов УрО РАН №13-4-НП-439, гранта РФФИ №13-04-00367.

Определение полного набора упругих постоянных и характеристик
диссипации анизотропного материала на основе сочетания
аналитических, конечноэлементных решений
и генетического алгоритма

Баранов И. В., Шевцов М. Ю.

Ростов-на-Дону, Донской государственный технический университет
solovievarc@gmail.com

Ранее (Баранов И. В., Шевцов М. Ю. *Мат. мод. и биомеханика в современном университете. Тез. докл. VII Всеросс. школы-семинара. 2012. С.14*) были разработаны методы определения полного набора упругих постоянных анизотропного материала на основе анализа колебаний пластин. При применении этой методики к определению механических свойств композиционных материалов, в особенности при наличии полимерной компоненты или значительной пористости, необходимо учитывать диссипативные составляющие этих свойств. В работе рассматриваются установившиеся колебания с круговой частотой ω (множитель $e^{i\omega t}$ далее опущен) тела, занимающего односвязную область V . Граница тела S состоит из двух непересекающихся частей S_1, S_2 . На S_1 заданы u_j , на S_2 — t_j , амплитудные значения векторов смещений и напряжений ($j = 1, 2, 3$) соответственно. Диссипацию в теле будем учитывать либо путем введения в уравнения движения сил, пропорциональных скорости, либо путем использования определяющих соотношений для вязкоупругого анизотропного тела в виде операторов Вольтерра с последующей экспоненциальной аппроксимацией ядер ползучести.

$$Lu = c_{ijkl} u_{k,lj} + \rho \omega_*^2 u_i = 0, \quad \omega_*^2 = \omega^2 - i\varepsilon\omega, \quad \varepsilon > 0 \quad (1)$$

и граничным условиям на S_1

$$u_i|_{S_1} = u_{i0}, \quad t_i = c_{ijkl} u_{k,l} n_j|_{S_2} = p_i, \quad i = 1, 2, 3 \quad (2)$$

где $c_{ijkl} = c_{ijkl}(i\omega)$ — комплексные компоненты тензора упругих постоянных; ρ — плотность; n_j — компоненты вектора внешней нормали к поверхности тела; ε — коэффициент, характеризующий интенсивность трения.

Ранее предложенная методика определения упругих постоянных дает начальное приближение и определяет достаточно небольшие интервалы их поиска при решении задач с учетом диссипации. Для корректировки их значений и определения мнимых составляющих комплексных модулей решаются задачи о вынужденных колебаниях (аналитически или численно методом конечных элементов), а дополнительной информацией для решения обратных коэффициентных задач являются амплитудные значения смещений, измеренные на свободных участках границы. Далее используется генетический алгоритм для минимизации функционала невязки между измеренными и рассчитанными волновыми полями смещений.

Авторы благодарят А. Н. Соловьева за внимание к работе.

Невязкая неустойчивость потока крови вблизи выхода из левого желудочка сердца

Батищев В. А., Гетман В. А.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет
batishev-v@mail.ru

Сообщения об обнаружении винтовых течений крови в аортальной системе появились во второй половине прошлого столетия. Закрученные потоки крови возникают в левом желудочке сердца и переносятся в восходящую часть аорты. Механизм возникновения этих потоков рассматривался во многих публикациях, в том числе и в статье Орлова П. И., Гриценко В. В., Углова Ф. Г. и др. «Следует ли учитывать наличие закрученного потока крови в левом желудочке сердца и аорте при конструировании искусственных клапанов?» (Вестник хирургии, 1998, т. 157, №1). В этой работе проведен анализ накопленных экспериментальных данных. Утверждается, что механизм возникновения закрученных потоков крови «связан с морфофункциональными особенностями миокарда, а именно с разнонаправленным сокращением слоев мускулатуры желудочков». Закрученный поток крови формируется в диастолу благодаря «трабекулярным мышцам желудочка» и усиливается в систолу.

В докладе изучается возможность возникновения винтовых течений крови в левом желудочке сердца в окрестности входа в аорту в результате неустойчивости потока жидкости. Стенки желудочка моделируются конфузуром (поверхностью усеченного конуса). Рассматривается течение жидкости малой вязкости через конфузур, в предположении, что на входе задан поток жидкости. Решение задачи строится на основе системы уравнений Навье–Стокса. Кровь рассматривается как маловязкая жидкость. Эксперименты показывают наличие тонких пограничных слоев на стенках, поэтому решение задачи строится в виде асимптотических разложений методом пограничного слоя. В главном приближении получается течение невязкой жидкости, описывающее стационарный сходящийся поток с одной продольной компонентой скорости. На стенках конфузора возникает нелинейный стационарный пограничный слой. На этот «основной» режим накладываются малые спиральные возмущения, периодические по времени. Уравнение этих спиральных возмущений учитывает конвективный перенос сходящегося потока, а также продольную и поперечную диффузию. Решение уравнения возмущений строится в виде суммы двух компонент – течение в ядре потока и пограничный слой. Учет диффузионных членов позволяет разделить переменные. В окружном направлении получается задача на собственные значения, имеющая счетное число решений, которые найдены численно. В радиальном направлении уравнение возмущений решено аналитически и численно для невязкой жидкости. Показано, что для невязкого сходящегося потока амплитуды малых спиральных возмущений возрастают в направлении потока и достигают максимальных значений на выходе из конфузора. Физически это означает, что возникающие спиральные возмущения в левом желудочке сердца усиливаются вдоль потока и создают винтовое течение крови на входе в аорту.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проект № 12-01-000582-а.

Возникновение вращения жидкости в слоях Марангони с наночастицами

Батищев В. А., Заикин В. В.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет
batishev-v@mail.ru

Идея переноса тепла в жидкости с наночастицами предложена S.U.S. Choi и J.A. Eastman в 1995 г. Эта модель основана на известном факте, что теплопроводность некоторых металлов в сотни раз превосходит теплопроводность отдельных жидкостей. Известно, что тепловой поток через твердую границу значительно увеличивается при увеличении концентрации наночастиц в жидкости. Однако, при термокапиллярном течении жидкости со свободной границей (эффект Марангони) возникает противоположный эффект.

Термокапиллярные эффекты в слоях Марангони интенсивно изучаются с конца прошлого столетия в связи с экспериментами в космосе. В докладе показано, что при больших числах Марангони в жидкости бесконечной глубины при наличии наночастиц возможно вращение тонкого пограничного слоя вблизи свободной поверхности. Вне этого слоя жидкость не вращается. Для исследования термокапиллярных эффектов используется однофазная модель жидкости с наночастицами. Уравнения этой модели получаются из уравнений Навье–Стокса заменой теплофизических параметров на их эффективные значения. Эти эффективные параметры получены различными авторами в последнее десятилетие. Отметим, что результаты расчетов по однофазной модели хорошо согласуются с экспериментальными данными, а именно относительная погрешность расчетов составляет порядка десяти процентов.

В докладе исследовано влияние наночастиц меди и оксида титана на термокапиллярный эффект вблизи свободной поверхности в случае осесимметричного течения наножидкости. Показано, что при охлаждении свободной поверхности вблизи оси симметрии возникает вращение тонкого пограничного слоя вблизи этой границы. Однако, вне пограничного слоя жидкость не вращается. При локальном нагреве свободной поверхности вращение не возникает. Наличие наночастиц в жидкости приводит к торможению течения жидкости. Скорость вращения пограничного слоя также уменьшается. Тепловой поток на свободной поверхности уменьшается с ростом концентрации наночастиц как при нагреве, так и при охлаждении свободной границы. Этот факт был получен ранее в двумерном случае, только для локального нагрева свободной поверхности и при отсутствии вращения жидкости. Отметим, что при передаче тепла в жидкость с наночастицами через твердую поверхность возникает противоположный эффект, а именно тепловой поток на твердой границе увеличивается с ростом концентрации наночастиц в жидкости. Тепловой поток изменяется на десятки процентов в зависимости от вида наночастиц и их концентрации как в случае твердой, так и свободной границ.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ № 12-01-00582-а.

Статистические модели зависимости показателей внутриглазного давления от параметров роговицы

Бауэр С. М.* , Качанов А. Б. , Корников В. В.***

** Санкт-Петербург, Санкт-Петербургский государственный университет*

*** Санкт-Петербург, филиал ФГУ МНТК «Микрохирургия глаза»*

s_bauer@mail.ru

Исследовалось 402 глаза (201 пациент, 76 мужчин (37.8%), 125 женщин (62.2%)). Возраст пациентов был 26.5 ± 6.3 лет (среднее \pm стандартное отклонение). Обследованные пациенты в дальнейшем подвергались операциям по коррекции зрения (миопии) со сферой до -13.5 дптр и цилиндром -4.5 дптр. Структура: 36 глаз (9.0%) — миопия слабой степени, 238 глаз (59.2%) — миопия средней степени, 128 глаз (31.8%) — миопия высокой степени.

Центральная толщина роговицы по данным УЗ-кератопахиметрии (УЗ-ЦТР) по всей группе пациентов составляла 541.7 ± 31.4 микрон. У мужчин УЗ-ЦТР составляла 548.0 ± 29.1 микрон. У женщин УЗ-ЦТР составляла 537.8 ± 32.1 микрон, т.е. на 10.3 микрон меньше, чем у пациентов-мужчин. Следует отметить статистически значимое различие показателя УЗ-ЦТР у мужчин и женщин на уровне значимости $p < 0.05$. Распределение глаз в зависимости от ЦТР: ультратонкая роговица (ЦТР до 480 микрон) — 9 глаз (2.1%), тонкая (481–520 мкм) — 93 глаза (23.3%), нормальная (521–560 мкм) — 174 глаза (43.5%), толстая (561–600 мкм) — 119 глаз (30.0%), «супертолстая» (более 601 мкм) — 5 глаз (1.1%).

Исследование показало, что внутриглазное давление (ВГД), измеренное пневмотонометром, для всей группы пациентов в среднем составляло 15.4 ± 2.9 мм рт. ст. ВГД у мужчин — 16.2 ± 2.9 мм рт. ст., у женщин — 14.8 ± 2.7 мм рт. ст. Сравнение показателя ВГД у мужчин и женщин с использованием критерия Стьюдента показало статистически значимое различие ($p < 0.05$).

Исследование указанной группы пациентов показало статистически значимую корреляцию между центральной толщиной роговицы и показателем ВГД, полученным пневмотонометром. Значение коэффициента корреляции r достигало величины равной 0,95.

Эксперимент и анализ движения металлического маятника
навстречу импульсному излучению лазера под действием
термоупругих напряжений

Башкарева О. В., Зимин Б. А., Судьенков Ю. В.

Санкт-Петербург, Санкт-Петербургский государственный университет
Sudenkov@land.ru

Результаты исследований термонапряжений в твердых телах при воздействии субмикросекундных и более длительных лазерных импульсов показали принципиальное различие параметров импульсов термонапряжений в тепло- и нетеплопроводящих средах, обусловленное различием механизмов теплопереноса. Эксперименты показали существенное различие в формировании термоупругих напряжений сжатия и растяжения для тепло и нетеплопроводящих материалов.

Анализ дисперсионной функции традиционной системы уравнений динамической задачи термоупругости показывает, что эффект повышения амплитуды и длительности фазы растяжения для тепло и электропроводящих материалов (металлов) не может быть объяснен в рамках традиционной модели.

Высокая теплопроводность металлов, обусловленная электронным механизмом теплопереноса, приводит к отсутствию локализации термомодеформаций в области поглощения. Изменение температуры в текущих микрообъемах обуславливает возникновение термоупругих (акустических) напряжений, обеспечивающих дополнительный вклад в фазу растяжения, то есть вклад от движущегося источника термонапряжений.

Генерация упругих волн при движении теплового потока (потока взаимодействия электронов с решеткой) может быть ассоциирована с гидродинамической задачей о поршне, которая является задачей с «бегущим» граничным условием. То есть, задачу динамической термоупругости для теплопроводящих (электропроводящих) сред можно также рассматривать как задачу с «бегущим» граничным условием.

Рассматривая «тепловой» поршень с медленно изменяющимся во времени движением $x(t)$, при условии, что длина тепловой волны мала по сравнению с длиной упругой волны, можно получить приближенное решение задачи динамической термоупругости для теплопроводящих сред.

Результат такого анализа показывает, что средний механический импульс в теплопроводящих материалах (металлах) больше нуля за счет преобладающей фазы растяжения и, следовательно, показывает возможность перемещения теплопроводящих объектов при импульсном нагреве.

Результаты экспериментальных исследований движения металлического маятника при воздействии импульсного лазерного излучения подтверждают возможность перемещения теплопроводящих объектов за счет термонапряжений, инициируемых импульсным неоднородным нагревом.

Этот эффект обусловлен действием электронного механизма теплопереноса. Начальное преобразование поглощенной электромагнитной энергии в импульс почти свободных электронов, взаимодействующих с решеткой, приводит к нагреву скин-слоя, а в дальнейшем процесс переноса поддерживается действием термоэлектрического эффекта Зеебека.

Моделирование нелинейных пьезоэлементов, используемых в энергетических накопителях

Белоконь А. В., Скалиух А. С.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет
skaliukh@math.rsu.ru

Интерес к задачам развития и использования микроминиатюрных микросистем для сбора и накопления энергии от окружающих упругих систем, находящихся в условиях интенсивных колебаний, появился давно, но получил растущее внимание в последние несколько лет с появлением микроминиатюрных пьезокерамических датчиков, используемых в качестве сенсоров и актуаторов. Чтобы активизировать работу сенсора или актуатора, необходим источник энергии, в качестве которого может выступать аккумулятор или батарея. Такие источники надо либо менять, либо подзаряжать, что бывает сделать очень трудно, или даже невозможно вследствие определенных условий их эксплуатации. В то же время энергетические потребности микроминиатюрных сенсоров достаточно малы, не более 100 мкВт. Таким образом, напрашивается задача создания на основе пьезокерамических материалов преобразователя, способного за счет механических колебаний элементов окружающей среды генерировать электрическую энергию, которую в дальнейшем использовать в качестве источника энергии в сенсорах и актуаторах. Развитие этой идеи получило существенное подтверждение после создания устройств, использующих активные материалы, способных накапливать электрическую энергию в малых дозах. В этом случае колеблющиеся упругие элементы типа ферм и пролетов мостов, балок-лонжеронов крыльев самолетов и т.д. и т.п., являются неисчерпаемым источником механической энергии. Впервые такое устройство было изготовлено и продемонстрировано в 1969 г. американским исследователем W. Ко. К настоящему времени накоплен уже достаточно большой опыт в создании таких накопителей энергии. В основном для этих целей используются различные виды стержневых или пластинчатых преобразователей, которые могут работать либо на сжатие-растяжение, либо на изгиб. Простейшие математические модели, как правило, описывают колебательный процесс такого преобразователя на определенной моде колебаний. Использование модели линейной электроупругости не всегда правильно отражает поведение реальной конструкции. Это связано с использованием внешнего контура и подзарядным устройством. Поэтому, наряду с линейными моделями, было предложено рассматривать нелинейные модели. В одном случае нелинейность можно вводить в модель, когда жесткость элемента удастся представить нелинейной функцией, например 3-го порядка. В результате получается уравнение Дюффинга, для которого строится амплитудно-частотная характеристика. В другом случае предлагается рассматривать нелинейную модель пьезоэлектрических материалов с упругими и диэлектрическими модулями второго порядка. Для этого случая были получены зависимости возникающей разности потенциалов от амплитуды смещения рабочей зоны преобразователя. Результаты могут быть использованы разработчиками подобных накопителей энергии.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант 13-08-01094-а, грант 12-01-00829-а).

Итерационный подход к идентификации неоднородных свойств кожного покрова

Богачев И. В.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет
bogachev89@yandex.ru

Кожа является наиболее крупным органом человеческого тела. Общая площадь кожного покрова взрослого человека может превосходить два квадратных метра, ее масса составляет около 15% массы тела, а толщина ее колеблется от долей миллиметра до нескольких миллиметров. Кожа выполняет множество жизненно важных функций, таких как барьерно-защитная, терморегуляторная, иммунная, экскреторная и т.д.

Ввиду доступности кожного покрова для непосредственного осмотра, его состояние является важным индикатором состояния всего организма, например, на определенной стадии заболевания почек появляется отек кожи, а его степень и динамика развития свидетельствуют о тяжести патологии. Также, многие патологические процессы, происходящие в кожном покрове, могут быть описаны на основе анализа изменения механических свойств, на которые такие процессы оказывают существенное влияние. В связи с этим изучение механических характеристик кожи представляется очень информативным.

Экспериментально доказано, что кожа представляет собой существенно нелинейный вязкоупругий материал, при этом она не гомогенна и не изотропна — это композиционный материал, состоящий из дискретных частей. Наличие в ней многих слоев (эпидермиса, дермы и подкожного жира), обладающих своими собственными характеристиками, определяет гетерогенность ее механических свойств. Вследствие этого широко используемые в механике твердых тел теоретические модели не могут адекватно объяснить экспериментальные результаты исследований механических свойств кожи.

В работе рассмотрена задача о восстановлении свойств неоднородного по толщине вязкоупругого слоя (моделирующего кожный покров), в свою очередь состоящего из трех слоев, моделирующих подкожный жир, дерму и эпидермис. С помощью процедуры осреднения двумерную задачу удастся свести к более простой одномерной, для которой построена итерационная схема решения, основанная на методе линеаризации и сочетающая на каждом шаге последовательное решение интегральных уравнений Фредгольма I и II родов с применением регуляризационного метода Тихонова. Представлены результаты вычислительных экспериментов по восстановлению кусочно-непрерывных функций, характеризующих мгновенный и длительный модули, входящих в состав комплексного модуля. Проведено дополнительное исследование влияния параметров каждого из составных слоев на амплитудно-частотные характеристики, показывающее, что значительное влияние на качество реконструкции характеристик слоя оказывает наличие слоя подкожного жира, имеющего относительно низкие значения модулей.

Исследование выполнено при поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации, соглашения №14.132.21.1358, №14.132.21.1360 и Российского фонда фундаментальных исследований.

О моделировании диагностики сращивания костной ткани

Богачев И. В., Ватульян А. О.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет

vatulyan@math.rsu.ru

Диагностика сращивания трубчатых костей в месте перелома представляет собой одну из актуальных задач контроля остеосинтеза на современном этапе. Одним из развивающихся и перспективных методов в этом направлении является активная резонансная вибродиагностика. Ранние работы в этом направлении указали на определенную корреляцию между АЧХ системы и степенью жесткости костной мозоли в месте перелома, что имеет место как при наличии устройств внешней фиксации (аппарат Илизарова), так и без них. В то же время развитие технологий остеосинтеза требует и совершенствования методик анализа АЧХ и соответствующих математических моделей, в частности использования аппарата обратных коэффициентных задач для решения задачи диагностики. Отметим, что при построении соответствующих моделей имеется ряд осложняющих моделирование факторов — существенная неоднородность и разброс упругих характеристик костной ткани, сложная геометрия отломков и фиксирующей пластины, неопределенность при формулировке граничных условий.

В настоящем исследовании представлена модель диагностики сращивания большеберцовой кости в месте перелома. Рассмотрено два варианта моделирования — без устройств фиксации и при наличии скрепленной в ограниченной области с костью титановой пластины. В основу первой модели положены балочные модели переменной жесткости. При этом использованы полиномиальные аппроксимации жесткостей и предложено несколько видов описания эффективных упругих свойств костной ткани в области перелома в зависимости от типа перелома и его геометрии, основанных на различных моделях осреднения. В основу второй модели положены балочные модели переменной жесткости в сочетании с упругим контактом в некоторой области.

В качестве идентифицируемого параметра выступает модуль упругости регенерата, который в процессе сращивания изменяется на несколько порядков, что приводит к изменению резонансных частот биомеханической системы в частотной области, охватывающей первый и второй изгибные резонансы. Проведены вычислительные эксперименты по расчету и анализу АЧХ большеберцовой кости в зависимости от различных факторов — типа перелома, формы пластины и способа ее крепления, упругих свойств компактной и спонгиозной ткани, предварительного напряжения. Эти эксперименты показали, что изменения резонансных частот на этапе, предшествующем формированию спонгиозной ткани, могут быть измерены и являются диагностически значимым фактором при реконструкции упругих свойств костной мозоли.

В рамках использованных моделей проведены вычислительные эксперименты по решению обратных задач, позволяющие определить искомую характеристику и судить о степени сращивания, оценить возможности акустического мониторинга при различных типах остеосинтеза и дальнейшие перспективы этого метода диагностики.

О некоторых методах анализа кардиосигналов

Богачева М. О.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет
akimenko-85@mail.ru

Технологии цифровой обработки сигналов находят все более широкое применение в различных областях, в частности при идентификации и определении характеристик биологических сигналов, таких как кардиограмма, электроэнцефалограмма, электрогастрограмма, реограмма и т.п. При этом выбор алгоритма для анализа биологических сигналов является непростой задачей, что обусловлено разнообразием их характеристик по сравнению с физическими сигналами.

Кардиосигнал является сигналом нестационарной природы, который изменяется в зависимости от индивидуальных особенностей организма человека. Отчетливые нарушения в структуре кардиосигнала выявляются невооруженным глазом. Однако возможен целый ряд отклонений и пограничных состояний, которые не проявляются в виде контрастных признаков. Это могут быть начальные стадии инфаркта миокарда, мерцательной аритмии, тахикардии. В таких случаях особо важны методы, позволяющие идентифицировать даже незначительные отклонения кардиосигнала от нормы.

Основной задачей при анализе кардиосигнала является идентификация его основных компонент — зубцов, сегментов и интервалов, отражающих процесс распространения электрического импульса по проводящей системе сердца. При этом наиболее значимой является средняя продолжительность RR-интервалов, характеризующих вариабельность сердечного ритма.

В данной работе исследуются 4 вида кардиосигналов, записанных во втором стандартном отведении: кардиосигнал здорового человека, человека с аритмией, человека в прединфарктном состоянии и человека с блокадой пучка Гиса. Все расчеты были выполнены в среде Maple.

На первом этапе работы с помощью итерационного алгоритма определены основные элементы кардиосигналов. Работа алгоритма начинается с определения зубца R как зубца с максимальной амплитудой. Учитывая хронологическую последовательность, далее определяются зубцы P, Q, S, T, а также уровень изоэлектрической линии на каждом интервале.

На основании полученных данных построены и проанализированы кардиоинтервалограмма, гистограмма, рассчитана частота сердечных сокращений и стандартные статистические характеристики кардиосигнала. На заключительном этапе анализа были построены графики Пуанкаре, представляющие собой отображение последовательных пар кардиоинтервалов. В норме график представляет собой эллипс, вытянутый вдоль биссектрисы. По величине малой и большой полуосей эллипса можно судить о наличии сердечных патологий и возможных пограничных состояниях.

Геометрическая теория дифракции многократно отраженных акустических волн на телах канонической формы

Боев Н. В.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет
bojev@math.rsu.ru

В рамках геометрической теории дифракции (ГТД) получены явные выражения давления в многократно отраженных волнах, траектория которых лежит в одной плоскости. В бесконечной акустической среде из точки, находящейся на продолжении одной из сторон правильного $2N$ -угольника, вписанного в окружность, от точечного источника давления на вогнутую часть граничного контура акустически твердого отражателя в виде полуокружности падает по прямой, на которой находится выделенная сторона многоугольника, высокочастотная монохроматическая волна. На полуокружности находятся N вершин многоугольника, которые в ГТД являются точками зеркального отражения волны. При такой траектории многократно отраженного луча, луч, приходящий в точку приема из последней точки зеркального отражения будет параллелен исходному падающему лучу. При этом рассматривается случай, когда расстояние от источника до первой точки зеркального отражения и расстояние от последней точки отражения до приемника равны между собой. Анализ проблемы осуществляется в рамках двумерной задачи многократного переотражения волны от вогнутой части полуокружности и пространственной задачи при той же плоской траектории луча в сечении перпендикулярном образующей кругового цилиндра и в диаметральной сечении сферического отражателя. Проведен аналитический и численный анализ полученных выражений в зависимости от расстояний источника и приемника волны от поверхностей отражателей. Обсуждается проблема замены неплоских отражателей плоскими в прикладных задачах акустики. При численных расчетах волновых полей в прикладных задачах граничные поверхности неплоских отражателей заменяются набором плоских граней вписанных или описанных многогранников, что, конечно, искажает истинное волновое поле. В нашем случае рассматривается набор плоских отражателей, расположенных в касательных плоскостях к граничным поверхностям отражателей в точках зеркального отражения. При таком расположении плоских отражателей траектория переотраженного луча не изменяется и исследуется только влияние главных кривизн граничных поверхностей в точках зеркального отражения на величину давления в переотраженной волне в точке приема. Выявлены точки расположения источника волны, когда в точке приема возможна фокусировка отраженных волн. Установлены параметры траектории луча, при которых давление в переотраженной волне от системы плоских отражателей и поверхности отражателя существенно отличается.

Одноосное растяжение стержней из нелинейно-упругих материалов

Боровский Д. Л., Волокитин Г. И.

Ростов-на-Дону, Донской государственный технический университет

ivolokitin@bk.ru

Одноосное растяжение нелинейно-упругого стержня определяется двумя соотношениями:

$$\frac{\partial W}{\partial I_1} + \frac{\partial W}{\partial I_2}((1 + \delta_1)^2 + (1 + \delta_3)^2) + \frac{\partial W}{\partial I_3}(1 + \delta_1)^2(1 + \delta_3)^2 = 0 \quad (1)$$

$$t_3 = 2(1 + \delta_1)^2(1 + \delta_3)\left(\frac{\partial W}{\partial I_1}(1 + \delta_1)^{-2} + 2\frac{\partial W}{\partial I_2} + \frac{\partial W}{\partial I_3}(1 + \delta_1)^2\right) \quad (2)$$

Здесь предполагается, что ось растягиваемого постоянной силой призматического стержня совмещена с осью Ox_3 . Параметры $\delta_1, \delta_2, \delta_3$ — главные относительные удлинения ($\delta_1 = \delta_2$). Величины $(1 + \delta_1)^2, (1 + \delta_2)^2, (1 + \delta_3)^2$ — главные значения меры деформации Фингера, I_1, I_2, I_3 — ее главные инварианты. W — удельная потенциальная энергия деформации. t_3 — осевое усилие, отнесенное к единице площади начального поперечного сечения растягиваемого стержня. Задавая конкретное выражение потенциала W , из нелинейного уравнения (1) можно получить зависимость $\delta_1 = \delta_1(\delta_3)$ и с помощью (2) построить диаграмму «деформация–напряжение».

Исследовались 4 типа нелинейно-упругих изотропных сжимаемых материалов:

- материал Блейтца и Ко;
- материал Ноулса–Стернберга;
- материал Мурнагана;
- материал Синьорини.

Для материалов Мурнагана и Ноулса–Стернберга уравнение (1) допускает решение в аналитическом виде. Так, в случае закона Мурнагана функция, задающая (1), заменами $x = (1 + \delta_1)^2, y = (1 + \delta_3)^2$ приводится к квадратичной форме с коэффициентами, определяемыми модулями упругости Ляме и постоянными третьего порядка Мурнагана. Обзор экспериментальных данных значений констант упругости и анализ инвариантов кривой второго порядка показал, что в большинстве случаев квадратичная форма относится к эллиптическому типу. Для материала Блейтца и Ко, а также материала Синьорини уравнение (1) решалось численно.

С помощью (2) затем были получены графики зависимости $t_3 = t_3(\delta_3)$ для всех вышеперечисленных вариантов потенциала W . Ввиду относительной простоты и важности опытов на одноосное растяжение эти кривые представляют интерес при изучении свойств нелинейно-упругих материалов. Было изучено влияние физической нелинейности (различных констант нелинейной упругости) на форму кривой зависимости напряжения от деформации.

Модель процесса извлечения остова при демонтаже морской нефтедобывающей платформы

Бородуля А. В., Мирзаванд М. А., Напрасников В. В.

Минск, Белорусский национальный технический университет

alexius_@msn.com

При монтаже стационарной платформы на свайном основании сваи, крепящие опорный блок к грунту, представляют собой стальные трубы с открытым концом диаметром 0,92–2,13 м и стенками толщиной 38–64 мм. Глубина заложения свай 40–150 м. Для шельфовых сооружений применяют забивные и бурозабивные сваи. Основные сваи забивают внутри стоек опорного блока, их верхнее окончание находится на уровне палубы. После погружения сваи на заданную глубину, выступающую над опорным блоком, ее часть срезают. В качестве одного из наиболее экологически чистых способов демонтажа остова морской нефтедобывающей платформы в настоящее время рассматривается метод, использующий реактивные ускорители, для извлечения остова платформы. Особый интерес представляет способ, основанный на вытягивании несущих элементов морской платформы путем создания ударных волн разрежения, формируемых с помощью группы взрывных генераторов ударных волн разрежения, закрепляемых по периферии несущих элементов. В работе рассматриваются особенности методики построения конечно-элементной параметрической модели этого способа извлечения свай с целью выбора закона тяги реактивного ускорителя, обеспечивающего допустимый уровень напряжений в материале остова для предотвращения разрушения конструкции. Рассматривается один несущий компонент. Он состоит из трех объемов, моделирующих трубу, кольцо, грунт. Учитывая взаимодействие всех частей, создаются две контактные пары. Первая контактная пара — труба–грунт. Вторая контактная пара — труба–кольцо. Для корректного выбора закона реактивной тяги использовалась командная вставка на проприетарном языке APDL среды ANSYS. Так для контакта между тянущей муфтой и оболочкой сваи в среде ANSYS Workbench задавался тип «связанный». Для контакта между грунтом и оболочкой сваи задавался тип «трение». Свойству «Behavior» придавалось значение «Asymmetric». Свойству «Stiffness behavior» для тела представляющего сваю, придавалось значение «Rigid». Для того, чтобы в модели можно было задавать различные значения коэффициента подготавливалась специальная вставка кода на языке APDL. Изменение амплитуды реактивной нагрузки задавалось таблично в соответствии с предполагаемым законом воздействия со стороны реактивного ускорителя. По результатам расчетов оказалось, что напряжения в оболочке сваи не превышают предел текучести материала, это означает, что остов платформы не будет разрушен во время демонтажа, предлагаемый закон воздействия возможен.

Исследование особенностей поверхностных волновых полей в средах с неоднородностями

Бочарова О. В.

Ростов-на-Дону, Южный научный центр РАН
olga_rostov1983@mail.ru

Разработка эффективных методов неразрушающего контроля состояния и прочностного ресурса узлов и деталей инженерных конструкций является одной из ключевых проблем повышения надежности их эксплуатации и предотвращения аварийных ситуаций. В настоящей работе исследуется возможность оценки состояния и прочности структурно-неоднородных тел, основанная на контроле изменения параметров поверхностного волнового поля без учета резонансных эффектов.

Исследуются особенности динамического процесса на поверхности прямоугольного параллелепипеда из экструдированного пенополистирола, в котором прорезаны сквозные поперечные цилиндрические полости различных размеров. Нижняя грань параллелепипеда жестко приклеена к недеформируемому основанию. Поверхностные колебания в образце возбуждались импульсным воздействием вблизи его левой грани через легкий алюминиевый штамп. Диаметр полости, равно как и глубина ее залегания (расстояние от верхней точки полости до поверхности среды) варьировались. Колебания регистрировались миниатюрными акселерометрами фирмы PCB Piezotronics (США), расположенными над, перед и после неоднородности. Сигналы с акселерометров поступали на многоканальный анализатор LMS-Scadas фирмы LMS International (Бельгия), программно обрабатывались и представлялись в виде спектров сигнала в частотной области.

Параллельно для аналогичной модели проводился вычислительный эксперимент, основанный на использовании метода конечных элементов. Для расчета волнового поля на поверхности параллелепипеда, ослабленного наличием полости, был применен пакет Ansys 11 с использованием командного языка APDL.

Результаты численного и экспериментального моделирования показали, что в начальный момент волновой процесс на поверхности среды имеет ярко выраженный дисперсионный характер, который существенно зависит от расстояния до точки воздействия. С увеличением расстояния от точки возбуждения период колебаний точки поверхности резко возрастает. В дальнейшем дисперсия ослабляется, волновой процесс стабилизируется и период колебаний почти не зависит от расстояния от точки возбуждения. Наличие дефекта существенно влияет на характеристики волнового поля в окрестности дефекта, при этом глубина расположения полости, размер полости оказывают значительное влияние на амплитуду АЧХ.

Работа выполнена при финансовой поддержке Президента Российской Федерации (грант МК-6213.2012.1).

Алгоритмы решения задач управления концентрацией неконсервативных примесей в водном русле

Бузало Н. С., Никифоров А. Н., Шкуропадский И. В.

Новочеркасск, Южно-российский гос. технический университет (НПИ)

buzalo.n.s@mail.ru

Рассматриваются задачи об управлении мощностями источников загрязняющих примесей в водное русло. Отражены особенности построения алгоритмов решения с использованием сопряженных уравнений. Рассмотрены три модели: для консервативной примеси, перенос которой описывается линейным уравнением реакции-конвекции-диффузии (РКД), для системы неконсервативных примесей, описываемой линеаризованной системой уравнений РКД и для нелинейной системы РКД. В случае единственной примеси переменная состояния осредненная по сечению русла концентрация примеси c .

Параметры управления: мощности точечных источников. Целевой функционал: минимум затрат водопотребителей (случай коалиции предприятий). Ограничения на управления: стоимости улучшения технологий не превышают заданных; технологические ограничения; сумма сбросов в русло не превышает государственного лимита. Ограничения на переменную состояния: ущерб от качества воды не более заданного в зонах водозабора. Уравнения состояния: начально-краевая задача для линейного уравнения РКД.

Далее рассматриваются взаимодействующие субстанции (например, биогены экосистемы: фосфор, азот, органическое вещество, и т.д.). Тогда c — это вектор $c = (c_1, c_2, \dots, c_R)$ и ограничения на переменную состояния принимают векторный вид. В целевой функционал добавляется скалярное произведение c на функцию равную единице в значимых зонах и нулю иначе. Уравнения состояния — краевая задача для нелинейной системы РКД.

В случае неконсервативной примеси, благодаря линейности и особому виду управлений, задача сводится к экономической задаче линейной оптимизации. Однажды выполнив затратные расчеты ряда сопряженных задач для заданной гидрологической ситуации, можно затем сколь угодно раз решать простые (с вычислительной точки зрения) оптимизационные задачи с любыми комбинациями ограничений, сформулированных из экономических соображений или из каких-либо других. Возможна формулировка задач в виде многокритериальных или игровых. Алгоритм используется и в случае, если уравнения состояния — это линеаризованные уравнения экосистемы.

К сожалению, нелинейность уравнений для неконсервативных примесей требует решения нелинейной оптимизационной задачи. Итерационный алгоритм решения основан на методе проекции градиента с использованием сопряженной системы уравнений. Для всех трех постановок возникает необходимость согласованного решения прямой и сопряженной задач.

Работа выполнена при поддержке совместной программы «Михаил Ломоносов» Министерства образования и науки РФ и DAAD: научно-исследовательские стипендии и научные стажировки (Michail-Lomonosov-Forschungsstipendien und -aufenthalte)

Улучшение условий труда
в помещениях с повышенной загазованностью
на основе компьютерного моделирования процесса вентиляции

Булыгин Ю. И., Корончик Д. А., Месхи Б. Ч., Тирацуйян Л. Л.
Ростов-на-Дону, Донской государственный технический университет
solovievarc@gmail.com

Управление параметрами состояния производственной среды в помещениях с активной вентиляцией является актуальной технической задачей, решение которой для реальных помещений и производственных условий, может быть построено на основе математического моделирования процессов, с последующим численным решением с помощью САД-САЕ технологий.

Так в работе рассматривается нестационарная трехмерная математическая модель тепломассопереноса вредных примесей и теплоты в производственной среде с активной вентиляцией и источниками загрязнения и тепловыделения, которая позволяет учитывать завихрения газо-воздушных потоков. Проведен анализ различных подходов моделирования движения воздушной среды, в результате которого в работе в качестве аэродинамической модели воздушной среды выбрана модель турбулентности « k -эпсилон». Распределения полей концентраций компонентов смеси в воздушной среде и температуры моделируются на основе уравнения конвективно-диффузионного переноса. Проанализированы возможности некоторых САЕ пакетов для решения возникающих краевых задач.

В работе численное решение задачи осуществляется в САД-САЕ пакете SolidWorks, с этой целью разработана методика построения в программной среде пакета САЕ модели производственных сред с различными типами вентиляции и видами источников загрязнения. Проведены модельные натурные эксперименты для цилиндрических тел и их моделирование с помощью разработанных подходов, сравнение результатов измерения скоростей воздушных потоков и расчетных данных показало качественное и количественное совпадение параметров процессов, что является показателем адекватности аэродинамической модели. Разработано программное обеспечение для конкретных производственных помещений, в частности для сварочных цехов, с учетом выделения загрязнений и теплоты в процессе сварки, позволяющее рассчитать поля концентраций вредных веществ, температур, движение воздуха и относительной влажности. Исследованы вопросы сходимости расчетов и выбора конечно-элементной сетки. С помощью разработанного программного обеспечения проведены расчеты, позволившие определить опасные зоны загазованности воздуха и зоны неблагоприятных параметров микроклимата в помещении, а также количество рабочих мест операторов, не удовлетворяющих санитарно-гигиеническим нормативам. На основе этих расчетов сделаны рекомендации по совершенствованию элементов систем активной вентиляции.

Авторы выражают благодарность А. Н. Соловьеву за помощь в работе.

Оценка влияния положения дислокации несоответствия на равновесие двухкомпонентного упругого слоя

Бычков А. А.

*Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет
az710@yandex.ru*

Образование дислокаций несоответствия является одним из способов релаксации упругой энергии в гетероэпитаксиальных полупроводниковых пленках, напыленных на подложку. Равновесная форма пленки зависит от ее толщины и характеристик дислокаций. Как показывают аналитические оценки, первоначальные дислокации несоответствия могут образовываться не на границе раздела пленка–подложка, а в глубине пленки, на некотором расстоянии от границы, иногда на поверхности пленки. Эти обстоятельства могут оказывать существенное влияние на значение критических параметров зарождения дислокаций. Другими механизмами релаксации являются: образование волнистой поверхности на первоначально плоской пленке (неустойчивость Азаро–Тиллера–Гринфельда), неоднородное распределение компонент сплава вблизи волнистой поверхности пленки, образование трехмерных наноразмерных островков на смачивающем слое (механизм Странского–Крастанова).

В данной работе приведены результаты расчетов, продолжающих исследования для полупроводниковой пленки с учетом дислокаций несоответствия, расположенных в глубине слоя, на площадках различно ориентированных относительно границы пленка-подложка, при существенно нелинейном характере распределения компонент сплава в образце. Построены трехмерные модели SiGe пленки на Si подложке, учитывающие присутствие дислокаций несоответствия в пленке. Расстояние от дислокации несоответствия до границы пленка-подложка и ориентация дислокации несоответствия — параметры модели. Модели включают перераспределение компонент сплава в образцах под действием упругих напряжений, образование волнистости свободной поверхности, а также рост наноразмерных изолированных островков на смачивающем слое. Расчет упругих деформаций выполнен с использованием метода конечных элементов (пакет FlexPDE). Во всех расчетах подложка предполагалась недеформируемой. Упругие перемещения заданных областей малы по сравнению с амплитудами возмущений и не учитывались для определения формы свободной поверхности пленки.

Выполненные расчеты показали: 1) равновесное положение дислокации несоответствия в двухкомпонентном упругом слое SiGe находится не на границе раздела пленка–подложка, а в глубине слоя; 2) изменение ориентации дислокации несоответствия существенно меняет поле упругих напряжений и распределение компонент сплава в образце; 3) из-за различия упругих модулей Ge и Si происходит дополнительная релаксация упругой энергии в пленке; 4) учет влияния перераспределения компонент пленки не приводит к существенному изменению упругой энергии образца и критического значения высоты дислокации.

О разработке новой версии
конечно-элементного комплекса ACELAN 3D

Бычков А. А.* , Криворотова Д. В.* , Надолин Д. К.* , Оганесян П. А.**

** Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет*

*** Ростов-на-Дону, Донской государственный технический университет
solovievarc@gmail.com*

Конечно-элементный комплекс ACELAN состоит из множества модулей различного назначения. Структура комплекса позволяет производить модернизацию отдельных модулей независимо друг от друга. С учетом появления новых технологий, позволяющих создавать более эффективные программные реализации, возникла необходимость провести изменения в комплексе.

Основная цель данной работы — повышение эффективности комплекса с точки зрения времени решения задачи и удобства использования. Новые реализации решателей создаются на языке C++ по стандарту C++11, позволяющему использовать более быстрые операции при работе с памятью. Отдельная роль отводится разработке новых модулей для решения систем уравнений с разреженными матрицами большой размерности. При этом большое значение имеет выбор формата хранения матриц или их частей в оперативной памяти, поэтому в проекте рассматривается несколько форматов, обеспечивающих баланс между компактностью и скоростью обращения к элементам. На этапе сборки конечно-элементных матриц производятся операции, которые не предусмотрены большинством пакетов для работы с линейной алгеброй. Для решения этих задач разрабатываются специальные алгоритмы. Кроме того, важно обеспечить совместимость пакета с как можно большим количеством программ трехмерного моделирования, что позволит пользователям ACELAN создавать геометрию задачи в удобной для них среде. В этих целях создается новый формат хранения моделей на основе реляционных баз данных, который будет снабжен инструментами для конвертации данных из других программ в формат ACELAN. В качестве основного инструмента для описания задачи предполагается новая версия скриптового языка ACELAN с синтаксисом распространенных языков программирования и набором команд, понятных специалистам по конечно элементному моделированию. Ведутся работы по созданию нового генератора конечно элементных сеток для плоских и объемных тел моделей.

Выбранные для разработки технологии и инструменты позволяют в будущем масштабировать комплекс для работы на серверных вычислительных машинах под управлением различных ОС. При разработке используется эффективная система контроля версий, позволяющая задействовать в проекте большое число разработчиков одновременно. Поддержка и обновление новых модулей будут осуществляться проще благодаря единому набору правил программирования на C++, разработанному специально для проекта.

Авторы выражают благодарности А. Н. Соловьеву за внимание к работе.

Особенности распространения термоупругих волн в металлах при импульсном лазерном воздействии

Вавилов Д. С.* , Зимин Б. А. , Индейцев Д. А.* , Семенов Б. Н.* , Судьенков Ю. В.** , Хакало К. А.****

** Санкт-Петербург, Институт проблем машиноведения РАН*

*** Санкт-Петербург, Санкт-Петербургский государственный университет*

**** Санкт-Петербург, Санкт-Петербургский политехнический университет
Dmitry.Indeitsev@gmail.com*

В настоящее время с созданием и развитием источников интенсивных потоков энергии (лазеры, пучки заряженных и нейтральных частиц) и применения их в различных технологиях существенно возросло внимание к проблемам динамической термоупругости. В зависимости от поставленной задачи применяются различные модели теплопроводности, среди которых наиболее известными являются закон Фурье и модель Максвелла–Каттанео. В данной работе представлено исследование термомеханической реакции материалов на импульсное лазерное воздействие. Теоретический анализ основывается на серии экспериментов, в которых пластины, выполненные из различных материалов, подвергались лазерному излучению наносекундной длительности. На тыльной стороне образцов регистрировалась форма акустических сигналов. В результате проведения многочисленных опытов было обнаружено существенное различие между временными зависимостями термоупругого отклика в металлах и диэлектриках, которое не удастся объяснить в рамках классической теории упругости. Для описания наблюдаемого явления была предложена одномерная модель, учитывающая внутреннюю структуру материала. В качестве внутренней структуры в данном случае выступает электронный газ, так как основные физические свойства металлов связаны наличием в них слабо связанных (валентных) электронов, которые могут относительно свободно перемещаться по всему образцу. Эти электроны являются носителями электрического тока, ими же обусловлена и высокая теплопроводность металлов, которая оказывается значительно большей теплопроводности за счет колебаний решетки. Учет влияния электронного газа на динамику системы приводит к необходимости использовать двухкомпонентную модель, в основе которой лежит взаимодействие электронного газа с кристаллической решеткой. Данная модель предполагает, что обе компоненты находятся в неравновесном состоянии и обладают своими температурами, в общем случае не совпадающими между собой. В итоге для исследования поведения системы электронный газ-решетка в уравнения вводится дополнительный параметр, описывающий электрон-фононную связь и характеризующий перенос энергии от электронного газа к решетке. Как показывают аналитический и численный расчеты, изменение механизма теплопроводности по сравнению с классической моделью может приводить к качественному изменению в форме акустического сигнала, которое достаточно близко к тому, что наблюдается в эксперименте.

Моделирование трансмуральных особенностей
пространственно-временной структуры
и функции стенки левого желудочка

Васильева А. Д., Викулова Н. А., Кацнельсон Л. Б., Соловьева О. Э.
Екатеринбург, Институт иммунологии и физиологии УрО РАН
n.vikulova@iip.uran.ru

Кардиомиоциты субэпикардального и субэндокардального слоев миокарда стенки левого желудочка демонстрируют различную электрическую и механическую активность: у них существенно отличается длительность потенциалов действия (ДПД), кинетика внутриклеточного кальция и динамика сокращения.

При помощи одномерной континуальной модели электромеханического сопряжения в волокне сердечной мышцы исследуется влияние трансмуральной неоднородности свойств кардиомиоцитов на их сократительный ответ и распространение электрической волны в толще стенки левого желудочка. Имитируется изометрическое сокращение волокна длиной 20 мм, в котором краевые участки субэндокардальных и субэпикардальных клеток составляют 20% и 25% соответственно (Но S. Y., 2009). Функции клеток волокна описываются математическими моделями одиночных кардиомиоцитов соответствующего слоя (ЭНДО- и ЭПИ-клетки) левого желудочка морской свинки (Васильева и Соловьева, 2012). ДПД в одиночных ЭНДО- и ЭПИ-клетках составляет 243 мс и 206 мс соответственно. Время достижения максимума (ВДМ) генерируемого напряжения в ЭНДО-клетках — 190 мс, в ЭПИ-клетках — 133 мс. Для моделей клеток внутреннего сегмента параметры меняются линейно.

В модели сердечного волокна сравнивается влияние электротонического и механического взаимодействия между клетками на их электромеханическую активность. Вне зависимости от учитываемого типа взаимодействия, модель демонстрирует распространение волны возбуждения от ЭНДО-клеток к ЭПИ-клеткам со скоростью 0,3 м/с. В результате наблюдается уменьшение ДПД в ЭНДО- и ЭПИ-клетках по сравнению с изолированной клеткой соответствующего слоя. В случае, когда между кардиомиоцитами есть только электротоническое взаимодействие, изменение ДПД и задержка возбуждения между краями волокна обеспечивают дисперсию реполяризации (ДР) 43 мс, соответствующую скорости волны реполяризации 0,6 м/с, тогда как в случае, когда между клетками есть и механическое и электротоническое взаимодействие ДР = 31 мс (0,8 м/с). Стоит отметить, что амплитуда напряжения, генерируемого таким волокном, уменьшается лишь в небольшой степени, но при этом значительно замедляется (ВДМ до 216 мс) по сравнению со значениями ЭНДО- и ЭПИ-клеток в изоляции.

Таким образом, механическое взаимодействие между клетками неоднородного сердечного волокна существенно влияет на трансмуральное распространение электрического сигнала, обеспечивая более синхронную реполяризацию миоцитов стенки желудочка и увеличение эффективности их сократительного ответа.

Поддержано УрО РАН (12-П-4-1067, 12-М-14-2009) и РФФИ (12-04-31218).

Моделирование трансмуральных различий функции кардиомиоцитов левого желудочка в норме и при острой ишемии

Васильева А. Д., Викулова Н. А., Мархасин В. С., Соловьева О. Э.

Екатеринбург, Институт иммунологии и физиологии УрО РАН

a.vasilyeva@iip.uran.ru

Установлено, что кардиомиоциты субэндокардиального и субэпикардиального слоев отличаются по своим электрическим и механическим свойствам. Экспериментальные данные показывают, что длительность потенциала действия (ПД) в клетках субэндокардиального слоя больше, чем в клетках субэпикардиального слоя стенки желудочка сердца у различных животных. Кроме того, постоянная времени кальциевого перехода и, соответственно, характеристические времена достижения максимума силы и расслабления, также как и амплитуда ненагруженного укорочения кардиомиоцитов больше в субэндокарде стенки желудочка.

Показано, что субэндокардиальные и субэпикардиальные клетки по разному реагируют на ишемические условия. В частности, известно, что дефицит кислорода в кардиомиоцитах приводит к снижению внутриклеточной концентрации АТФ, в результате чего активизируется АТФ — зависимый калиевый ток, причем амплитуда данного тока больше в субэпикардиальных клетках, чем в субэндокардиальных клетках.

Для исследования внутриклеточных механизмов функциональной неоднородности кардиомиоцитов нами были разработаны математические модели (Васильева и др., 2012), описывающие электрическую и механическую функцию кардиомиоцитов из различных слоев стенки левого желудочка морской свинки в норме («ЭПИ» и «ЭНДО клетки»). Для моделирования условий острой ишемии экспериментальные данные о вероятности открытия АТФ-зависимых калиевых каналов от концентрации АТФ (Furukawa et al., 1991) были нами аппроксимированы сигмоидальной зависимостью. В «ЭПИ клетке» коэффициент Хилла для данной зависимости оказался равным 1.59, концентрация АТФ, при которой открыта половина каналов, $97.60 \mu\text{M}$, в «ЭНДО клетке» — соответственно 2.09 и $23.58 \mu\text{M}$, что привело к большей амплитуде АТФ — зависимого калиевого тока в «ЭПИ клетке». Таким образом, благодаря большей чувствительности калиевого тока к концентрации АТФ в «ЭПИ клетке» суммарный наружу направленный калиевый ток в субэпикарде больше, чем в субэндокарде, что обусловило большее укорочение ПД и падение механического напряжения в субэпикарде в условиях ишемии. Следовательно, ишемические условия приводят к увеличению градиента электрических и механических свойств кардиомиоцитов в стенке желудочка, что соответствует экспериментальным данным.

Работа поддержана грантами Президиума УрО РАН 12-М-14-2009, 13-4-ТГ-763 и грантами РФФИ 12-04-31218 и 13-04-00365.

Трехмерная электродинамика миокарда человека

Вассерман И. Н., Шардаков И. Н., Шестаков А. П.

Пермь, Институт механики сплошных сред УрО РАН

shap@icmm.ru

Работа посвящена моделированию электродинамических процессов, протекающих в сердце человека. Исследование механизмов генерации и распространения волн возбуждения в сердце является важной задачей, поскольку электрическое возбуждение вызывает сокращение сердечной мышцы и как следствие определяет насосную функцию сердца. Отметим, что заболевания сердца и сосудов являются причиной более половины всех смертей россиян и составляют 56% общей смертности.

Первым этапом этого исследования является построение геометрического образа. В настоящее время, одним из эффективных, неинвазивных способов получения трехмерной структуры сердца является рентгеновская, мультисрезовая томография. Для получения геометрического образа на основе томограммы, разработана программа реализующая алгоритм роста. Этот алгоритм позволяет создавать трехмерные многосвязные области соответствующие исследуемым органам. Для устранения зашумленности томографического образа и выделения базовой структуры сердца (расположение стенок сердца в пространстве и их толщины) разработан и реализован в программе алгоритм фильтрации. С помощью сеточного генератора ANSYS ICEM CFD построен трехмерный конечно-элементный аналог сердца.

Моделирование электродинамики выполнено с помощью монодоменной, феноменологической модели Алиева–Панфилова. В этой модели трансмембранный ток является кубической функцией трансмембранного потенциала и линейной функцией некоторой внутренней переменной, называемой переменной восстановления. Решение задачи распространения электрической волны по сердечной мышце выполняется численно. Алгоритм решения основан на методе расщепления. В результате применения этого метода нелинейная краевая задача в частных производных сводится к последовательности более простых: обыкновенных дифференциальных уравнений и линейных краевых задач в частных производных. В силу невысокой жесткости ОДУ полученных в результате метода расщепления, их решение выполняется явным методом Рунге–Кутты. При решении линейной краевой задачи для дискретизации по времени использовалась схема Кранка–Николсона, для дискретизации по пространственным переменным использовался метод конечных элементов. При реализации метода конечных элементов использовалась пакет FEniCS.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 11-01-96016-р_Урал_а), Междисциплинарного проекта УрО РАН № 12-М-14-2009 «Виртуальное сердце: интегративные компьютерные математические модели».

О задаче Коши при реконструкции переменных коэффициентов

Ватульян А. О.*, **Гукасян Л. С.****

**Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет*

***Ростов-на-Дону, Донской государственный технический университет
luska-90@list.ru*

Неоднородная теория упругости — одна из моделей, которая стала популярна в последние годы в связи с приложениями в различных областях — в геофизике, биомеханике, механике композитов, при моделировании функционально-градиентных материалов, при определении неоднородного предварительного напряженного состояния. Краевая задача неоднородной теории упругости описывается системой дифференциальных уравнений второго порядка эллиптического типа с переменными коэффициентами. При этом для адекватного описания напряженно-деформированного состояния конструкции необходимо знать переменные коэффициенты дифференциальных уравнений, которые могут быть определены из решения некоторой коэффициентной обратной задачи, например, в рамках плоской деформации.

Существуют две постановки задачи об определении переменных коэффициентов дифференциального оператора по данным акустического зондирования в части задания входной информации. В первой постановке задается поле смещений всюду внутри области и задача об определении коэффициентов сводится к линейной некорректной проблеме — задаче Коши для системы дифференциальных уравнений в частных производных первого порядка. В случае второй постановки известными считаются компоненты поля смещений на части границы тела в некотором частотном диапазоне. В такой постановке задача является сильно нелинейной и сводится нахождению искомым функций на основе реализации некоторого итерационного процесса.

В работе представлен способ решения обратной задачи о реконструкции коэффициентов Ламе в первой постановке на основе численного решения задачи Коши для системы 1 порядка, базирующегося на разностной аппроксимации задачи. Конкретная реализация осуществлена для прямоугольной области, где проведено исследование особенностей построения решений в зависимости от вида граничных условий. Проведен ряд вычислительных экспериментов по решению прямой задачи, на основе которой была получена информация о поле смещений в некотором частотном диапазоне. На основе дополнительных данных решена обратная задача по реконструкции переменных модулей Ламе на основе решения задачи Коши для системы дифференциальных уравнений первого порядка с переменными коэффициентами. Представлены результаты численного эксперимента решения обратной задачи с зашумленными входными данными; при этом использована регуляризованная процедура выбора шага аппроксимации в разностной схеме. Проанализировано влияние на процедуру реконструкции частотного диапазона, способа нагружения, выявлены некоторые неблагоприятные режимы зондирования.

Работа выполнена при частичной поддержке РФФИ (проект 13-01-00196).

О моделировании кожного покрова
и исследовании его дисперсионных кривых

Воробьев В. А., Лапина П. А.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет
polina_azarova86@mail.ru

Вопросы моделирования и изучения свойств кожного покрова весьма актуальны на сегодняшний день. Кожа защищает организм от механических, физических, химических воздействий, сохраняет структуру и форму организма, предохраняет ткани от потери воды, препятствует проникновению в кровь бактерий и вирусов, участвует в теплообмене и выполняет множество других важных функций.

Кожа человека тесно связана с внутренними органами. Оценка вязкоупругих свойств кожи осуществляется путем пальпации. Изменение вязкоупругих свойств может быть связано с патологией внутренних органов, с возрастными изменениями и многими другими проблемами. Получение объективных значений параметров вязкоупругих свойств кожи представляет особый интерес для диагностики состояния организма в целом. Вопросы изучения свойств кожного покрова возникают также в задачах о лифтинге кожи, абдоминопластике, эстетической хирургии.

С точки зрения механики кожа проявляет нелинейные реологические свойства, она не однородна и не изотропна, а является некоторым композиционным материалом. Она состоит из трех слоев: эпидермиса, дермы и подкожной клетчатки, разных по толщине, обладающих отличными друг от друга физико-механическими свойствами.

Данная работа посвящена анализу колебаний и дисперсионных свойств кожного покрова. В качестве математической модели рассмотрена задача об установившихся сдвиговых колебаниях вязкоупругого неоднородного слоя. Кожа моделируется, как неоднородный трехслойный вязкоупругий материал. Используются модель стандартного вязкоупругого тела и модель Кельвина. Вязкоупругие свойства учитываются в рамках принципа соответствия. При помощи аналитического преобразования Фурье получена каноническая система дифференциальных уравнений, численное решение которой осуществлено методом пристрелки. Обратное преобразование Фурье произведено численно, при вычислении которого использовалась составная квадратурная формула Гаусса восьмого порядка. Для различных физико-механических параметров построены поля перемещений на верхней границе слоя кожи, осуществлен анализ построенных полей смещений, а также произведено сравнение с однородным слоем с усредненными параметрами.

В работе также исследованы дисперсионные множества моделируемого слоя при различных видах неоднородности и значениях параметров материала. Осуществлено сравнение с однородным слоем, дисперсионные множества для которого получены аналитически в явном виде.

Исследование выполнено при частичной поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации, соглашения №14.132.21.1358, №14.132.21.1360 и Российского фонда фундаментальных исследований.

Биомеханика шовных материалов в абдоминальной хирургии

Гаврилов В. А.*, Кучумов А. Г.**, Няшин Ю. И.**,
Самарцев В. А.*, Чайкина Е. С.**

*Пермь, Пермская государственная медицинская академия

**Пермский национальный исследовательский политехнический университет
targs2@gmail.com

Шовные материалы (нити) применяются в абдоминальной (брюшной) хирургии для ушивания мягких тканей с целью образования рубца при операциях на органах брюшной полости. Различают рассасывающиеся и нерассасывающиеся, а также синтетические и шовные материалы естественного происхождения. Синтетические рассасывающиеся шовные материалы обладают высокой прочностью, биосовместимостью и неплохими манипуляционными свойствами. Наиболее популярные нити в современной хирургии – это нити Vicryl, Monocryl, PDS, которые являются полимерами молочной кислоты и ее производных мономеров. Преимуществом данных нитей перед другими шовными материалами являются прогнозируемые сроки рассасывания. При этом срок рассасывания не зависит от толщины нити, типа ткани, условий кровоснабжения, ферментативной и иммунной активности и т.п. При ушивании хирургам необходима информация о механических свойствах шовных материалов на макро- и микроуровнях, структуре шовных материалов, а также параметры ушивания (вид шва, шаг ушивания, сила затягивания, напряжения в ткани), поскольку все вышеперечисленные факторы оказывают влияние на исход сшивания. В данной работе представлена комплексная работа по исследованию биомеханических свойств шовных материалов на макро-уровне (эксперименты на растяжение-сжатие) и на микро-уровнях (методами атомно-силовой микроскопии и растровой электронной микроскопии) в исходном состоянии и с учетом влияния биологических жидкостей (желчь, панкреатический сок). На макроуровне получены диаграммы зависимости нагрузка-деформация. На микроуровне построены зависимости сила-глубина проникновения для определения значения модуля упругости нити в зависимости от локализации области индентирования, а также проведена оценка шероховатости поверхности нити. Кроме того, в работе проведено сравнение двух методик наложения шва: прерывный шов и непрерывный шов для оценки напряженно-деформированного состояния ткани апоневроза передней брюшной стенки. Анализ выполняется с применением метода конечных элементов. В результате расчетов проведено биомеханическое обоснование выбора способа сшивания ткани, исходя из критерия Старлинга, согласно которому нарушение микроциркуляторного кровообращения в мягкой ткани нарушается при нормальных напряжениях $\sigma = 10$ кПа. При сравнении двух способов сшивания (узловой и непрерывный швы) было показано, что менее травматичным для ткани является непрерывный шов. В результате расчетов также получены зависимости $\sigma-F$ (напряжения в апоневрозе — сила, которую прикладывает хирург при ушивании), $\sigma-d$ (напряжения в апоневрозе — диаметр нити) и $\sigma-n$ (напряжения в апоневрозе — количество стежков) для различных видов шовного материала при наложении узлового и непрерывного швов. Полученные результаты можно использовать для разработки практических рекомендаций врачам.

Моделирование движения крови в стенозированных сосудах

Галингер Н. В.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет

klevchishkina@yandex.ru

В связи с возрастанием числа сердечно-сосудистых заболеваний во всем мире все большую актуальность приобретают задачи прогнозирования и лечения стеноза. Под стенозом понимают сужение кровеносных сосудов вследствие отложений на стенках сосудов. Стеноз сосудов затрудняет кровообращение, что приводит в свою очередь к нарушению транспорта питательных веществ и кислорода в организме. Целью данной работы являлось изучить влияние стеноза на движение крови в артериях.

В рамках одномерной модели рассмотрено течение однородной вязкой жидкости в осесимметричной эластичной трубке переменного радиуса. Дополнительно было смоделировано сужение трубки, отвечающее сужению стенозированного сосуда. Предполагалось также, что жидкость несжимаема, давление жидкости в потоке и радиус трубки зависят от координаты и времени; плотность стенки трубки постоянна, деформации стенки трубки и ее толщина малы по сравнению с радиусом, а характерные длины волновых процессов много больше равновесного радиуса. При этом проводился анализ нелинейных волн в длинноволновом приближении и при больших числах Рейнольдса, что справедливо для средних и крупных артерий.

Движение жидкости в трубке с переменным радиусом (со стенозом) было описано системой нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных. В рамках линеаризованного подхода было выдвинуто предположение о том, что давление жидкости в трубке прямо пропорционально возмущениям радиуса стенки трубки. При таком допущении решение задачи было сведено к нахождению решений канонической системы двух дифференциальных уравнений первого порядка. Решение данной системы было найдено с помощью идей метода Галеркина. Следуя такому подходу, решение было представлено в виде произведения двух функций, одна из которых зависит только от координаты, а вторая — только от времени. Путем осреднения по длине трубки была построена задача Коши для обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка. В работе приведены результаты расчетов при различных положениях стеноза. Проанализировано влияние различных форм стеноза на изменение скорости распространения волн в артериях и возмущения радиуса стенки сосуда. Рассмотрено изменение профиля волн при различных значениях гемодинамических параметров, представлены соответствующие графические зависимости. Отдельно найдено решение системы в случае отсутствия стеноза и дан сравнительный анализ движения крови в здоровом и больном сосуде.

Конечноэлементный расчет температурных напряжений
в элементах радиоэлектронной аппаратуре
с учетом жидкостного процесса охлаждения

Глазунова Л. В.

Ростов-на-Дону, Донской государственный технический университет
solovievarc@gmail.com

При разработке новых конструкций радиоэлектронной аппаратуры, работающих в условиях неравномерного нестационарного нагрева, при котором изменяются физико-механические свойства материалов и возникают градиенты температуры, для всестороннего анализа прочности конструкции применяется связанная задача термоупругости.

Цель работы — исследование методом конечных элементов влияния температуры на напряженно-деформированное состояние радиоэлектронной аппаратуры на примере диаграммообразующего устройства без учета электромагнитных полей. Диаграммообразующее устройство состоит из радиатора и закрепленных на нем блоков (источников тепла).

Построена система уравнений для модели диаграммообразующего устройства в условиях термомеханического нагружения, исходя из общих положений теории деформирования упругих изотропных материалов, гипотез теории термоупругости. Алгоритм решения рассмотренной задачи реализован в программной среде для инженерных расчетов SolidWorks Simulation. Проведен статический расчет с учетом температурных деформаций. Заданы исходные данные: начальная температура модели и окружающей среды $+50^{\circ}\text{C}$; коэффициент конвективной теплоотдачи $2125 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$, соответствующий охлаждению каналов радиатора антифризом 65 ГОСТ 159-52 температурой $+20^{\circ}\text{C}$; тепловая мощность блоков 1200 Вт ; температурное поле, импортированное из дополнительно проведенного нестационарного теплового расчета. В местах крепления радиатора к несущей конструкции установлено условие — жесткая заделка. Материал модели сплав АМг6 ГОСТ 4784-97. Для расчетной модели создана сетка конечных тетраэдрических элементов, более плотная в областях с наибольшей кривизной поверхности. Получено решение связанной термомеханической задачи. Высокие значения температур наблюдались в блоках $68 \dots 83^{\circ}\text{C}$. Наибольшие напряжения $50 \dots 77 \text{ Мпа}$ и перемещения $0,5 \dots 1,2 \text{ мм}$ возникли в местах крепления блоков к радиатору, где наблюдался перепад температур. В этих местах для повышения термостойкости модели и увеличения срока ее использования рекомендовано использовать термоустойчивое напыление или жаростойкий сплав.

Выполнение данной работы, используя компьютерное моделирование, позволило в краткие сроки увеличить скорость разработки конструкции, снизить затраты материала, предсказать возможные проблемы. Подобные итоги при непосредственных испытаниях были бы дорогостоящими и имели меньшую степень достоверности.

Автор выражает благодарность А. Н. Соловьеву за внимание к работе.

Молекулярно-динамическая модель биокomпозитов на основе хитозана и углеродных низкоразмерных структур

**Глухова О. Е., Кириллова И. В., Колесникова А. С.,
Коссович Е. Л., Слепченков М. М.**

Саратов, Саратовский государственный университет
elena.kossovich@gmail.com

Второй наиболее часто встречающийся в природе биополимер хитозан обладает такими важными свойствами как нетоксичность, биосовместимость и т. п. Эти свойства на данный момент считаются основополагающими при создании композитов на основе биологических. При этом упрочняющими компонентами таких композитов служат многие наноструктурированные материалы, к примеру, углеродные низкоразмерные структуры (УНС). Свойства таких нанобиокomпозитов до сегодняшнего времени остаются малоизученными. С целью подробного исследования данной области развиваются теоретические расчетные методы, позволяющие определить различные свойства изучаемых объектов на уровне атомов и молекул.

В работе показано построение новой математической молекулярно-динамической модели, описывающей взаимодействие между компонентами в исследуемых композитах. Она заключается в следующем:

- выбрана крупнозернистая модель цепочки хитозана, заключающаяся в объединении атомистической структуры в более крупную с сохранением основных свойств и формы молекулы;
- выбрана молекулярно-механическая модель силового потенциала, описывающего взаимодействие виртуальных укрупненных частиц друг с другом и УНС, определены основные коэффициенты, участвующие в математической формулировке потенциалов;
- выбрана молекулярно-динамическая модель, описывающая эволюцию системы хитозан-УНС во времени и позволяющая определить оптимальную, с точки зрения энергии, конфигурацию системы, ее энергетические характеристики и т. п.;
- проведена верификация построенной модели на основе известных свойств взаимодействия хитозана с УНС (как полученных экспериментально, так и теоретически, с использованием известных и широко используемых молекулярно-динамических атомистических моделей).

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 12-01-31038).

Волновые процессы в композитных смарт-структурах

Глушков Е. В., Глушкова Н. В., Еремин А. А.

Краснодар, Кубанский государственный университет

evg@math.kubsu.ru

Разработка систем мониторинга состояния тонкостенных инженерных конструкций из современных многослойных композитных материалов, позволяющих в автоматическом режиме осуществлять поиск возникающих в ходе эксплуатации повреждений, является важной практической задачей в авиакосмической промышленности, энергетике и судостроении. Одним из перспективных подходов к ее решению является использование упругих бегущих волн. Для возбуждения упругих колебаний и их измерения широкое распространение получили пленочные пьезоактивные элементы, приклеиваемые к поверхности конструкции или внедряемые в нее еще на этапе изготовления. Реализация алгоритмов локализации и идентификации дефектов в композитах на основе бегущих волн, регистрируемых системой пьезосенсоров, возможна, если известны эффективные упругие модули композитного материала и его дисперсионные характеристики. Анизотропия упругих свойств композитов приводит к зависимости дисперсионных характеристик возбуждаемых волн не только от частоты колебаний, но и от направления распространения.

В рамках трехмерной линейной динамической теории упругости разработана математическая и компьютерная модель для расчета динамики многослойного композитного материала. В ее основе лежат интегральные представления волновых полей, возбуждаемых поверхностным источником колебаний, в виде свертки матрицы Грина для рассматриваемой слоистой среды и вектор-функции нагрузки, а также получаемые из них с использованием теории вычетов и метода стационарной фазы физически наглядные асимптотические выражения для цилиндрических упругих волн (ПММ, 2010, 74(3), 419–432; J. Acoust. Soc. Am., 2011, 129 (5), 2923–2934).

Достоверность теоретических результатов подтверждена серией экспериментальных измерений амплитуды и групповой скорости цилиндрических волн, возбуждаемых круговым пьезоактуатором в волокноно-армированных композитных пластинах. Измерения были проведены в Институте механики, Университета им. Гельмута Шмидта, Гамбург в рамках научного сотрудничества с группой профессора Р. Ламмеринга. В рамках разработанной модели реализована неразрушающая методика определения эффективных упругих модулей слоистых анизотропных композитов с различными схемами укладки трансверсально-изотропных препрегов, основанная на минимизации невязки между теоретическими и экспериментально измеренными дисперсионными характеристиками (CEAS, 2013, doi: 10.1007/s13272-013-0064-1).

Логическое моделирование роботизированных технологических систем

Глушкова В. Н.*, Коровина К. С.**

**Ростов-на-Дону, Донской государственный технический университет*

***Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет*

lar@aanet.ru

Образовательные стандарты нового поколения основаны на компетентностной модели обучения. Для технических специальностей одной из значимых является компетенция, заключающаяся в умении применять методы математического моделирования для конкретных профессиональных областей деятельности. Для моделирования событийно-управляемых систем используют традиционные непрерывные модели и классические дискретные с применением аппарата конечных автоматов и языка темпоральных логик (метод *model checking*). В этом случае моделируемая система описывается разновидностью конечного автомата, состояния которого помечаются набором атомных формул исчисления высказывания. Для верификации поведения системы во времени пространство ее состояний дискретизируется с игнорированием конкретных значений времени. Поэтому средствами темпоральной логики сложно выразить свойства о количественных характеристиках системы.

Для спецификации поведения систем предлагается использовать многосортный язык исчисления предикатов первого порядка с ограниченными кванторами, действующими на иерархических списках, представляющих деревья вывода в КС-грамматике. Посредством правил КС-грамматики иерархизируется последовательность действий агентов системы. Например,

$$Act \rightarrow Rmove \mid Lmove \mid Stop \mid Wait$$

На втором уровне задается логическая спецификация (теория) поведения системы. Язык ИП позволяет в явном виде выразить свойства о количественных характеристиках объектов системы, зависящих от времени. Для построения модели используются квазитождества специального вида. Алгоритм интерпретации реализует прямой логический вывод для заданной теории, исходя из начальных фактов, причем предикаты, функции и аксиомы теории согласованы с нетерминальными символами и правилами грамматики. Это позволяет при интерпретации теории построить дерево исполнения действий, исходя из начальных фактов.

Известно, что дерево допускает наиболее эффективные алгоритмы обработки иерархизированных данных. На построенной модели можно за полиномиальное время проверять истинность произвольных формул с ограниченными кванторами. Например, утверждение «если робот стоял на позиции загрузки в момент времени t на шаге n цикла его функционирования (предикат $Stopl(t, n)$), то на шаге $n + 2$ через 197 с он начинает разгрузку в течение 7 с» предикат $Ul([t + 197, t + 204], n + 2)$): формализуется следующим образом:

$$(\forall st \in act)(\forall t \in st)(\forall n \in st)Stopl(t, n) \rightarrow Ul([t + 197, t + 204], n + 2).$$

Переменные st, t, n интерпретируются на иерархизированном списке (дереве), являющемся значением переменной act .

Конечно-элементное моделирование некоторых задач биомеханики для систем остеосинтеза с устройствами внешней фиксации

Голубев Г. Ш.^{*}, Каргин М. А.^{**}, Родин М. Б.^{***}

^{*}Ростов-на-Дону, Ростовский государственный медицинский университет

^{**}Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет

^{***}Ростов-на-Дону, Центральная городская больница № 1

misha_kargin@list.ru

При лечении переломов и деформаций сегментов костной системы организма человека широко применяется метод чрескостного остеосинтеза с использованием специальных спицевых, стержневых и кольцевых остеофиксаторов аппарата Илизарова. Проведение спиц через участки кости и закрепление их концов в жестких частях аппарата позволяет осуществлять управляемый остеосинтез — необходимую репозицию фрагментов, их жесткую фиксацию в заданном положении, требуемую компрессию или дистракцию. Такие воздействия на кость стимулируют начало остеогенеза и развитие репаративной костной регенерации. В результате при сохранении подвижности больного достигается ускоренное заживление в зоне перелома с возможностью исправления деформации кости в требуемом направлении. Цель данной работы состояла в построении трехмерной конечно-элементной модели конструкции, состоящей из имитатора кости и аппарата Илизарова, и в проведении для построенной модели вычислительных экспериментов. В работе использовалась техника метода конечных элементов, строились пространственные конечно-элементные модели в программном комплексе ANSYS и решались соответствующие статические и динамические задачи теории упругости. Построенная модель состояла из перечисленных ниже основных элементов: имитатора кости с местом перелома; колец, которые являются основной опорой аппарата Илизарова; стержней, предназначенных для соединения колец; спиц, служащих связующим звеном между костью и внешними опорами аппарата. Указанные части конструкции моделировались в пакете ANSYS трехмерными, структурными, оболочечными и балочными конечными элементами. Важным моментом исследования являлся учет соединительных стержней посредством уравнений связей деформаций, с целью осуществления управляемого остеосинтеза с требуемой компрессией или дистракцией. Таким образом, с использованием разработанных программ на командном языке APDL ANSYS были проведены различные прочностные расчеты НДС в зоне перелома при варьировании статических нагрузок на имитатор кости, величин деформаций стержней и жесткостных свойств соединительной ткани костной мозоли на различных стадиях заживления. Полученные данные позволяют оценить допустимые величины внешних нагрузок на кость и деформаций стержней аппарата Илизарова в процессе регенерации костной ткани. В зависимости от периодов регенерации были определены первые резонансные частоты системы, построены амплитудно-частотные характеристики в различных точках имитатора кости и аппарата Илизарова и проведен анализ переходных процессов при заданных динамических внешних воздействиях и условиях закрепления. Также дан анализ возможностей использования полученных результатов для качественной оценки прочности костной ткани на различных стадиях регенерации.

Биомеханика резекции аневризматического мешка левого желудочка сердца человека

Голядкина А. А., Кириллова И. В., Менишова Л. Р.

Саратов, Саратовский государственный университет

aagramakova@mail.ru

Современные исследования подтверждают непрерывный рост числа больных с осложненными формами ишемической болезни сердца и в том числе с инфарктом миокарда. Трансмуральный инфаркт миокарда до 30% случаев осложняется развитием постинфарктной аневризмы левого желудочка (ПАЛЖ). На сегодняшний день, единственным действенным методом лечения данной патологии является хирургическая коррекция. Существует несколько вариантов хирургической реконструкции ПАЛЖ для реализации которых очень важна до и послеоперационная оценка особенностей ремоделирования ЛЖ. В данной работе проведено построение трехмерных геометрических моделей левого желудочка (ЛЖ) в норме, при наличии постинфарктных аневризм различных типов (диффузная, мешковидная, грибовидная и «аневризма в аневризме») с учетом локализации (свободная стенка, верхушка желудочка и межжелудочковая перегородка) и после проведения хирургической коррекции патологической стенки. На основе данных современных методов исследования было определено изменение давления кровотока в полости желудочков сердца и поле перемещений стенки ЛЖ по фазам сердечного цикла. В результате конечно-элементного моделирования была проведена оценка фракции выброса с учетом напряженно-деформированного состояния стенок левого желудочка сердца человека. Анализ полученных результатов позволил определить рациональные методы проведения хирургической коррекции стенки ЛЖ при наличии аневризматического мешка различного типа с учетом локализации патологического участка. В норме в ЛЖ за счет разницы давления в центральной зоне возникают потоки поперечной циркуляции, имеющие характер завихрения. При рассмотрении ЛЖ с наличием постинфарктной аневризмы наблюдается смещение максимальных значений давления и потока поперечной циркуляции к противоположной от патологической зоны стенке желудочка, а так же снижение максимальных значений скорости потока до 50%. При хирургической коррекции патологического участка стенки левого желудочка для максимального восстановления фракции выброса целесообразно:

- проведение резекции аневризматического мешка с наложением шва;
- наложение заплаты из биологического материала, превосходящего по модулю Юнга миокард в диапазоне 20–30%, если пластика стенки ЛЖ не позволяет проводить резекцию аневризматического мешка с наложением шва (глобальное удаление некротических тканей);
- проведение пластики патологической стенки заплатой со стороны правого желудочка при наличии постинфарктной аневризмы межжелудочковой перегородки и невозможности проведения резекции аневризматического мешка с наложением шва.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ (проект №01-09-00804-а).

Моделирование взаимодействия видеотактильного сенсора с мягкими тканями при наличии включения

Горячева И. Г.* , Досаев М. З.** , Любичева А. Н.* ,
Морозов А. В.* , Су Ф.***

* Москва, Институт проблем механики РАН

** Москва, Институт механики МГУ

*** Тайнань, National Cheng Kung University

lyubicheva@mail.ru

Работа посвящена созданию видеотактильного устройства, позволяющего определять механические свойства мягких биологических тканей, и ведется в рамках совместного проекта с университетом Чен-Кун, Тайвань. Прибор должен помогать диагностировать свойства патологических образований в мягких тканях во время хирургических операций. Датчик состоит из видеокамеры, фокусирующей линзы, источника света и сплошной или полый полусферической головки, изготовленной из прозрачного силикона. Проведено сравнение различных модификаций головки по радиусу кривизны и толщине стенки. Видеокамера позволяет зафиксировать изображение области контакта между головкой сенсора и мягкой биологической тканью. Исследование включает в себя компьютерное моделирование и экспериментальные испытания.

Экспериментально-расчетный метод определения модуля Юнга основан на измерении нормальной контактной нагрузки и площади контакта при индентировании головки датчика в мягкую ткань, причем условия на поверхности существенно влияют на зависимость размера пятна контакта от нагрузки, как в процессе нагрузки, так и при разгрузке образца. Для оценки упругих свойств мягкой биологической ткани на основании результатов испытаний разработана модель контактного взаимодействия с ней головки датчика, которая представляет собой упругую полую полусферу с заданными механическими свойствами. Для решения задачи и получения зависимости размера зоны контакта от величины и направления нагрузки на сенсор использован метод конечных элементов. Результаты сопоставлены с измерениями и использованы для оценки модуля упругости мягких тканей. Метод применен для определения модуля Юнга свежей и вареной свиной печени (последняя имитирует циррозную патологию).

Проведены модельные расчеты для свиной печени с внутренним сферическим включением, расположенным на некотором расстоянии от поверхности. Решены задачи в осесимметричной и неосесимметричной постановке. В расчетах варьировались значения радиуса включения, глубины его расположения и отношения упругих свойств окружающих тканей и включения. Анализ полученных результатов показал, что при наличии более твердой неоднородности, радиус которой меньше области контакта, значение максимального давления существенно увеличивается. При этом значительного изменения размеров области контакта, а также взаимного сближения индентора и исследуемого образца не происходит. Определен диапазон варьируемых величин, в котором чувствительность метода позволяет сделать заключение о наличии включения.

Работа поддержана грантом РФФИ №12-08-92005-ННС_а, и Программой фундаментальных исследований президиума РАН №25.

Экспедиционные гидрологические измерения и конечноэлементный расчет характеристик внутренних волн в Атлантическом океане

Григоренко К. С.*, **Матишов Д. Г.***, **Морозов Е. Г.****,
Соловьев А. Н.***

**Ростов-на-Дону, Институт аридных зон ЮНЦ РАН*

***Москва, Институт океанологии РАН*

****Ростов-на-Дону, Донской государственный технический университет
solovievarc@gmail.com*

В октябре-ноябре 2012 года проводились экспедиционные исследования в сотрудничестве между Институтом океанологии им. П. П. Ширшова РАН, Институтом гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, Институтом прикладной физики РАН и Институтом аридных зон ЮНЦ РАН. Экспедиция проводилась на судне ИО РАН «Академик Сергей Вавилов».

Работы проводились с помощью штатного судового оборудования: зонда Sea-Bird Electronics 19 plus и профилографа течений LADCP RDI Workhorse 300 kHz. По пути следования судна выполнялись три полигона измерений: в проходе Кейн, в разломе Романш (1° ю.ш) и в канале Вима.

Полученные с помощью СТД-зондирования данные обрабатывались с помощью стандартного программного обеспечения фирмы-производителя SBE-DataProcessing. Пересчет значений плотности показал значительную разницу между распределением реальной плотности, зафиксированной измерительной аппаратурой и потенциальной, рассчитанной по формуле УС-80, без учета влияния давления на глубинах более 4 км.

В частности, измерения вертикальных распределений температуры, солёности, плотности и частоты Вьясяля–Брента на станциях 2477, 2487, 2497, показали разделение всей толщи океана на различные слои: верхний квазиоднородный слой, который имеет мощность в несколько десятков метров (10–30 м). Его разделяет со слоем антарктических промежуточных вод, подвергшихся значительному перемешиванию, потерявших свои первоначальные свойства, суточный пикноклин, глубже располагается основной (сезонный) слой скачка, за ним слой антарктической промежуточной воды, ядро которого приходится на глубины 500–1000 м и имеет относительно наиболее низкие величины солёности (меньше 34,5‰). На глубине 1200–1300 м происходит переход к североатлантической глубинной воде, относительно однородный (температура 2–4°С, солёность — 34,8–34,9‰) слой которой простирается до глубин 3700–4000 м, где наблюдается антарктическая донная вода, на границе которой существует ярко выраженный термо- и галоклин.

Расчеты кинематических характеристик внутренних волн, осуществленные с помощью ранее разработанной программы с использованием метода конечных элементов, показали, что потенциальная плотность является допустимой заменой при отсутствии данных о реальном распределении плотности в случае исследований акваторий с малыми глубинами или расчетами волн только в слое скачка плотности, который располагается на глубинах, где разница между реальной и потенциальной плотностью не так велика и не искажает набор рассчитанных характеристик внутренних волн.

К задаче идентификации пикноклина в непрерывно стратифицированном море по данным поверхностных измерений

Григоренко К. С.*, Соловьева А. А.*, Хартиев С. М.**

**Ростов-на-Дону, Институт аридных зон ЮНЦ РАН*

***Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет
solovievarc@gmail.com*

Задачам идентификации плотностной стратификации посвящено большое количество работ, обзор некоторых из них и методов решения можно найти в монографии Потетюнко Э. Н. с соавторами (Обратные задачи определения структуры неоднородных сред. М.: Изд-во «Спутник+», 2013). Одной из проблем, возникающей при решении практических задач, является недостаточное количество дополнительной информации, необходимой для решения обратной задачи. В качестве этой информации выступают данные радиолокационных или визуальных и спутниковых наблюдений поверхности океана. В первом случае известными можно считать частоту и волновое число, во втором случае при наблюдении «сликов» известна длина волны, и с помощью шкалы Бофорта может быть вычислена фазовая скорость первой моды. Этих данных явно недостаточно для восстановления функциональной зависимости стратификации, однако некоторые характеристики ее могут быть идентифицированы. В частности это касается наиболее важных участков стратификации, в которых заключена основная энергия переносимая внутренними волнами.

В работе на основе данных реальных измерений стратификации и поверхностных проявлений внутренних волн в Атлантическом океане (в проходе Кейн, в разломе Романш (1° ю.ш.) и в канале Вима), полученных в экспедиции в октябрь-ноябре 2012 года на судне института океанологии им. П. П. Ширшова РАН «Академик Сергей Вавилов», решены задачи реконструкции координат залегания скачка плотности и оценки толщины верхнего стратифицированного слоя.

В первом случае были использованы данные радиолокационных измерений, проведены расчеты кинематических характеристик внутренних волн на основе ранее разработанной конечноэлементной программы, которые показали хорошее совпадение. Использование двухслойной модели позволяет рассчитать характеристики скачка плотности, если сезонный перепад ее считать известным, что показывают многолетние наблюдения.

Во втором случае получены оценки толщины поверхностного стратифицированного слоя океана, которые так же показали совпадение с данными измерений.

Кроме этого, на основе численного решения прямых задач методом конечных элементов, с некоторыми априорно выбранными законами стратификации плотности, и учета гидрологических сезонных особенностей исследуемого района, разработана методика определения глубины залегания и толщины пикноклина. При этом реконструкции производится в два этапа: на первом определяется координата центральной точки пикноклина, на втором — его толщина.

Выбор оптимального реконструктивного вмешательства на коронарных артериях сердца человека

Гришина О. А., Кириллова И. В.

Саратов, Саратовский государственный университет
lelik19s@rambler.ru

Операция прямой реваскуляризации миокарда нашла широкое применение в хирургическом лечении ишемической болезни сердца. В последние годы отмечается значительный рост числа операций, выполняемых с применением ауто-трансплантатов. Разработаны различные варианты самой операции и предложены аутоартериальные и аутовенозные трансплантаты: малоинвазивное коронарное шунтирование с использованием левой и правой внутренней грудной артерии, сочетанное применение левой внутренней грудной артерии и лучевой артерии пациента, аутовенозная реваскуляризация русла с помощью больших подкожных вен, полная аутоартериальная реваскуляризация коронарного русла с помощью внутренней грудной артерии, лучевой артерии, желудочно-сальниковой артерии, локтевой артерии, нижней надчревной артерии открытым типом. Рост числа выполняемых операций коронарного шунтирования определяет необходимость выбора оптимального вида трансплантата и типа операции. Для оценки функционального состояния коронарных артерий после хирургического вмешательства по восстановлению миокардиального кровоснабжения проведено численное моделирование операций аортокоронарного шунтирования.

Рассмотрено коронарное шунтирование левой коронарной артерии при 45% стенозе проксимального отдела передней нисходящей и 60% стенозе огибающей ветвей. При этом моделировалась дополнительная область — шунт, который соединяет напрямую аорту и участок пораженного сосуда дистальнее стеноза. В качестве трансплантата использовался аутоартериальный конduit — внутренняя грудная артерия с диаметром 2.3 мм.

Анализ полученных результатов показал, что в случае применения линейного типа шунтирования огибающей ветви поведение кривых кровотока в общих чертах повторяет кривые соответствующие указанным параметрам при нормальной циркуляции крови в русле. Объемный кровоток в диастолическую фазу снижен, при этом компенсируется кровотоком в систолическую фазу. В случае шунтирования передней нисходящей ветви кровотоки остаются значительно уменьшенными как результат существования двух областей стеноза и не улучшаются значительным образом после вставки шунта. Применение секвенциального шунтирования профиль кривых давления и кровотока в большей степени соответствует гемодинамическим параметрам в русле здоровой коронарной артерии.

Сравнения результатов моделирования в случае применения линейных и секвенциальных шунтов показывает преимущества второго типа шунтирования.

Работа поддержана Фондом содействия развитию малых форм предприятий в научно-технической сфере в программе «Участник молодежного научно-инновационного конкурса» («УМНИК») в 2012–2013 гг.

Идентификация параметров внутренних полостей прямоугольной или эллиптической формы в упругом слое

Диденко А. В.*, **Никитин Ю. Г.****

**Краснодар, Южный научный центр РАН*

***Краснодар, Кубанский государственный университет*

yug_nikitin@mail.ru

В плоской постановке методом блочного элемента (МБЭ) решается прямая задача расчета гармонических колебаний упругого изотропного слоя, содержащего полость прямоугольной или эллиптической формы. Колебания возбуждаются поверхностным гармоническим источником. Решена обратная задача идентификации параметров полости прямоугольной формы в плоской изотропной блочной структуре из четырех прямоугольных блоков. Решена аналогичная обратная задача для идентификации полости эллиптической формы, аппроксимируемой набором из нескольких трапециевидных блочных элементов. Для решения поставленной задачи применялся двухэтапный подход. Первый этап представлял собой решение прямой задачи расчета смещений в определенных точках на поверхности моделируемой структуры при заданных параметрах блочной структуры, включающих в себя параметры полости заданного типа и источника колебаний. Второй этап представляет собой решение обратной задачи определения искомым параметров неоднородности по рассчитанным на первом этапе смещениям на поверхности одного из блоков — т. н. эталонным смещениям, которые в данном случае заменяют измеряемые в условиях реального эксперимента смещения. Решение прямой задачи на первом этапе основано на методе блочного элемента. В тех случаях, когда это было возможно, в качестве контроля использовались также методы Галеркина и метод конечных элементов. Блоки в блочной структуре рассматривались плоские, прямоугольные или трапециевидные. Решаемая на втором этапе обратная задача определения параметров неоднородности, приводит к минимизации функционала невязки между эталонным и пробным полем смещений. На этапе минимизации функционала применяются методы глобальной оптимизации и генетические алгоритмы.

При моделировании прямоугольной или эллиптической полости функция невязки является функцией нескольких переменных, что приводит на этапе минимизации к необходимости расчета очень большого числа решений прямой задачи. Для решения этой проблемы используются два подхода — ускорение счета прямой задачи и уменьшение числа итераций за счет усовершенствования стратегий оптимизации. Первый подход основан на способах оптимизации вычисления осциллирующих многомерных интегралов Фурье, через которые представляется решение в МБЭ. Второй подход основан на новых теоремах, которые позволяют использовать для решения одной краевой задачи блочную структуру другой краевой задачи для той же исходной области, и, возможно, более простую. Эти теоремы открывают новые перспективы для минимизации вычислений прямой задачи.

Работа выполнена при поддержке грантов РФФИ и администрации Краснодарского края 12-08-00880-а, 13-01-96511-р-юг-а.

Задача о радиальных колебаниях кольцевой области при наличии предварительного напряженного состояния

Дударев В. В., Недин Р. Д.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет
dudarev_vv@mail.ru

Представлена общая постановка задачи об установившихся колебаниях упругого тела при наличии неоднородного поля предварительных напряжений. Вид тензора Пиолы–Кирхгофа соответствует модели предварительных напряжений, предложенной А. Н. Гузем. Параметры Ляме считаются постоянными. Выписаны уравнения колебаний и определяющие соотношения при условии плоской деформации в полярной системе координат (r, φ) . В качестве конкретного примера рассмотрена задача об установившихся колебаниях кольцевой области. Колебания вызываются осесимметричной нагрузкой приложенной на внешнем радиусе, внутренняя область кольца свободна от нагрузок. Предполагается, что среди компонент предварительного напряженного состояния отличными от нуля являются компоненты σ_{rr}^0 и $\sigma_{\varphi\varphi}^0$, при этом обе компоненты являются функциями только радиальной координаты r и удовлетворяют условию равновесия. В соответствии с этими допущениями сформулировано уравнение движения и граничные условия для кольцевой области. Уравнение движения представляет собой дифференциальное уравнение второго порядка относительно радиальной компоненты смещения с переменными коэффициентами. Решение прямой задачи об определении значений радиальной компоненты смещения при известных законах изменения компонент σ_{rr}^0 и $\sigma_{\varphi\varphi}^0$ осуществлено численно с помощью метода пристрелки. Для проверки точности составленной численной схемы рассмотрен частный случай однородного предварительного напряженного состояния, при этом получено аналитическое решение записанное через функции Бесселя первого и второго рода. Проведены вычислительные эксперименты о влиянии предварительных напряжений на амплитудно-частотные характеристики. Сформулирована обратная задача о реконструкции законов изменения компонент тензора предварительного напряженного состояния по известным данным об амплитудно-частотной характеристике на внешней границе кольцевой области в заданном частотном диапазоне. Решение обратной задачи предлагается осуществить с помощью итерационного метода. На основе метода линеаризации сформулировано необходимое уравнение относительно поправок к восстанавливаемым функциям с учетом уравнения равновесия. Проведены вычислительные эксперименты по реконструкции различных законов изменения предварительного напряженного состояния в том числе, соответствующих решению задаче Ляме для трубы с внутренним давлением. Проведен анализ полученных результатов.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проекты 13-01-00196), ЮМИ (г. Владикавказ) и в рамках реализации ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 годы (соглашения 14.132.21.1358, 14.132.21.1360).

Исследование прочностных свойств пористых материалов
с учетом поверхностных эффектов
методами эффективных модулей и конечных элементов

Еремеев В. А.* , Наседкин А. В.**

**Магдебург, Отто фон Герике университет Магдебурга*

***Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет*

nasedkin@math.sfedu.ru

Экспериментальные исследования показывают, что наноразмерные тела демонстрируют механические свойства, существенно отличающиеся от аналогичных объектов обычных размеров, в частности, увеличивается их жесткость. Для объяснения таких эффектов был предложен ряд моделей, среди которых достаточно общепринятой стала теория поверхностных эффектов. Так, для упругих наноразмерных тел принимается, что на их поверхности действуют поверхностные напряжения, которые можно промоделировать поверхностными мембранами с соответствующими поверхностными модулями упругости. Описанный подход можно применить и для определения эффективных характеристик пористых наноразмерных тел. Естественно, что тогда поверхностные эффекты нужно учитывать не только на внешних границах, но и на поверхностях пор внутри тела. В результате границы пористого тела оказываются большими в сравнении с границами соответствующего однородного тела. При этом, на размеры границ влияет не только общая пористость, но и размеры и количество пор. Поэтому, если сравнивать пористые наноконпозиты с учетом и без учета поверхностных эффектов и однородные тела с эффективными модулями, то можно получить ряд интересных эффектов. Так, за счет поверхностных напряжений эффективные жесткости нанотела будут возрастать в сравнении с телом макроразмеров. В то же время, эффективные жесткости нанотела могут увеличиваться или уменьшаться при варьировании размеров и количества пор, даже если общая пористость будет сохраняться. Эти утверждения были подкреплены ранее простыми аналитическими формулами для наноразмерного стержня с продольными порами. В настоящем исследовании для пористых наноконпозитов предлагается подход, основанный на теории эффективных модулей механики композитов, моделировании представительных объемов и методе конечных элементов. Здесь при построении представительного объема дополнительно обеспечивалось покрытие его пор поверхностными мембранами, а получающиеся статические задачи для неоднородных материалов решались с использованием специального программного инструментария, разработанного на макроязыке APDL конечно-элементного пакета ANSYS. При этом учет поверхностных эффектов на конечно-элементном уровне проводился посредством включения в расчетную схему помимо объемных элементов поверхностных пластинчатых элементов с опциями только мембранных напряжений. Проведенные расчеты тестовых задач продемонстрировали отмеченное выше влияние поверхностных эффектов на значения эффективных модулей пористых упругих наноконпозитов.

Следует отметить, что аналогичные подходы могут быть применены и для моделирования пористых пьезоэлектрических тел наноразмеров, причем с учетом как механических, так и электрических поверхностных эффектов.

Автоматизированный подход к решению задач нелинейной теории упругости

Жеребко А. И.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет
emproioarmani.89@mail.ru

При решении задач нелинейной теории упругости широкое распространение получил подход, основанный на применении метода конечных элементов (МКЭ). Данный подход безусловно обладает целым рядом преимуществ: достаточно высокая гибкость метода при построении различных областей решения, большой выбор разнообразных программных продуктов, реализующих МКЭ (Ansys, Comsol, FlexPDE, FreeFem++ и т. д.), доступность таких программ (многие из них имеют версии для свободного распространения и кроме того, не так сложны в использовании) и т. д. Но при всех достоинствах подобных программ в них достаточно сложно проводить анализ полученных результатов. Например, при моделировании различных механических экспериментов часто возникает проблема выбора модели материала и ее параметров, позволяющих адекватно описать поведение модели в реальных условиях, а впоследствии, скажем, оценить влияние формы, моделируемой в эксперименте конструкции, и различных неоднородностей в структуре материала (полостей, трещин и т. п.). В целях решения описанного выше круга проблем был реализован подход, основанный на интеграции возможностей МКЭ и средств компьютерной алгебры. Настоящий подход реализован в программной оболочке, на базе системы компьютерной алгебры Maple и конечно-элементного пакета FlexPDE, и позволяет на основе заданной пользователем геометрии области, вида нагружения и модели материала в автоматизированном режиме провести полный анализ соответствующей задачи. К основным достоинствам оболочки можно отнести автоматизированный процесс решения задач и возможность интерактивной работы с результирующими данными (непрерывная обработка, визуализация, анализ). В системе реализованы алгоритм автоматической генерации краевых задач двумерной нелинейной теории упругости о равновесии тел, в том числе неканонической формы, а также, схема автоматического определения типа решаемой задачи с последующим выбором «решателя»: пакет FlexPDE или Maple (в зависимости от того, сводится ли решаемая задача к краевой для системы ОДУ или для системы дифференциальных уравнений в частных производных). Кроме того, разработанная оболочка позволяет решать простейшие обратные задачи по подбору или определению одной скалярной характеристики (геометрического, материального или силового параметра) рассматриваемой системы.

Для верификации программной оболочки рассмотрены модельные задачи об одноосном растяжении прямоугольника с отверстием и цилиндра с полостью (трехмерный случай), проанализировано влияние положения и размеров отверстия на диаграмму растяжения.

Применение комплекснозначных искусственных нейронных сетей к определению упругих и диссипативных свойств материалов

Занг Н. Ч.

Ростов-на-Дону, Донской государственный технический университет
solovievarc@gmail.com

В настоящее время искусственные нейронные сети (ИНС) широко применяются в различных областях науки. Одним из применения их в механике является решение коэффициентных и геометрических обратных задач, а именно определение механических свойств твердых тел и реконструкция дефектов. В начале 90-х годов прошлого столетия в работах Т. Nitta были предложены комплекснозначные искусственные нейронные сети (КИНС), которые в настоящее время широко используются для решения прикладных задач. КИНС, параметры которых (веса, пороговые значения, входы и выходы) являются комплексными числами, применяются в различных областях современной техники, таких как оптоэлектроника, воспроизведение изображений, синтез речи, машинное зрение, дистанционный сбор данных, квантовые аппараты, пространственно-временной анализ физиологических нейронных аппаратов и систем. Применение КИНС в задачах механики является новой областью исследований, которая начала развиваться только в последние годы.

В настоящей работе КИНС применяется к решению обратной коэффициентной задачи идентификации упругих и диссипативных свойств (модуль Юнга и добротность) деформируемого твердого тела. Дополнительная информация для решения этой обратной задачи связана с измерением поля смещения на границе тела (в дискретном наборе точек), совершающего гармонические колебания в окрестности первой резонансной частоты. В приведенном примере исследуются вопросы точности идентификации механических свойств материала в зависимости от числа точек измерения и их расположения, а также от архитектуры нейронной сети и длительности (количество эпох) процесса ее обучения, который осуществляется с помощью алгоритмов RProp, QuickProp. Проведена оценка временных затрат связанных с обучением КИНС.

Осуществлена программная реализация метода и проведено его тестирование при использовании первой резонансной частоты колебаний. В результате численного эксперимента (составлено 2000 векторов данных, 1800 из которых используются для обучения, 200 для тестирования. Затем проводятся компьютерные эксперименты, выполненные с помощью КИНС) выявлены архитектуры КИНС дающие лучший результат идентификации, а именно 2(входных нейронов)-4(скрытых нейронов)-1(выходной нейрон), или 6(входных нейронов)-6(скрытых нейронов)-1(выходной нейрон).

Разработанный метод и программы могут быть использованы для определения диссипативных свойств на различных частотах (не только первой), а также для более сложных свойств упругого тела, например при наличии анизотропии.

Автор выражает благодарность А. Н. Соловьеву за внимание к работе.

Индентирование плоской круглой мембраны сферическим штампом

Звоникова О. Ю.*Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет*

zvonikova.olga@mail.ru

Высокоэластичные тонкие мембраны нашли применение в различных областях техники, строительства, медицины, биологии. Ультратонкую резиновую мембрану, например, используют в микроэлектромеханических системах (МЭМС) для создания различных чувствительных элементов приборов и силовых элементов регуляторов. Это связано со специфическими свойствами мембран — малой жесткостью, большими и обратимыми деформациями и герметичностью.

В данной работе рассматривается задача о деформации круглой тонкой оболочки, изготовленной из высокоэластичного материала, закрепленной по краю, и находящейся под действием сферического абсолютно твердого индентора. В силу малой толщины и преобладающими растягивающими усилиями в оболочке задача рассматривается в рамках нелинейной теории безмоментных оболочек типа Кирхгофа–Лява. Трением между индентором и оболочкой пренебрегаем и полагаем, что деформация оболочки осесимметричная. Осесимметричность задачи позволяет свести двумерную задачу статики оболочки к двум системам обыкновенных дифференциальных уравнений, которые формулируются для области контакта и оставшейся части оболочки. Краевыми условиями для неизвестных функций являются защемление внешнего края оболочки, условия гладкости и непрерывности решения в центре мембраны, а также условия непрерывности и гладкости решения на границе областей. Неизвестная заранее граница входит в задачу параметром, для которого после решения задачи рассчитывается сила вдавливания индентора. Интегрирование краевой задачи осуществляется численным методом пристрелки с использованием метода Рунге–Кутты для решения задач Коши на каждом шаге пристрелки. В качестве модели материала используются несжимаемая модель Бартенева–Хазановича, модель Муни–Ривлина, неогукowska модель и существенно-нелинейная модель материала. Исследовано напряженно деформированное состояние мембраны при различных условиях нагружения. Восстановлена форма мембраны, для различных размеров индентора, различных величин вдавливающего усилия. Рассчитано контактное давление мембраны на сферический индентор. Построены зависимости прогиба центра мембраны от вдавливающего усилия. Получено, что для одного и того же прогиба центра мембраны при большем радиусе индентора требуется большая сила. При увеличении радиуса индентора разница между максимальным и минимальным усилием в оболочке уменьшается. Для радиального усилия это явление проявляется сильно, для окружного усилия это явление незначительно. Проведено сравнение численных результатов, полученных в задаче о прогибе мембраны под действием сферического штампа, с экспериментальными данными, представленными в литературе.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант 12-01-31431).

Задачи Сен-Венана об изгибе и кручении призматических тел с распределенными дислокациями

Зеленина А. А., Зубов Л. М.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет
a.zelenina@gmail.com

В рамках линейной теории упругости рассмотрены задачи об изгибе и кручении призматических стержней с непрерывно распределенными дислокациями. Распределение дислокаций характеризуется заданным полем тензора плотности дислокаций. Необходимым условием существования решения является требование соленоидальности указанного тензора. Предполагается, что этот тензор не зависит от координаты, отсчитываемой по оси призматического (цилиндрического) тела.

Особенность статических задач теории упругости с распределенными дислокациями состоит в том, что поле перемещений среды не существует, однако существуют поля деформаций и поворотов, а также поле напряжений. Показано, что тензор плотности дислокаций можно разбить на две части. Первая часть, содержащая четыре компоненты несимметричного тензора, обуславливает чистый изгиб бруса в двух перпендикулярных плоскостях, а вторая, состоящая из пяти компонент, вызывает кручение призматического тела. Данное разбиение тензора плотности дислокаций позволяет рассматривать задачу изгиба и задачу кручения по отдельности, пользуясь принципом суперпозиции. Задачи об изгибе и кручении решаются полубратным методом, при котором задается характер зависимости деформаций и поворотов от координат. Найдены подстановки, позволяющие точно привести исходную трехмерную задачу теории упругости к двумерным краевым задачам для плоской области в форме поперечного сечения стержня. Тензор деформаций в найденных полубратных решениях не зависит от осевой координаты как в задаче кручения, так и в задаче изгиба. В задаче изгиба одна компонента вектора вращений не зависит от осевой координаты, а две другие компоненты этого вектора зависят только от одной осевой координаты. В задаче кручения две компоненты вектора вращений являются функциями двух координат, отсчитываемых в плоскости поперечного сечения стержня, а третья компонента зависит только от осевой координаты. Решение полученных двумерных задач обеспечивает выполнение разрешающих уравнений в объеме тела и граничных условий на боковой поверхности призматического бруса, которая предполагается свободной от нагрузки. Граничные условия на торцах стержня удовлетворяются в интегральном смысле Сен-Венана. Построенные в работе решения задач Сен-Венана для стержней с распределенными дислокациями создают в каждом поперечном сечении бруса систему напряжений, статически эквивалентную продольной силе, крутящему моменту и изгибающим моментам. Для изотропного линейно упругого материала задача изгиба бруса с дислокациями после введения функции напряжений Эри сведена к краевой задаче для неоднородного бигармонического уравнения, задача кручения после введения функции напряжений Прандтля приведена к задаче Дирихле для уравнения Пуассона.

Конечно-элементное моделирование динамических испытаний полимеркомпозитной лопасти несущего винта вертолета

Зиборов Е. Н.* , Шевцов С. Н.**

**Ростов-на-Дону, Донской государственный технический университет*

***Ростов-на-Дону, Южный научный центр РАН*

solovievarc@gmail.com

Одной из нерешенных проблем механики композиционных материалов является прогноз ресурса элементов конструкций, особенно силовых, которые подвержены циклическим нагрузкам или находятся под действием температуры и влажности. Одним из таких элементов является полимеркомпозитная лопасть вертолета, полученная способом намотки и термическим отверждением, представляющую собой эпоксидную матрицу, усиленную стекловолокном.

В работе развиваются методы определения механических свойств армированных композитов, в том числе усталостных при многоцикловогой нагрузке. С этой целью рассматривается представительный объем армированного композита и однородного материала с эффективными свойствами, решение статических задач для которых строятся аналитически или численно. По аналогичной схеме определяются свойства и размеры межфазного слоя и его повреждения выражающиеся в нарушении адгезии.

Усталостные свойства композита определяются на основе численных решений задач для представительных объемов, находящихся в условиях характерных для эксплуатации рассматриваемых конструкций, в конечно элементном пакете ANSYS, в предположении, что эти свойства для компонент известны. Разработанная методика позволяет оценить усталостные свойства композита и их изменение при нарушении технологии изготовления (несоответствие объемного содержания компонент).

На последнем этапе работы проведено компьютерное моделирование двух натурных динамических испытаний фрагмента лопасти, в том числе с хвостовыми отсеками. В первом испытании фрагмент лопасти подвергается поперечному изгибу при многоцикловогой нагрузке. Испытания проводятся до разрушения образца, которое показывает отслаивание ленты намотки во внешней части поперечного контура лонжерона. Во втором испытании моделируется действие инерциальных сил с помощью приложения постоянных растягивающих усилий, как к лонжерону, так и к хвостовому отсеку. Образец также как и в первом случае подвержен многоцикловогой изгибу. При выбранных величинах нагрузок и амплитудах колебаний разрушение происходит в хвостовом отсеке. В пакете ANSYS проведено конечно-элементное моделирование обоих испытаний. Расчеты напряженно-деформированного состояния элементов конструкций позволяют выявить места, в которых локализуются повреждения, приводящие к разрушению образцов. Конечной целью конечно-элементного моделирования является определение оптимальной структуры композитных материалов для увеличения ресурса и прочности конструкции.

Моделирование динамики ионных каналов в кардиомиоците в рамках электронно-конформационной теории

Зорин Н. М.* , Москвин А. С. , Рывкин А. С.***

** Екатеринбург, Институт иммунологии и физиологии УрО РАН*

*** Екатеринбург, Уральский федеральный университет*

kolyazorin@gmail.com

Динамика внутриклеточного кальция лежит в основе функционирования сердечных клеток, являясь центральным звеном в электромеханическом сопряжении в рабочих кардиомиоцитах, и формирования сердечного ритма в клетках синусно-предсердного узла. Известно, что высвобождение кальция из внутриклеточного накопителя (саркоплазматического ретикулюма, СР) через группы сопряженных так называемых RyR-каналов. Эксперименты по изучению Ca^{2+} -динамики в клетках водителей ритма показали, что без стимуляции со стороны внешних мембранных токов наблюдались спонтанные периодические высвобождения Ca^{2+} из терминальных цистерн СР (люмена). Мальцевым и Лакаттой была разработана модель клеток синусно-предсердного узла (Maltsev V., Lakatta E., Am J Physiol Heart Circ Physiol, 2009), которая описывает самосогласованное взаимодействие внутренних кальциевых СР часов и внешнего мембранного осциллятора. Основное предположение ML модели относительно концентрации Ca^{2+} в диадном пространстве (Ca_{ss}) между СР и мембраной клетки (субпространстве, SubSpace) как основного активатора RyR каналов противоречит экспериментальным фактам, свидетельствующим о важной роли «люменальной» активации. В УрФУ, совместно с ИИФ УрО РАН (Рывкин А. М., Москвин А. С. и др., ДАН, 2012) была разработана электронно-конформационная модель динамики RyR-канала, которая предполагает существование двух степеней свободы ионного канала, электронной (быстрой) и конформационной (медленной). Процессы активации и инактивации включают прямые переходы между двумя ветвями конформационного потенциала (КП), ланжевендовскую динамику медленной степени свободы и не прямые переходы, связанные с термофлуктуациями и квантовыми эффектами («туннелированием»). В рамках ЭКМ, интегрированной в модель высвобождающей единицы (ВЕ), мы исследовали кальциевую внутриклеточную динамику. При этом наибольшее внимание мы уделили колебаниям концентрации кальция в субпространстве. В частности рассмотрели зависимость колебаний Ca_{ss} от скоростей заполнения и высвобождения кальция из люмена СР, влияние взаимодействия между соседними каналами в кластере на частоту колебаний. При определенных параметрах системы зависимость Ca_{ss} от времени имеет вид релаксационных колебаний, которые возникают вследствие эффекта конформационной задержки. В определенном диапазоне значений параметров модели имеют место бифуркации: релаксационные колебания высокой амплитуды и низкой частоты спонтанно переходят в стохастические колебания высокой частоты и низкой амплитуды. Интегрировав модель высвобождающей единицы в модель ML, мы получили объединенную теорию, описывающую самосогласованное взаимодействие внутриклеточных Ca^{2+} -«часов» и мембранного осциллятора с учетом стохастической динамики RyR-каналов.

Влияние распределенных дислокаций на нелинейный изгиб и кручение цилиндрической оболочки с внутренним давлением

Зубов Л. М., Минченко Д. А.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет
minchenko.dman@mail.ru

В современной науке большое внимание уделяется таким аллотропным модификациям углерода, как графен и нанотрубки. Интерес этот обусловлен целым спектром необычных механических, оптических и электрических свойств, которыми обладают подобные структуры. Изготовленные на основе нанотрубок материалы находят широкое применение в различных областях, таких как электроника, преобразование солнечной энергии в электрическую, лазерные технологии, химических и биологических сенсорах. Таким образом, очевидна необходимость моделирования нанотрубок с помощью нелинейной теории оболочек для изучения влияния дефектов на их упругие свойства.

Целью настоящей работы является изучение влияния распределенных дислокаций на нелинейный изгиб и кручение цилиндрической оболочки с внутренним давлением. Используется нелинейная теория (Л. М. Зубов Большие деформации упругих оболочек с распределенными дислокациями. Доклады Академии наук. 2012. Т. 444. № 6), в рамках которой в качестве неизвестных параметров, характеризующих напряженно-деформированное состояние тела, принимаются компоненты тензора дисторсии. Для нахождения этих параметров используются уравнение несовместности и уравнения равновесия в усилиях и моментах. Для случая кручения цилиндрической оболочки данная система уравнений сводится к системе алгебраических уравнений, для случая изгиба — к системе обыкновенных дифференциальных уравнений. В обоих случаях уравнения являются существенно нелинейными, их численный анализ представляет собой довольно трудоемкую задачу. Именно поэтому численное их решение и последующее построение графиков было проведено в среде Maple. Для случая кручения установлено, что наличие винтовых дислокаций снижает эффект Пойнтинга: при неизменном угле закручивания удлинение оболочки в продольном направлении будет тем меньше, чем больше плотность дислокаций. Также показано, что наличие дислокаций снижает сопротивление трубки действию крутящего момента и внутреннего гидростатического давления. В случае изгиба наличие в трубке дислокаций создает в ней внутренние напряжения, заставляющие ее изгибаться вдоль продольного направления. Чем выше плотность распределения дислокаций, тем большие напряжения они создают. Также выявлено, что при наличии распределенных дислокаций внутреннее давление создает в оболочке изгибающий момент, растущий экспоненциально с ростом давления. При фиксированном значении изгибающего момента кривизна трубки будет тем больше, чем выше плотность распределенных дислокаций. Этот факт говорит о том, что наличие подобных дефектов снижает способность оболочки сопротивляться изгибу.

Для проверки полученных результатов и общности рассматриваемой модели задача изгиба была решена при нулевом параметре распределения дислокаций. Сравнение полученного решения с решением задачи изгиба тонкостенной трубки без дефектов показало почти полное их совпадение.

Оптимизация конструкции устройств накопления энергии
на основе пьезоэлектрических элементов
с помощью конечно-элементного моделирования

Зыонг Л. В.* , Рожков Е. В.**

**Ростов-на-Дону, Донской государственный технический университет*

***Ростов-на-Дону, НИИ механики и прикладной математики ЮФУ
solovievarc@gmail.com*

Рассматриваются три типа устройств накопления энергии, основанные на пьезоэлектрических элементах. Все типы устройств предполагается использовать в элементах конструкций совершающих поступательные колебания, как гармонические, так и нестационарные вызванные импульсными действиями внешних сил. В случае гармонических колебаний исследуются резонансные и нерезонансные случаи при двух способах возбуждения колебаний: кинематическом — конструкция совершает колебания заданной амплитуды и силовом — на устройство действует сила заданной величины. Характерной особенностью этих устройств является наличие инерционной массы, выбор материалов и размеров которой влияет на собственные резонансные частоты. Этот выбор может быть связан с использованием экологических материалов, например свободными от свинца и др. Оптимизация конструкции предполагает достижение максимального выходного напряжения или мощности при включении устройства во внешнюю электрическую сеть. С этой целью исследованы зависимости собственных резонансных частот от геометрических параметров устройств, включающих продольные и поперечные размеры составляющих элементов, способов закрепления инерционных масс и т.п. Это в свою очередь позволяет при заданной частоте внешнего воздействия подобрать конструкцию, у которой собственная частота совпадает с вынужденной.

Основным инструментом исследования являются одномерные аналитические модели или конечноэлементные модели, реализованные в пакетах ACELAN и ANSYS.

В первом типе устройств пьезоэлемент является цилиндрическим и совершает вынужденные осевые колебания, при этом инерционная масса прикреплена к одному из торцов. Учитывая возможные ограничения на высоту устройства и материал инерционной массы, исследуется вопрос использование композиционной керамики для получения максимального выходного напряжения.

Во втором типе используется биморф с двумя тонкими симметрично расположенными пьезоактивными слоями и дисковидным центральным несущим слоем. Исследуется вопрос оптимальных размеров составляющих элементов, формы пьезокерамического слоя, способов соединения инерционной массы и материалов центрального слоя.

Третий тип устройства представляет собой трехслойный кантилевер, также как и во втором случае с двумя слоями пьезокерамики. В этом случае исследуется вопрос выбора материала и толщины среднего пассивного слоя, размеры инерционной массы и способы ее закрепления.

Авторы выражает благодарность А. Н. Соловьеву за внимание к работе.

Концепция универсальной константы запаса в математической теории конкуренции

Ильичев В. Г.

Ростов на Дону, Институт аридных зон ЮНЦ РАН
vitaly369@yandex.ru

Развитие принципов перехода от локальных характеристик к глобальным является одним из важных направлений в научных исследованиях. Обозначим через $R(i)$ асимптотическое значение численности i -той популяции, которое достигается при отсутствии других популяций. В зависимости от вида популяционной динамики данная величина соответствует или равновесному значению или среднему по пространству-времени.

В докладе обсуждается следующая задача. Пусть в сообществе из n конкурентов известны значения $R(1), \dots, R(n)$. При каких условиях 1-популяция вытесняет всех остальных? Рассмотрим три основные ситуации.

1. В стационарной среде достаточно потребовать простого неравенства:

$$R(1) > R(i), \quad \forall i > 1. \quad (1)$$

2. Когда условия среды периодически изменяются во времени, то требуется более сильное неравенство:

$$R(1) > R(i)z(n), \quad \forall i > 1, \quad (2)$$

где $z(n)$ так называемая константа запаса, $z(n) > 1$. Неожиданно оказалось, что величина $z(n)$ равномерно ограничена при всех n . Поэтому в достаточном признаке отбора (2) может быть выбрано универсальное значение константы запаса. Это явление связано с тем, что в системах «все против всех» конкуренты $2, \dots, n$ «мешают» друг другу в борьбе против 1-популяции.

Однако в системе «все ($2, \dots, n$) против одного» (1) константа запаса оказывается линейной функцией n и, значит, не является универсальной.

3. Пусть конкуренты способны перемещаться по пространству, разбитому на p районов. Представляется естественным следующий признак отбора:

$$R(1) > R(i)z(n, p), \quad \forall i > 1. \quad (3)$$

С целью проверки гипотезы (3) были использованы компьютерные эксперименты и специальные теоретические конструкции схем миграции популяций. В докладе будут приведены веские основания о неограниченном росте константы запаса по обоим аргументам n и p . Следовательно, здесь не существует универсальной константы запаса.

Разумеется, проблема существования универсальной константы запаса актуальна и в других ситуациях. В качестве иллюстрации приведем гипотезу из сказочного примера: пусть богатырь Добрыня в три раза сильнее и ловчее каждого из басурман, тогда ему нечего опасаться нападения и целой орды.

Исследование периодических режимов в пространственно распределенном уравнении Рэлея

Казарников А. В.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет

kazarnikov@gmail.com

Рассматривается уравнение Рэлея в пространственно-однородном случае, которое можно свести к системе:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -x_1 + \mu x_2 - x_2^3 \end{cases}$$

Известно, что единственное нулевое положение равновесия при $\mu < 0$ асимптотически устойчиво, при $\mu > 0$ — неустойчиво. При $\mu = 0$ в системе имеет место бифуркация Хопфа. В настоящей работе найдена асимптотика периодического решения методом Ляпунова–Шмидта, выведены формулы для общего члена асимптотики.

Учитывая в рассматриваемой системе влияние диффузии, приходим к системе уравнений реакции-диффузии:

$$\begin{cases} u_t = \nu u_{xx} + v \\ v_t = \nu v_{xx} - u + \mu v - v^3 \end{cases}$$

Целью настоящей работы является исследование бифуркационного поведения системы при различных типах краевых условий (Неймана, Дирихле, Неймана при наличии нулевого среднего) а также в более общем случае. Для отыскания вторичных решений применяется метод Ляпунова–Шмидта в форме, развитой в работах В. И. Юдовича.

Показано, что в случае краевых условий Неймана при изменении параметра μ в системе имеет место колебательная неустойчивость. Найдены главные члены асимптотики периодического решения, выведены формулы для n -го члена. Показано, что в этом случае в системе имеет место пространственно-однородный автоколебательный режим.

В случае краевых условий Дирихле и краевых условий Неймана с дополнительным условием нулевого среднего в зависимости от значений параметра ν в системе наблюдается либо колебательная, либо монотонная потеря устойчивости. Определена зависимость типа потери устойчивости от значений параметра ν , найдена асимптотика вторичного решения методом Ляпунова–Шмидта. Выведены формулы для общих членов разложений.

Полученные в работе результаты были обобщены на широкий класс краевых условий при помощи методов функционального анализа. Проведено исследование зависимости критического значения параметра μ , типа потери устойчивости и вида периодического режима от краевых условий. Получены обобщенные формулы для первых членов асимптотики, найдены выражения для общих членов разложения.

Для подтверждения аналитических результатов были проведены численные эксперименты. Для получения численных решений использовались пакеты Maple и MATLAB.

Методы оптимизации расчетов
многослойных анизотропных композитов

Кармазин А. В.^{*}, Кириллова Е. В.^{**}, Сыромятников П. В.^{***}

^{*}*Karlsruhe, Institute for Technical Mechanics, Karlsruhe University*

^{**}*Bischofsheim, RheinMain University of Applied Sciences*

^{***}*Ростов-на-Дону, Южный научный центр РАН*

syromyatnikov_pv@mail.ru

Для моделирования пространственных гармонических колебаний и расчета напряженно-деформированного состояния композитов, представляющих собой пакеты анизотропных слоев с плоско-параллельными границами раздела, в работе используются представления решений краевых задач теории упругости в виде двукратных контурных интегралов Фурье от соответствующих символов матриц-функций Грина и векторов нагрузок. Анизотропия слоев, их пространственная ориентация, толщина, последовательность слоев в пакете может быть произвольной, число слоев — конечное. Рассматриваются приемы и методы сокращения объема вычислений при расчете интегралов с учетом специфики данного рода задач.

Рассматриваемая в строгой постановке динамическая краевая задача для многослойного анизотропного ламината оказывается достаточно трудоемкой уже в плоском случае, в пространственном случае требуются значительно большие объемы вычислений, что делает затруднительным непосредственное применение имеющихся строгих методов для практических задач конструирования и оптимизации ламинатов. Упрощенные и приближенные теории часто дают неадекватные результаты, приближенные методы МКЭ и МГЭ наиболее универсальны, но также требуют больших вычислительных затрат.

В предлагаемой работе оптимизация алгоритмов осуществляется за счет однократного выполнения наиболее трудоемких повторяющихся этапов вычислений и запоминания всех промежуточных величин, не зависящих от конкретной структуры ламината. Еще одна возможность выигрыша во времени состоит в учете элементов упругой симметрии каждого отдельного слоя. Учет симметрии структуры композита также может значительно сократить объем требуемых расчетов. Замена всех повторяющихся вычислений на операции записи-считывания, несмотря на большие объемы массивов передаваемых данных, может существенно увеличить скорость расчетов. Разработаны математические методы ускорения вычислений подынтегральных функций и самих интегралов Фурье в ближней и дальней зонах: специальные интерполяционные сетки и схемы, аппроксимации и асимптотики подынтегральных функций, техника интегрирования по теории вычетов, асимптотические методы уточнения интегралов.

Исследования в этой области имеют несколько назначений: оптимизация ламинатов, математическое моделирование гибридных композитов с учетом различных физических свойств компонентов, задачи неразрушающего контроля ламинатов на основе ультразвуковой дефектоскопии.

Работа выполнена при поддержке грантов РФФИ и администрации Краснодарского края 12-08-00880-а, 13-01-96511-р-юг-а.

Первые итоги работы
дистанционной математической школы мехмата ЮФУ

Карякин М. И.* , Кряквин В. Д.* , Хатламаджиян П. А.**

**Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет*

***Ростов-на-Дону, МБОУ СОШ №2*

polina6787@gmail.com

В настоящее время наблюдается углубление разрыва между уровнем математической подготовленности выпускников средней школы и требованиями, предъявляемыми к абитуриентам современными вузами. Очевидны два пути решения этой проблемы: во-первых, расширение сети кружков, школ и курсов дополнительного математического образования для школьников при вузах, а во-вторых привлечение представителей вузов к преподаванию математики в школе. Однако оба эти способа непригодны для организации работы со школьниками, проживающими далеко от вузов. Это делает актуальной задачу возрождения системы дистанционного математического образования с использованием современных информационных технологий. В работе представлено описание, а также первые результаты апробации компьютеризированной системы дистанционного обучения школьников 8–11 классов элементарной математике, введенной в эксплуатацию в 2012 году на факультете математики, механики и компьютерных наук Южного федерального университета.

Система имеет два интерфейса — интерфейс преподавателя и ученика. Основными задачами интерфейса преподавателя являются компьютерная поддержка составления тем годового цикла для каждого класса, составление и изменение календарно-тематического плана, а также автоматизация проверки работ и выставления оценок. Важной задачей является также формирование и редактирование базы заданий. Так как задания, а также их решения могут содержать некоторое количество математических символов, был выбран вариант их хранения на сервере в виде набора графических файлов с текстовым описанием. Реализована также гибкая двухуровневая проверка заданий. При первой проверке преподаватель оценивает работу «условно» — делает замечания, оставляет комментарии к решению, при возникновении трудностей у обучаемого оставляет наводящие подсказки и т. д. Вторая проверка считается контрольной.

Интерфейс ученика — это непосредственно инструмент для обучения. Каждый «шаг» ученика фиксируется в базе данных — получение работы, приступил к выполнению или нет, на каком этапе находится работа, какие вопросы возникают при решении, комментарии, а также исправления преподавателя при проверке работы. Таким образом, в любой момент времени преподаватель может получить информацию об успеваемости и состоянии дел ученика.

В настоящее время данная система установлена на сервере мехмата ЮФУ (dms.mmcs.sfedu.ru). В качестве основных преподавателей в ней выступают студенты факультета, обучающиеся в магистратуре. Уже замечено, что в процессе обучения школьники отдают предпочтение активному общению с преподавателями через личные сообщения. При этом они обсуждают не только текущие темы учебного плана, но и другие вопросы школьной математики, задачи из обычной школьной программы, олимпиадные и занимательные задачи.

Реализация международной магистерской программы «IT in Biomechanics»: студенто-ориентированный подход

Карякин М. И., Надолин К. А., Наседкин А. В.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет
k.a.nadolin@mail.ru

На факультете математики, механики и компьютерных наук ЮФУ выполняется международный образовательный проект ICARUS — «Internationalized Curricula Advancement at Russian Universities in the Southern region». Проект ICARUS объединяет четыре российских и четыре европейских университета и финансируется Европейской комиссией в рамках программы Евросоюза Tempus-IV. Целью проекта ICARUS является разработка в российских университетах образовательных программ магистратуры, соответствующих европейским стандартам и Болонским принципам.

В докладе представлена информация о магистерской программе «IT in Biomechanics». Данная программа разрабатывается на мехмате ЮФУ по направлению подготовки 010400 «Прикладная математика и информатика». Она базируется на пилотной магистерской программе «Вычислительная механика и биомеханика», реализованной ранее и с 2011 года преподаваемой на английском языке.

При разработке учебных дисциплин программы «IT in Biomechanics» применяется так называемый студенто-ориентированный подход (student centered education). Такой подход является основой современных международных образовательных программ, реализуемых в соответствии с Болонскими принципами в европейских университетах.

В докладе сформулирована концепция и основные принципы, лежащие в основе этого подхода. Проведено сравнение студенто-ориентированного подхода с традиционным подходом, ориентированным на преподавателя (teacher centered education), проанализированы их достоинства и недостатки. С точки зрения практической реализации магистерских программ проекта ICARUS и, в первую очередь, «IT in Biomechanics», рассматривается таксономия Блума (Bloom's taxonomy), сопоставляются цели преподавания (teaching aims) и результаты обучения (learning outcomes). В связи с вопросами академической мобильности и разработки совместных магистерских программ «двойных дипломов», в докладе рассмотрена проблема определения учебной нагрузки на студента и расчёт количества зачетных единиц ECTS как меры трудоемкости изучения модуля или образовательной программы в целом.

Работа выполнена при финансовой поддержке Еврокомиссии (проект 516857-TEMPUS-1-2011-1-SETEMPUS-JPCR программы Tempus-IV). Доклад отражает личное мнение авторов, и Комиссия не несет ответственности за какое бы то ни было использование представленной информации.

Математическое моделирование коронарного русла человека

Кизилова Н. Н.

Харьков, Харьковский национальный университет

n.kizilova@gmail.com

В последние десятилетия интерес к изучению кровообращения сердца неуклонно возрастает, что связано с уменьшением возрастного порога и высокой смертностью от сердечно-сосудистых заболеваний, в том числе атеросклероза, стеноза и закупорки коронарных артерий. В качестве надежных диагностических показателей используются: fractional flow reserve $FFR = P_{after}/P_{before}$, где P_{after} и P_{before} — максимальные давления на участках после и до стеноза, hyperemic stenosis resistance $HSR = (P_{before} - P_{after})/Q$, где Q — объемный расход крови в сосуде; coronary flow velocity reserve $CFVR = V_{after}/V_{before}$, где V_{after} и V_{before} — максимальные скорости кровотока на участках после и до стеноза. Давления и скорости измеряются датчиками *in vivo* при введении аденозина, который вызывает быструю дилатацию коронарных сосудов. Аналогичные измерения без введения аденозина позволяют вычислить instantaneous wave-free ratio $iFR = P_{after}/P_{before}$ (Davied J. E. et al 2012; Sen S. et al 2012). Для неинвазивной диагностики разработан метод расчета FFR *in silico* (Taylor Ch. A. et al 2011), который, однако, показал неудовлетворительное соответствие измерениям *in vivo* (Min J. K. et al 2012). Целью данной работы является исследование чувствительности 3D модели системы коронарных артерий к индивидуальным вариациям геометрии, гемодинамики, системы регуляции и к другим факторам.

Геометрия крупных коронарных артерий восстанавливалась по данным компьютерной томографии (СТ). Изображения СТ были получены томографом Somatom (Siemens) в периоды, соответствующие концу диастолы. Места расположения и тип стенозов распознавались на снимках. Базовая вязкость крови μ_0 рассчитывалась, исходя из данных клинического анализа о величине гематокрита Ht , а вязкость крови в каждой из артерий — по модели Quemada: $\mu = \mu_0 / (1 - k \cdot Ht/2)^2$, $k = (k_0 + k_1 \sqrt{\gamma/\gamma_{cr}}) / (1 + \sqrt{\gamma/\gamma_{cr}})$, $k_{0,1} = k_{0,1}(Ht)$. Объемный расход на входе в левую и правую коронарные артерии оценивался по данным УЗ-измерений и расчетов на морфометрической модели коронарного русла (Зенин О. К. с соавт. 2007; Кизилова Н. Н. с соавт. 2006; Kassab G. S. 2005). Расчеты давлений и скоростей течения крови в крупных артериях проводились МКЭ, а в малых артериях и капиллярах — на основе комбинации 1d и 0d моделей (Кизилова Н. Н. с соавт. 2010). На основе расчета поля скоростей вычислялись напряжения трения на стенке τ_w , значения FFR, HSR, CFVR и iFR. Было прослежено влияние τ_w на участке после стеноза на формирование новой бляшки и развитие диффузного поражения коронарных артерий. Выявлена чувствительность вычисляемых диагностических показателей к геометрии системы, вязкости крови, граничных условий на входе и выходе.

Метод квазилинеаризации
при решении обратных коэффициентных задач

Козин С. В., Ляпин А. А.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет
i.a.m@bk.ru

В современной механике деформируемого твёрдого тела важную роль играют задачи идентификации характеристик тела на основе данных об измеренных полях на его границе, которые сводятся к некорректным и существенно нелинейным обратным коэффициентным задачам, требующим определения функциональных коэффициентов дифференциальных операторов. К настоящему моменту такие задачи исследованы достаточно подробно; построены итерационные процессы для их решения. Однако все такие процессы имеют общую особенность: их сходимость существенно зависит от выбранного начального приближения. Поэтому актуальными являются задачи нахождения такого приближения коэффициентов дифференциальных операторов, которое бы обеспечивало сходимость итерационного процесса восстановления. При решении таких задач коэффициенты дифференциальных операторов, как правило, ищутся в виде функций заданного вида. Для нахождения набора числовых коэффициентов часто используется метод поиска на сетке, а также различные эволюционные алгоритмы. Метод поиска на сетке состоит в минимизации функционала невязки посредством его вычисления на конечном наборе точек. Главное преимущество поиска на сетке — простота реализации, а главным недостатком является вычислительная сложность: усложнение вида искомых функций приводит к увеличению количества коэффициентов и расширению пространства поиска, что приводит к быстрому росту количества точек, в которых требуется вычислить целевую функцию. Эволюционные алгоритмы, как правило, имеют меньшую вычислительную сложность, но при этом требуют тщательной и нетривиальной подстройки под конкретную задачу.

В данной работе исследован другой подход, основанный на применении метода квазилинеаризации. Приближение ищется в конечномерном функциональном пространстве с базисом из многочленов Чебышева. Метод квазилинеаризации позволяет свести полученную нелинейную систему дифференциальных уравнений (ДУ) к решению последовательности линейных систем, которые в рассмотренном примере с помощью метода стрельбы сводятся к решению набора задач Коши.

В качестве примера рассмотрена задача определения характеристик модели вязкоупругого стержня, совершающего установившиеся колебания под действием приложенной силы. В качестве априорной выступает информация о смещении на незакреплённом конце в наборе частот. Проведена серия численных экспериментов, проанализирована применимость описанного подхода для нахождения начального приближения, исследована чувствительность метода к шумовой составляющей априорной информации.

Авторы благодарят А. О. Ватульяна за внимание к работе.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект 13-01-00196).

Математические модели микропипеточной аспирации

Колесников А. М.*, Руденко О. В.**

*Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет

**Ростов-на-Дону, НИИ механики и прикладной математики ЮФУ
zhbanova@sfedu.ru

Клеточная мембрана окружает гетерогенный материал, который называется цитоплазмой. Она ответственна за регулировку обмена между клеткой и средой, за поддержание определённых условий внутренней среды, защиту цитоплазмы, ядра и вакуоль. Механические свойства мембраны играют важную роль в её функционировании. По ответу оболочки на процесс деформации можно судить о механических свойствах самой оболочки и клетки в целом. Исследованию зависимостей созданных условий и ответа оболочки на эти условия посвящена настоящая работа.

В данной работе строится математическая модель процесса аспирации сферической клетки в микропипетку. На основе экспериментальных данных можно считать, что сопротивление мембраны изгибу мало, а материал мембраны можно считать высокоэластичным и несжимаемым. Таким образом, клеточная мембрана моделируется тонкой безмоментной нелинейно-упругой оболочкой. Действие внутриклеточного вещества на мембрану рассматривается как равномерно-распределённое нормальное давление. Материал оболочки описывается потенциальной энергией в форме Бартенева–Хазановича для несжимаемых материалов $W = 2\mu \left(\lambda_1 + \lambda_2 + \frac{1}{\lambda_1\lambda_2} - 3 \right)$. Здесь λ_1 и λ_2 – главные кратности удлинений. В начальном (недеформированном) состоянии оболочка имеет постоянную толщину h и радиус r_0 . Под действием только внутреннего давления оболочка остаётся сферической с радиусом R_0 . При аспирации будем считать, что сохраняется осевая симметрия.

Процесс аспирации заключается в создании пониженного давления в трубке, в результате чего часть оболочки втягивается в трубку радиуса r_p . На начальной стадии будем считать, что она контактирует с трубкой только по координатной линии $s_c = const$. При значительном проникновении в трубку зона контакта увеличивается – происходит взаимодействие с внутренней частью трубки. Процесс аспирации может контролироваться либо изменением давления внутри трубки, либо изменением объёма воздушного сегмента внутри трубки. В последнем случае будем полагать, что это происходит за счет перемещения поршня внутри трубки.

Уравнения равновесия сводятся к нескольким системам обыкновенных дифференциальных уравнений для различных областей, в зависимости от силы аспирации и глубины проникновения оболочки в трубку. Граничными условиями являются условия непрерывности и гладкости решений на границах. Численное решение задачи реализовано в математическом пакете Matlab.

Работа выполнена при поддержке Российского Фонда Фундаментальных Исследований (грант 12-01-31431) и Министерством Образования и Науки РФ (проект 14.А18.21.0389).

Изгиб высокоэластичных кривых трубок эллиптического сечения

Колесников А. М., Попов А. В.*Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет*

Alexey.M.Kolesnikov@gmail.com

Кривой трубкой будем называть оболочку в виде сектора тора. Толщина оболочки мала, вследствие чего изгибной жесткостью её стенок можно пренебречь. Положим, что оболочка изготовлена из резиноподобного материала и может испытывать большие деформации. При моделировании такой трубки используется нелинейная теория безмоментных оболочек типа Кирхгоффа–Лява. Пусть кривая трубка нагружена постоянным внутренним давлением и изгибающим моментом по торцам, действующим в плоскости кривизны трубки. Граничные условия на торцах будем рассматривать в интегральном смысле Сен-Венана.

Данная задача является задачей о чистом изгибе кривой трубки, нагруженной внутренним давлением. С помощью специальной подстановки двумерная задача статики оболочки может быть сведена к системе обыкновенных дифференциальных уравнений. Подстановка основана на разложении деформации на две части: плоскую деформацию поперечного сечения и поворот каждого сечения на постоянный относительный угол друг относительно друга. В таком случае в деформированном состоянии кривая трубка остаётся сектором тора, с новыми неизвестными кривизной и формой поперечного сечения. Краевыми условиями для системы дифференциальных уравнений являются условия периодичности неизвестных функций, описывающих деформированное сечение. Краевая задача решается численно методом пристрелки с использованием метода Рунге–Кутты.

В данной работе исследуются трубки с круговым и эллиптическим поперечными сечениями. Построены зависимости между изгибающим моментом и кривизной деформированной трубки при различных внутренних давлениях. Проведено сравнение результатов для трубки с круговым поперечным сечением и трубки с эллиптическим сечением. Из численных расчётов получено, что существуют два предельных момента: один соответствует прямому изгибу, другой обратному (разгибанию трубки и затем сгибанию в противоположном направлении). Наличие предельных моментов соответствует эффекту Бразье потери устойчивости вследствие овализации сечения.

Из численных расчётов получено, что при малых давлениях, в зависимости от отношения полуосей эллиптического сечения, величина одного из предельных моментов выше, чем у трубки с круговым сечением, а величина другого чуть меньше или примерно равна предельному моменту для трубки с круговым сечением. При больших давлениях трубки с эллиптическим поперечным сечением являются более прочными, независимо от отношения полуосей сечения. Величина предельных изгибающих моментов для них выше, чем у трубок с круговым поперечным сечением.

Данное исследование частично поддержано Российским фондом фундаментальных исследований (грант 12-01-31431-мол_a) и Министерством образования и науки Российской Федерации (соглашение 14.А18.21.0389).

Влияние стратификации на колебания жидкости и твердого тела

Кононов Ю. Н.

Донецк, Донецкий национальный университет

kononov_yuriy@telenet.dn.ua

Стратификация жидкости может быть вызвана различными физическими, химическими и биологическими воздействиями. Из физических воздействий наибольшее влияние на процесс стратификации оказывают гравитационные и центробежные силы. Эти силы создают в жидкости такое распределение ее частиц, растворенных в ней солей и взвешенных суспензий, при котором возникает неоднородность жидкости вдоль направления гравитационных и центробежных сил. По известным экспериментальным данным, такая плотностная стратификация, по сравнению с другими видами стратификации (теплоемкостной, вязкостной и др.), оказывает наиболее существенное влияние на волновые процессы в жидкости.

На основании простейшей математической модели стратификации (кусочно-постоянная плотность) проведены исследования колебаний m -слойной идеальной тяжелой жидкости, совершающей потенциальное движение в полости твердого тела. Так, например, для двухслойной жидкости, находящейся в цилиндрическом сосуде произвольного поперечного сечения, показано, что собственные частоты колебаний двух однородных жидкостей со свободными поверхностями больше низших частот и меньше высших частот их совместных колебаний; добавление второй жидкости к бесконечно глубокой жидкости приводит к сохранению прежней частоты и появлению новой, которая меньше прежней; частота колебаний однородной жидкости с «твердым дном» выше частоты колебаний этой же жидкости на поверхности второй жидкости, т. е. замена «твердого» дна «мягким» приводит к уменьшению частот колебаний.

В рамках линейной теории рассмотрены поступательные и вращательные колебания цилиндрического сосуда с m -слойной жидкостью. Показано, что при естественной стратификации ($\rho_1 \leq \rho_2 \leq \dots \leq \rho_m$) поперечные колебания цилиндрического сосуда под действием силы упругости остаются устойчивыми и после стратификации, а вращательные колебания (физический маятник) будут устойчивыми при $k^2 > g \sum_{i=1}^m \Delta \rho_i J_{S_i}$ ($k^2 = g(l_1 m_1 + l_2 m_2)$, $\Delta \rho_i = \rho_i - \rho_{i-1}$, $\rho_0 = 0$, l_2 – центр масс m -слойной жидкости, J_{S_i} – момент инерции невозмущенной свободной и внутренних поверхностей). Интересно отметить, что в случае цилиндрической полости ($S_1 = S_2 = \dots = S_m = S$) условие устойчивости примет вид $k^2 > g \rho_m J_S$, а в случае полного заполнения – $k^2 > g(\rho_m - \rho_1) J_S$. Для однородной жидкости ($\rho_1 = \rho_2 = \dots = \rho_m$) полученное условие совпадает с известным условием устойчивости, хорошо знакомым специалистам по теории корабля, перевозящего жидкие грузы.

В качестве примера рассмотрено условие устойчивости для прямоугольного параллелепипеда, заполненного двухслойной жидкостью. Показано, что в результате даже малой стратификации происходит уменьшение длины интервала устойчивости.

Оценка влияния геометрии сонной артерии на развитие сосудисто-мозговой недостаточности: конечноэлементный анализ

Коссович Л. Ю.*, Морозов К. М.**, Павлова О. Е.*

*Саратов, Саратовский государственный университет

**Москва, Первый МГМУ Минздрава России

pavlovaoe@yandex.ru

Недостаточность мозгового кровообращения является основной причиной инвалидизации и смертности в развитых странах. Эпидемиологические исследования подтверждают, что число больных с данным диагнозом увеличивается с каждым годом и, кроме того, наблюдается еще и омоложение цереброваскулярной патологии. Одной из причин развития сосудисто-мозговой недостаточности являются патологические извитости сонной артерии.

В данной работе оценивалось влияние размера ампулы сонной артерии на ее гемодинамику с учетом напряженно-деформированного состояния стенок при С-образной патологической извитости внутренней ветви артерии. Для этого с помощью специализированного программного пакета SolidWorks было построено четыре модели сонной артерии, для которых отношение диаметра ампулы к диаметру сосуда составляет 1, 1.5, 2 и 2.5.

Для конечноэлементного моделирования был выбран программный пакет ANSYS, который позволяет решать связанные задачи взаимодействия твердого тела и жидкости. Данная задача была решена в предположении, что кровь является ньютоновской жидкостью, а материал стенки — нелинейным и изотропным.

Проведенный конечноэлементный анализ позволил оценить объемный кровоток, распределение поля скоростей, касательных напряжений на стенке сосуда (КНС), эффективных напряжений стенки сосуда. Области низких значения КНС являются зонами с благоприятными условиями для развития атеросклероза, а концентрации высоких касательных и эффективных напряжений приводят к повреждению сосудистой стенки. Выявлено, что

- с увеличением диаметра ампулы увеличиваются напряжения в апексе, ампуле и зоне изгиба на вогнутой стенке сосуда;
- с увеличением диаметра ампулы в месте изгиба уменьшается зона низких КНС у внешнего радиуса кривизны и увеличивается максимальные значения КНС на вогнутой стенке;
- увеличение размера ампулы вызывает уменьшение зоны низких скоростей и завихрений сразу после места максимального изгиба в систолу;
- при расчете объемного кровотока за сердечный цикл значительной разницы для разных размеров ампулы не наблюдается. Однако следует отметить, что кривая объемного кровотока от времени имеет более сглаженный характер для большего диаметра ампулы сонной артерии. Значения объемного кровотока в систолическую фазу с увеличением диаметра ампулы увеличиваются, при этом максимальное значение за сердечный цикл уменьшается.

Дистанционное образование, минусы и плюсы

Кряквин В. Д., Чернявская И. А.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет

vadkr@math.rsu.ru

В докладе обсуждается как опыт, так и возможность использования некоторых форм дистанционного обучения на факультете математики, механики и компьютерных наук ЮФУ с учетом анализа мирового опыта (Coursera и др.). Мы сосредоточим свое внимание на дистанционном обучении как на одной из дополнительных методик, применяемых при имеющихся формах получения образования. Мы считаем, что большее разнообразие методик приводит к лучшему образованию при прочих равных, и приветствуем применение новых методик при сохранении в основе классических форм.

Дистанционное обучение можно использовать на разных этапах образовательного процесса: на этапе изложения материала, для контроля самостоятельной работы, для консультаций по изучаемому материалу, для оценки полученных знаний. Как основную отрицательную сторону по внедрению данной методики отметим большую трудоемкость подготовительной работы на любом из указанных этапов.

Видеолекции талантливого лектора, безусловно, полезны студенту, так как позволяет многократно прослушать «живое» изложение, которое даёт возможность обратить внимание на тонкие моменты, что не всегда возможно сделать в учебнике. Однако, для этого требуется лектор с актерскими способностями, являющийся специалистом в данной дисциплине. Редкая удача, когда человек с такими данными соглашается на крайне трудозатратную запись лекции. На наш взгляд, полезно и имеет смысл иметь библиотеку небольших видеолекций только по отдельным наиболее важным темам предмета.

Компьютерные лабораторные работы: этот инструмент широко используется физиками и механиками. Этот инструмент можно отнести к наиболее эффективным в плане дистанционного обучения, так как позволяет выполнять лабораторные работы на виртуальной лабораторной базе.

Набор электронных индивидуальных заданий: эта форма может быть использована преподавателями всех дисциплин и является очень удобной, прежде всего для преподавателя, контролирующего самостоятельную работу студента.

Медиа-консультации: всем преподавателям хорошо известны вопросы, которые обычно снова и снова задают студенты по той или иной теме данного предмета. Медиа-консультация позволяет отвечать на вопрос в динамике, сопровождая ответ рисунками, записями, аудио сопровождением.

Тестирование: о плюсах и минусах тестирования достаточно много ведётся споров, поэтому отметим лишь, что такая форма контроля знаний вполне допустима при дистанционном обучении. Но считать ее основной вряд ли стоит.

Препроцессинг некомплектной информации

Курбатова Н. В., Павлова А. Н.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет

nvkurbatova@sfedu.ru

Создание экспертных систем для диагностики или классификации объектов вне зависимости от природы этих объектов, а также оценка самих экспертиз — задача многомерной классификации или кластеризации в случае отсутствия экспертных оценок.

Такие задачи, в зависимости от целей и структуры данных, эффективно решаются с помощью соответствующих нейросетевых методов. Известно, что для получения качественных заключений, необходимы значительные объёмы обучающей информации, получение которой на практике бывает затруднительно.

Регистрация данных может быть затруднена дороговизной или невозможностью их воспроизведения, например, при сборе медицинской информации или в «поле» геологов, биологов, почвоведов и т. д. В силу этого исследователь сталкивается с проблемой некомплектности данных информации. Корректная нормализация данных и препроцессинг обуславливают качественную классификацию.

Существует несколько стратегий решения проблемы при наличии пропущенных признаков в изучаемых объектах. Так, в случае, когда количество данных достаточно велико, прибегают к выделению полных фрагментов, размер которых еще обеспечивает качественное обучение или кластеризацию. Если системы данных невелики и их пополнение затруднительно, то используются иные подходы. К числу самых простых относится приём замены пропущенных данных средним по предъявленным объектам рассматриваемого признака; более надежными являются оценки, полученные методами главных компонент, линейной регрессии, методом максимального правдоподобия. В перспективе следует учесть непараметрические подходы, свободные от информации о законе распределения.

Средствами пакета MatLab создана «препроцессинговая виртуальная лаборатория», которая обеспечивает корректную подготовку данных к классификации; она реализована в форме пользовательского интерфейса, в рамках которого поддерживаются методы конвертирования исходных данных, существующих в форме, непригодной к статистическому анализу, к комплектным. Это достигается выбором комплектных фрагментов максимального размера с использованием оценок для пропущенных признаков объектов, полученных методами главных компонент, наименьших квадратов или наибольшего правдоподобия.

Полученные преобразованные системы в дальнейшем используются в задачах нейросетевой классификации и решаются методом обратного распространения ошибки при наличии экспертизы, или с помощью самоорганизующихся нейронных сетей Кохонена для задач кластеризации.

Мультидисциплинарный подход к решению задач биомеханики билиарной системы: от численных моделей до 3D прототипирования

Кучумов А. Г.* , Няшин Ю. И.* , Самарцев В. А. , Шестаков А. П.*****

**Пермский национальный исследовательский политехнический университет*

***Пермь, Пермская государственная медицинская академия*

****Пермь, Институт механики сплошных сред УрО РАН*

kuchumov@inbox.ru

Билиарная система предназначена для выведения в двенадцатиперстную кишку секрета печени — желчи, содержащей множество продуктов метаболизма и предназначенной для выделения во внешнюю среду. Билиарная система включает в себя желчный пузырь, желчный тракт (пузырный проток, печеночные протоки и общий желчный проток [холедох]), а также систему сфинктеров.

Известно, что образование камней в билиарном тракте и пузыре, подвергаящих организм человека серьезной угрозе, связано с застоем желчи, являющимся следствием дисфункции пузыря и протоков, а также сфинктерного аппарата, что проявляется в изменении градиента давлений, отличающихся от нормы.

Патологии билиарной системы (в частности желчнокаменная болезнь — ЖКБ) занимают по распространенности третье место в России (число пациентов около 15 миллионов человек). Ежегодно появляется около 500 000 новых больных. Количество операций, которые осуществляются в медицинских учреждениях, является недостаточным для того, чтобы покрыть растущую потребность в них со стороны пациентов. Число осложнений также велико, поскольку хирурги не всегда могут спрогнозировать исход операции, основываясь лишь на субъективном опыте.

В частности, у врачей существуют проблемы на стадиях предоперационного планирования, когда без методов визуализации и прототипирования хирургу сложнее оценить доступ к органу и локализацию патологии; в постоперационный период врачи не всегда могут предугадать как изменилось бы функциональное восстановление организма конкретного пациента (суточный расход желчи, давление, снижение симптомов билиарной боли и т. д.).

При преодолении трудностей в процессе лечения пациента в работе ставится необходимость использования мультидисциплинарного подхода, включающего рассмотрение проблем как с позиции медицины, так и с позиций применения методов механики и вычислительной биомеханики, математического моделирования, компьютерных методов обработки изображений, экспериментальных исследований, применения высокопроизводительных вычислений и т. д. В данной работе представлены результаты решения задач течения желчи в билиарной системе в норме и при патологии с учётом реологии желчи, предложен подход к анализу билиарной боли, а также представлены результаты по использованию технологий «rapid prototyping» (быстрого прототипирования) в медицинской практике для создания 3D прототипа билиарной системы для конкретного пациента. Анализ результатов показывает, что данный подход позволяет врачам получить количественную оценку результатов, что позволяет снизить процент осложнений и привести к увеличению качества жизни пациента после оперативных вмешательств.

Исследование феномена грузозависимости нормального и гипертрофированного миокарда в эксперименте и на модели

Лисин Р. В., Проценко Ю. Л.

Екатеринбург, Институт иммунологии и физиологии УрО РАН

lisin.ruslan@gmail.com

Феномен грузозависимости расслабления миокарда состоит в том, что нагрузка на мышцу в изотоническом режиме приводит к более раннему и быстрому расслаблению, по сравнению с ходом расслабления в изометрическом режиме. Механизм грузозависимости (ГЗР) оставался долгое время не ясным.

На основе экспериментов с гипертрофированным миокардом выдвинуто предположение, что исчезновение ГЗР при гипертрофии связано с замедлением скорости секвестрации Ca^{2+} -насосом саркоплазматического ретикулюма. Следовательно, замедление насоса должно приводить к ослаблению эффекта ГЗР, а ускорение — к усилению этого эффекта. Эта гипотеза противоречила экспериментальным данным об ослаблении эффекта ГЗР при росте температуры, который повышает скорость кальциевого насоса саркоплазматического ретикулюма.

На основе этой гипотезы сотрудниками нашего института разработана математическая модель электромеханического сопряжения нормального и гипертрофированного миокарда, описывающая в том числе и феномен ГЗР. В модель введена механо-кальциевая обратная связь, которая объясняет механизм ГЗР. При этом исчезновение ГЗР миокарда, при гипертрофии, моделируется за счёт замедления скорости кальциевого насоса, вызванного усилением ингибирования кальциевой АТФазы при насыщении кальцием саркоплазматического ретикулюма. В численных экспериментах гипотеза об усилении эффекта ГЗР за счёт ускорения насоса при повышении температуры была опровергнута.

Мы экспериментально провели верификацию модели на здоровых и гипертрофированных перегрузкой давления (монокроталиновая модель) изолированных папиллярных мышцах крыс обоих полов. Показано выраженное снижение ГЗР в гипертрофированном миокарде животных обоих полов по сравнению с нормальным миокардом. При этом у самок снижение менее выражено, чем у самцов. У самцов опытной группы индекс ГЗР стремится к нулю почти на всём диапазоне постнагрузок. Для гипертрофированного миокарда самок этот показатель ниже, чем в контроле, но существенно выше, чем у самцов. Ход кривой индекса ГЗР, в зависимости от величины постнагрузки, характеризуется большим наклоном у самок, чем у самцов, особенно в области малых постнагрузок. Такое смещение индекса ГЗР в области малых постнагрузок при гипертрофии коррелирует с увеличенным вкладом SR в ход расслабления в этой области постнагрузок. Эти наблюдения можно объяснить различиями в механизме развития гипертрофии при перегрузке давлением у самок и самцов. Таким образом, учёт данного факта в модели мышцы позволит наиболее полно описывать молекулярно-химические механизмы сокращения миокарда.

Работа выполнена при поддержке Программы Президиума РАН №12-42-004-ЯЦ, гранта для молодых ученых и аспирантов УрО РАН №13-4-НП-439, гранта РФФИ №13-04-00367.

Диссипация механической энергии папиллярной мышцы крысы при разных величинах преднагрузки

Лисин Р. В., Проценко Ю. Л., Смолюк Л. Т.

*Екатеринбург, Институт иммунологии и физиологии УрО РАН
fusion_lab@pisem.net*

Оценка эффективности механической работы сердечной мышцы представляет собой одну из важных проблем теоретической и практической кардиологии. Однако получить точные количественные данные о величине затрачиваемой энергии при деформации миокарда в сердечном цикле *in vivo* представляется в настоящее время практически невозможным. Такие оценки могут быть получены только в экспериментах на изолированных папиллярных мышцах. Для разных животных было показано соответствие энергии, затрачиваемой в цикле сокращения-расслабления сердечной мышцы, и площади силы, развиваемой папиллярной мышцей, как функции от длины мышцы (вязкоупругий гистерезис).

В таких экспериментах рассеяние механической энергии мышцы может быть рассчитано как площадь петли гистерезиса в координатах «пассивная сила — длина мышцы». Важно также отметить, что циклические изменения длины приводят к изменениям силы и длины препарата, соответствующим динамике папиллярной мышцы *in vivo*.

Для оценки рассеяния механической энергии в папиллярных мышцах правого желудочка сердца крысы, в серии экспериментов получали вязкоупругий гистерезис при величинах преднагрузки $0.92L_{max}$ и $0.96L_{max}$ (L_{max} — длина мышцы, соответствующая максимуму развития активной силы) в диапазоне частот циклического пилообразного изменения длины препарата с частотой 0.1 Гц до 10 Гц и амплитудой 4% от длины мышцы. При частоте 4 Гц наблюдался выраженный максимум площади гистерезиса за цикл «растяжение-сжатие», а при дальнейшем увеличении частоты площадь гистерезиса существенно уменьшалась для обоих случаев преднагрузки. Однако при анализе зависимости затрат энергии в единицу времени (мощность) мы получили прямо пропорциональную зависимость мощности мышцы от частоты в диапазоне от 2 Гц до 10 Гц для обоих случаев преднагрузки. При этом различия величин мощности для преднагрузки $0.92L_{max}$ и $0.96L_{max}$ соответствуют различиям величин пассивной силы для этих преднагрузок. Учитывая, что физиологические частоты сокращения-расслабления в миокарде крыс лежат в диапазоне от 2 Гц до 7 Гц, можно утверждать, что затраты механической энергии папиллярной мышцы в единицу времени при «растяжении-сжатии» линейно зависят от частоты циклического изменения длины.

Таким образом, можно предположить, что при увеличении частоты сердечных сокращений, затраты механической энергии на «растяжение-сжатие» камер сердца будет пропорционально увеличиваться.

Работа выполнена при поддержке Программы Президиума РАН №12-У-4-1009, гранта для молодых ученых и аспирантов УрО РАН №13-4-НП-439, гранта РФФИ №13-04-00367, гранта ОПТЭК за 2013 год.

Адаптивная процедура оценки качества контрольно-измерительных материалов и интерпретации результатов тестирования

Лобова Т. В., Ткачев А. Н.

Новочеркасск, Южно-российский гос. технический университет (НПИ)
qwest64@yandex.ru

Традиционные формы и методы контроля знаний предполагают прямое взаимодействие обучающего и обучаемого на экзамене, зачете или бесконтактное — при использовании письменной формы аттестации с последующей проверкой письменных работ. Альтернативные формы контроля основаны на тестовых технологиях. Однако объективность тестовой формы контроля снижается из-за оценки правильности ответа только по конечному результату, без учета всех промежуточных действий, на основе которых он был получен, а также при использовании контрольно-измерительных материалов (КИМ) невысокого качества.

В настоящее время тестирование становится одной из основных форм экспертизы оценки качества образования, используется при проведении ЕГЭ и аттестации вузов. Это требует разработки новых, более точных процедур интерпретации результатов тестирования и оценки качества используемых КИМ.

Пусть имеется m тестовых заданий, сложность которых возрастает с увеличением их номеров. Обозначим через $\bar{x}_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{im})$ ($i = \overline{1, n}$) вектор ответов i -го участника, каждая компонента которого x_{ij} принимает значения $x_{ij} = 1$ при правильном ответе i -го участника на j -е задание, и $x_{ij} = 0$ в противном случае. Предположим, каждое j -ое задание оценивается определенным количеством баллов c_j . Результат выполнения j -го задания рассматриваем как случайную величину ξ_j , равную индикатору правильного решения этого задания. Для оценки уровня прохождения будем использовать следующую статистику, позволяющую учесть положительные результаты прохождения предыдущих заданий, а также возможность угадывания правильного ответа:

$$\eta(\bar{\xi}) = \sum_{j=1}^m \left(c_j \xi_j + \alpha_j (1 - \xi_j) \sum_{k=1}^{j-1} \gamma_k \xi_k - \alpha_{j+m} \left(\xi_j \sum_{k=1}^{j-1} \gamma_k (1 - \xi_k) \right) \right),$$

где $\gamma_k = c_k / \sum_{j=1}^m c_j$, α_j — подлежащие определению коэффициенты, приближенно учитывающие потенциал обучаемого, даже в условиях неправильного выполнения им j -го задания ($j = \overline{1, m}$), или возможность угадывания им правильного ответа ($j = \overline{m+1, 2m}$).

Рассматриваются различные подходы к нахождению коэффициентов α_j с использованием данных о входном уровне подготовки обучаемых, на основе тестовых заданий, применяемых при внешней экспертизе качества подготовки в вузах, а также результатов прямой проверки преподавателями.

Результаты работы получены при поддержке Минобрнауки РФ в рамках государственного задания на проведение НИОКР, шифр заявки №01201253116.

Компьютерное моделирование контактного взаимодействия в зубчатых передачах

Луконин А. Ю., Соловьев А. Н.

Ростов-на-Дону, Донской государственный технический университет
solovievarc@gmail.com

Один из критериев определения эксплуатационных способностей зубчатой передачи может быть построен на основе определения максимальных контактных напряжений в зацеплении. Для определения этих напряжений в зацеплении с точечным или линейным контактом рабочих поверхностей зубьев можно применять теорию Герца. Но в передачах с более сложной формой контакта зубьев использование теории Герца дает большие погрешности, и эти погрешности тем больше, чем больше контактирующие поверхности зубьев согласованы. Современные численные методы механики сплошных сред позволяют с большой точностью решать задачи упругого контакта, поэтому их можно использовать для моделирования упругого контакта зубьев зубчатых передач.

Для моделирования контактного взаимодействия зубьев была использована универсальная система конечноэлементного анализа ANSYS. В результате моделирования был разработан программный продукт, который позволяет решать задачу упругого контакта двух зубьев косозубой цилиндрической передачи с произвольной геометрией зуба в торцевом сечении, что позволяет исследовать как существующие передачи, так и новые. Данная численная модель была применена для трех существующих передач: эвольвентной передачи, передачи УРАЛ-2Н и передачи Гребенюка. В рамках численного эксперимента результаты расчетов показывают, что максимальные контактные напряжения в эвольвентной передаче превосходят максимальные контактные напряжения передачи УРАЛ-2Н примерно в 1.2 раза, что подтверждается из научной литературы. Впервые были получены результаты по расчету упругого контакта зубьев в передаче Гребенюка, максимальные контактные напряжения в которой превышают максимальные контактные напряжения эвольвентной передачи примерно в 2 раза и находятся на периферии пятна контакта в виде концентратора напряжений.

Неотъемлемой частью моделирования контактного взаимодействия является процесс приработки контактирующих поверхностей. Было выдвинуто предположение, что при контакте зубьев с согласованным характером контактирующих поверхностей приработка зубьев внесет существенные изменения в распределение контактных напряжений. Разработанный программный продукт позволяет моделировать приработку зубьев для рассчитываемых передач. Применение модели приработки контактирующих поверхностей зубьев на 8 микрон для трех рассматриваемых передач показало, что максимальные контактные напряжения в передаче УРАЛ-2Н стали в 1.7 раза меньше, чем в эвольвентной передаче. Существенное влияние оказал процесс приработки контактирующих поверхностей на распределение контактных напряжений в передаче Гребенюка: максимальные контактные напряжения упали и стали в 1.2 раза меньше, чем в передаче УРАЛ-2Н; концентратор напряжений на периферии пятна контакта исчез, а максимальные контактные напряжения переместились в центр пятна контакта.

Эффекты высших порядков в задаче о клиновой дисклинации в континууме Коссера

Майорова О. А.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет
o.a.mayorova@gmail.com

Использование среды Коссера для моделирования пористых и зернистых материалов позволяет естественным образом описать такие явления как дислокации, дисклинации, которые не проявляются в классической теории. Основные сложности в применении моментной теории упругости заключаются в идентификации упругих констант материалов. В связи с этим целью данной работы было решение задач, в которых наблюдается различие моментного и классического решений, а так же позволяющих предложить возможные эксперименты по определению неизвестных упругих констант среды Коссера.

В работе рассматривается задача о клиновой дисклинации, кручении и растяжении упругого цилиндра из несжимаемого микрополярного материала. В случае плоской задачи обычно рассматривается два вида полуобратного представления для тензора микроповорота. Путем анализа получившейся системы для определения функции собственного поворота частицы среды $\chi(r)$ показано, что только одно из этих представлений можно использовать в рассматриваемой задаче. Таким образом, использовались следующие полуобратные представления для деформации и тензора микроповорота \mathbf{H} :

$$R = R(r), \quad \Phi = \kappa\varphi + \psi z, \quad Z = \lambda z,$$

$$\mathbf{H} = \mathbf{e}_r \mathbf{e}_R + \cos \chi(r)(\mathbf{e}_\varphi \mathbf{e}_\Phi + \mathbf{e}_z \mathbf{e}_Z) + \sin \chi(r)(\mathbf{e}_\varphi \mathbf{e}_Z - \mathbf{e}_z \mathbf{e}_\Phi).$$

В данной задаче рассматривалось несколько моделей материалов, учитывающих микроструктуру материала:

$$W_1 = 2\mu \operatorname{tr} (\mathbf{Y} - \mathbf{I}) + \eta |\operatorname{tr} \mathbf{L}|, \quad (1)$$

$$W_2 = 2\mu \operatorname{tr} (\mathbf{Y} - \mathbf{I}) + \frac{\delta}{2} \operatorname{tr}^2 \mathbf{L} + \frac{\eta}{2} \operatorname{tr} (\mathbf{L} \cdot \mathbf{L}^T) + \frac{\gamma}{2} \operatorname{tr} \mathbf{L}^2, \quad (2)$$

$$W_3 = 2\mu \operatorname{tr} (\mathbf{Y} - \mathbf{I}) + \eta |\operatorname{tr} (\mathbf{L}^2 \cdot \mathbf{L}^T)| + \delta \left| \operatorname{tr} \left((\mathbf{L}^T)^2 \cdot \mathbf{L} \right) \right| + \gamma |\operatorname{tr} \mathbf{L}^3|, \quad (3)$$

$$W_4 = 2\mu \operatorname{tr} (\mathbf{Y} - \mathbf{I}) + \eta \operatorname{tr} (\mathbf{L} \cdot \mathbf{L}^T \cdot \mathbf{L} \cdot \mathbf{L}^T) + \delta \operatorname{tr} \left(\mathbf{L}^2 \cdot (\mathbf{L}^T)^2 \right) + \gamma \operatorname{tr} (\mathbf{L}^3 \cdot \mathbf{L}^T). \quad (4)$$

Во всех случаях упругий потенциал при отсутствии моментных напряжений переходит в хорошо известный потенциал Баргенева–Хазановича. Показано, что моментные свойства проявляются при учете линейных и кубических слагаемых в функции удельной потенциальной энергии (1), (3), в то время как при учете слагаемых четной степени (2), (4) подобных свойств не наблюдается.

При отсутствии дисклинации показано влияние моментных напряжений на эффект Пойнтинга в задаче о кручении цилиндра. Для некоторого набора материальных параметров оказывается, что при кручении цилиндра его длина может не только увеличиваться, но и уменьшаться, в то время как в классической нелинейной теории упругости для несжимаемых сред при кручении цилиндр всегда удлиняется.

Исследование НДС и устойчивости оболочек вращения

Макаров С. С., Устинов Ю. А.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет

makarov-sergey-rostov@mail.ru

Работа посвящена исследованию в рамках теории Кирхгофа–Лява устойчивости и напряженно-деформированного состояния (НДС) оболочек вращения. Были рассмотрены две задачи:

- 1) оболочки находились под действием осевого сжатия;
- 2) на оболочки действовало внешнее гидростатическое давление.

При исследовании устойчивости геометрические параметры фиксировались, оболочки были жестко защемлены на торцах. Были рассмотрены цилиндрическая оболочка, выпуклая оболочка и гофрированная оболочка. Для выпуклой оболочки радиус срединной поверхности изменялся по закону $r(z) = r_0 + K \sin^2(\pi z)$, где r_0 — радиус срединной поверхности в заделках, K — коэффициент выпуклости оболочки. Для гофрированной оболочки закон изменения радиуса имеет вид: $r(z) = r_0 + K \sin^2(\pi z n)$, где n определяет количество гофров. Исследования устойчивости гофрированной оболочки были проведены для $n = 10$. Осевое сжатие реализовывалось путём задания осевого перемещения одного из торцов оболочки. Для численного исследования, исходная система трех нелинейных уравнений равновесия линейризовывалась около нелинейного осесимметричного состояния равновесия. Нетривиальные решения этой системы отыскивались в классе периодических форм, пропорциональных $\cos \varphi$ и $\sin \varphi$. После преобразований задача сводилась к нахождению нетривиальных решений системы восьми обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка. В ходе исследований были найдены точки сгущения критических значений безразмерного параметра, характеризующего для первой задачи усилие осевого сжатия, для второй — внешнее давление; остальные параметры фиксировались.

Вторая часть посвящена описанию результатов исследований различных полевых характеристик НДС. Для второй задачи были проведены исследования влияния условий закрепления на НДС. Рассмотрены случаи жесткой заделки и шарнирного опирания. Исследования проводились в рамках нелинейных двумерных уравнений теории оболочек. Одновременно были проведены расчеты НДС в рамках линейной теории, что позволило установить область её применимости для заданных форм оболочек. Были получены зависимости максимальных значений полевых характеристик НДС от геометрических параметров. Эти исследования были проведены в широком диапазоне геометрических параметров оболочки (толщины, длины, радиуса срединной поверхности на торцах, коэффициента выпуклости).

Программный комплекс для моделирования и визуализации физических процессов с целью создания виртуальных лабораторных работ по физике

Марценюк М. А., Сивков В. Г., Ширяев М. В.

Пермский государственный национальный исследовательский университет
hekto2006@yandex.ru

Системы компьютерного моделирования позволяют проводить эксперименты в виртуальной среде, что дает возможность студенту более полно и наглядно воспринимать материал в процессе обучения, чем в процессе реального эксперимента, особенно в разделах физики, имеющих дело с объектами, которые невозможно наблюдать с помощью зрения, например, в электричестве.

Разрабатываемый программный комплекс предназначен для использования в лабораторном практикуме по физике в разделе «Электричество», для моделирования и визуализации физических полей, создаваемых различными источниками, моделирования электрических цепей.

Комплекс создан на языке C++ в среде MS Visual Studio, с использованием .NET Framework, Direct3D и OpenCL. Предусмотрены возможности по созданию и редактированию моделей, их сохранению и загрузке. На базе программного комплекса созданы три модели:

1) Электрическая модель зарядки и разрядки конденсатора, в которой использовались схемы, позволяющие проследить по изменению яркости лампы накаливания изменение тока при включении и выключении источника постоянного напряжения.

2) Гидромеханическая модель зарядки и разрядки конденсатора, в которой электрический ток рассматривается как течение электронной «жидкости», а в качестве напряжения используется давление жидкости.

3) Модель исследования электрического поля системы зарядов, которая дает возможность студенту познакомиться с примерами полей потенциалов, создаваемых точечным зарядом, заряженной сферой, заряженным цилиндром, с принципом суперпозиции, на примере сложения полей, создаваемых несколькими сферами, с полями мультиполей. Студенты получают возможности измерения потенциала и поля, создаваемого конечным цилиндром, конечными плоскостями и другими элементами, сконструированными самостоятельно. Программный комплекс дает возможность визуализировать электрическое поле двумя способами: с помощью эквипотенциальных поверхностей как в пространстве, так и в сечениях, задаваемых пользователем, и с помощью стрелочек, показывающих градиент поля.

В результате использования программного комплекса в образовательном процессе может быть достигнуто более глубокое понимание студентами основных понятий раздела физики «Электричество».

Применение математического моделирования для исследования процесса заживления перелома кости

Маслов Л. Б.

Иваново, Ивановский государственный энергетический университет
leonid-maslov@mail.ru

Сращение кости после перелома представляет собой сложный механобиологический процесс, в результате которого поврежденная кость должна полностью восстановить свою целостность и структуру. С развитием способов нежесткой фиксации и частичной поддержки веса большинство переломов заживают непрямым или вторичным сращиванием. Непрямое сращивание начинается с образования гематомы, после чего один фенотип соединительной ткани сменяет другой. Известно, что данная последовательность дифференциации клеток чувствительна к локальному механическому полю внутри ткани.

В работе представлен математический алгоритм, концептуально описывающий механизм структурной перестройки костной ткани под действием внешнего механического стимула периодического характера, и динамическая одномерная модель изменяющейся двухфазной сплошной среды. В ее основе лежат уравнения продольных колебаний упругого стержня, описываемого моделью пористого материала, насыщенного жидкостью. Процесс образования клеток и их миграция в процессе сращения перелома принимается случайным и ненаправленным, что описывается уравнением диффузии. Поскольку основная масса специфических костных клеток располагается на стенках канальцев и поверхностях лагун, входящих в систему микропор, то предполагается, что возмущения, вносимые внешней механической нагрузкой в установившееся движение жидкости в транспортной системе кости, могут обеспечивать передачу управляющих сигналов между клетками костной мозоли в процессе ее регенерации. В работе используется управляющее правило для описания процесса перестройки недифференцированной ткани в плотную хрящевую или костную ткань в виде безразмерного «механо-регулирующего индекса», определяющего фенотип ткани, образующейся в точке среды в ответ на механическое воздействие.

Математическая модель дает возможность исследовать механизм восстановления поврежденных костных элементов опорно-двигательного аппарата человека при наличии динамической нагрузки и теоретически обосновать выбор оптимального периодического воздействия на поврежденные ткани с целью их скорейшего и устойчивого заживления. В частности, построенная модель позволила исследовать влияние частоты стимулирующей нагрузки на процесс перестройки ткани, что совершенно отсутствует в известных источниках, а также влияние раннего нагружения на восстановление упругих свойств костной мозоли. Полученные численные результаты представляются достаточно реалистичными и соответствующими известным медицинским исследованиям процессов регенерации костной ткани в зоне перелома. Разработанная одномерная модель может быть использована для тестирования программ, реализующих представленный алгоритм для пространственной задачи изменяющейся пороупругой среды.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ №12-01-00054-а.

Исследование волн в цилиндрических волноводах с переменными характеристиками

Моргунова А. В.

Ростов-на-Дону, Донской государственный технический университет
x_tina89@mail.ru

Изучение колебаний в протяженных упругих структурах — волноводах — представляет собой актуальную задачу механики и акустики, имеющую многочисленные приложения при анализе динамического поведения трубопроводов, в биомеханике, при моделировании волновых процессов в крупных сосудах.

Основное свойство волновода состоит в существовании в нём дискретного набора нормальных волн (мод), распространяющихся со своими фазовыми и групповыми скоростями. Отметим, что структура волновых полей, дисперсионные соотношения достаточно хорошо изучены для волноводов с постоянными физическими характеристиками. Наиболее подробно исследованы дисперсионные соотношения для слоя, порождающего волны Рэлея–Лэмба и сплошного цилиндра, порождающего волны Похгаммера–Кри. Для нахождения дисперсионных ветвей обычно анализируются некоторые трансцендентные уравнения, в которые входят либо элементарные функции, либо функции Бесселя. Значительно в меньшей степени изучены дисперсионные свойства волноводов с переменными по поперечной координате свойствами, поскольку соответствующие спектральные задачи имеют переменные коэффициенты и их исследование возможно лишь на основании численных процедур.

В настоящей работе рассматриваются волны в упругом изотропном волноводе кольцевого поперечного сечения с упругими характеристиками, зависящими от радиальной координаты. Задача о распространении нормальных волн в бесконечном цилиндре рассмотрена в цилиндрической системе координат и сведена к исследованию канонической системы дифференциальных уравнений первого порядка с переменными коэффициентами. Отметим, что коэффициенты системы дифференциальных уравнений также зависят от двух параметров, один из которых характеризует волновое число, другой — частоту колебаний. Отыскиваются нетривиальные решения этой системы, при этом сочетание спектральных параметров, при которых существует такое решение, и образует дисперсионное множество задачи. Точки дисперсионного множества представляют собой гладкие кривые, которые строятся численно с помощью метода пристрелки. Для неоднородного цилиндрического волновода показано существование двух семейств дисперсионных кривых, как и в однородном случае, которые отличаются кинематикой распространения волн. Проведена серия вычислительных экспериментов для различных законов неоднородностей и различных частотных диапазонов. Численный анализ позволил проанализировать свойства дисперсионных кривых, выявить участки с аномальной дисперсией, исследовать их зависимость от геометрических и физических характеристик материала цилиндра.

Автор выражает благодарность Ватульяну А. О. за внимание к работе.

О диагностике костного регенерата

Мыцыков Р. Ю.

*Ростов-на-Дону, Ростовский государственный медицинский университет
motul@inbox.ru*

Цель исследования — разработка перспективных неинвазивных виброакселерометрических диагностических технологий, на основании которых возможно наиболее эффективно использовать любые доступные данные о состоянии костной ткани для принятия корректного решения при выборе лечебной тактики. Применение виброакселерометрических методов диагностики позволяет оценить жесткость костного регенерата в зоне повреждения.

На сегодняшний день основными критериями, опираясь на которые возможно судить о зоне повреждения, остаются клинический осмотр и рентгенограмма в стандартных проекциях. В повседневной клинической практике рентген-исследования в специальных проекциях, как правило, отвечают на вопрос о характере и локализации перелома, о смещении отломков и определяют дальнейшие действия врача. Однако, практический опыт показывает, что рентгенограмма является всего лишь «тенью», отражающей только часть настоящего положения дел (И. Л. Крупко, Ю. И. Глебов, 1972).

У врача нет полного представления о физических характеристиках костной ткани данного пациента, и вопрос выбора фиксатора зачастую происходит интуитивно, на основе собственного клинического опыта. В тех случаях, когда был допущен некорректный выбор имплантата, невыполнение принципов лечения переломов, которые обеспечивают стабильность в системе «кость-имплантат» или «кость-кость», нарушение кровоснабжения отломков, недостаточная интраоперационная репозиция повреждения могут привести к дезорганизации структурно-функциональных и биомеханических свойств кости. Оценить степень консолидации перелома и механическую прочность регенерата, опираясь на рентген-данные, весьма затруднительно. Ремоделирование перелома — индивидуальный по своей локализации и биохимически сложный процесс, существенно растянутый во времени. Рентген-признаки перестройки и консолидации костной ткани существенно отстают по времени от клинической картины. Опираясь на одни лишь рентгенограммы в каждодневной клинической практике, пациентам рекомендуют нагружать поврежденный сегмент или, хуже того, предлагают ненужную операцию. Субъективизм хирурга в таких случаях приводит к ошибкам в лечении, которые могут выявиться довольно нескоро. В этой связи методы виброакселерометрической неинвазивной диагностики выглядят наиболее привлекательными, предоставляют данные об АЧХ биомеханической системы в процессе консолидации перелома в реальном времени, дают возможность получить физическую оценку костной ткани как вязкоупругого материала, определенного его кристаллической структурой и ориентацией коллагена, выраженную в цифровом значении. Наряду с другими диагностическими методами, виброакселерометрия на современном этапе развития травматологии значительно расширяет наши знания о переломе, позволяет из имеющейся информации сделать верные выводы и выбрать оптимальную тактику лечения.

Моделирование диссипативного разогрева биологической ткани цилиндрическим пьезоизлучателем

Наседкин А. В., Рыбьянец А. Н.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет
nasedkin@math.sfedu.ru

Ультразвуковые методы широко применяются для неинвазивной терапевтической или хирургической обработки внутренних тканей пациента. Нефокусированный ультразвук используется в основном для терапевтического нагрева больших объемов тканей. Системы, использующие фокусированный ультразвук высокой интенсивности (HIFU), применяются для направленного теплового или кавитационного воздействия на локальные области органов пациента. Альтернативным методом концентрации ультразвуковой энергии является использование ультразвуковых стоячих волн. Недавно новые методы, использующие ультразвуковые стоячие волны, были предложены для неинвазивной липолитической, терапевтической или косметической обработки больших объемов поверхностных тканей пациентов. В устройствах используются ультразвуковые резонаторы, генерирующие в биологической ткани поле ультразвуковых стоячих волн. В связи с отмеченным выше, моделирование тепловых эффектов и расчет нагрева тканей в поле ультразвуковых стоячих волн представляется актуальной задачей.

Исследуемый резонатор выполнен в форме полого радиально поляризованного пьезоэлектрического цилиндра небольшой высоты, т. е. имеет форму кольца. При работе такой резонатор генерирует ультразвуковые цилиндрические волны. В результате, биологическая ткань, помещенная в поле цилиндрических стоячих волн, подвергается тепловому и механическому воздействию ультразвука, наиболее эффективного в области пучностей давления стоячей волны.

Задачей моделирования являлся расчет основных рабочих электромеханических характеристик резонатора, акустического поля в биологической ткани и ее нагрева. Для расчетов применялся конечноэлементный пакет ANSYS и его возможности решения связанных задач пьезоэлектричества и акустики. Задача решалась в осесимметричной постановке. В силу простоты форм сечений пьезоэлектрического резонатора и акустической среды в меридиональной плоскости использовались канонические конечноэлементные сетки из четырехугольных пьезоэлектрических и акустических элементов. Диссипативный разогрев моделировался по методике, разработанной Карнауховым В. Г., Сенченковым И. К. и др., но на основе конечноэлементных технологий. Здесь, на первом этапе, для рассматриваемой системы решалась связанная задача электроупругости и акустики об установившихся колебаниях. По найденному полю перемещений в резонаторе и полю акустических скоростей в биологической ткани в постпроцессоре ANSYS определялась осредненная за период колебаний функция диссипации. Эта функция диссипации определяла интенсивность тепловых источников, которые передавались как внешние воздействия в задачу теплопроводности. По результатам расчетов сделаны оценки эффективности рассматриваемого резонатора при различных входных параметрах.

Конечноэлементное моделирование пороупругих свойств компактной костной ткани на микроуровне

Наседкина А. А., Смирнова Н. М.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет

nasedkina@math.sfedu.ru

Настоящее исследование посвящено моделированию пороупругих свойств представительного объема компактной костной ткани. Как известно, компактная костная ткань состоит из цилиндрических структурных элементов, называемых остеонами, окруженных тонким слоем более плотного материала («цементной линией»). В центре каждого остеона в продольном направлении кости расположен гаверсов канал, содержащий сосудистую сеть, нервы и интерстициальную (межуточную) жидкость. Пространство между остеонами заполнено межтоточной тканью.

В работе компактная костная ткань моделируется как насыщенная анизотропная пороупругая среда, состоящая из групп остеонов. В качестве представительного объема рассматривается ячейка периодичности остеона компактной костной ткани.

Математическая модель формулируется для трехмерной анизотропной ячейки периодичности компактной костной ткани и основана на связанной системе уравнений пороупругости Био, включающей уравнение равновесия для твердой фазы костной ткани и уравнение фильтрации для межтоточной жидкости. Твердая фаза компактной костной ткани состоит из трех материалов с различными пороупругими свойствами: остеона, цементной линии и межтоточной ткани.

Рассматривается режим установившихся колебаний для моделирования напряженно-деформированного состояния и фильтрации межтоточной жидкости в компактной костной ткани в условиях продольного гармонического нагружения кости, возникающего, например, при ходьбе. Ранее аналогичная задача в упрощенной двумерной постановке рассматривалась авторами Nguen, Lemaire и Naili в журнале *Medical Engineering and Physics*, №32 (2010), с. 384–390.

Для решения задач на ячейке периодичности использовался метод конечных элементов и специальный программный инструментарий для пакета ANSYS версии 11.0. В силу того, что в данной версии нет модуля пороупругого анализа, а новые пороупругие элементы ANSYS последующих версий не поддерживают полностью связанный динамический пороупругий анализ, то для расчета установившихся колебаний использовалась известная поротермоупругая аналогия, и далее связанная задача пороупругости решалась в ANSYS как связанная задача термоупругости.

Было рассмотрено несколько вариантов входных данных и граничных условий. По результатам проведенных вычислительных экспериментов дан анализ влияния амплитуды и частоты нагрузки, проницаемости цементной линии и расстояния между остеонами на распределение напряжений в ячейке периодичности остеона компактной костной ткани и вектора скорости фильтрации межтоточной жидкости. Обсуждаются возможности сведения данной задачи к двумерной, рассмотренной ранее Nguen, Lemaire и Naili.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, грант 12-01-31411-мол_а.

Об одном подходе
к реконструкции плоских внутренних напряжений в пластине

Недин Р. Д.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет
rdn90@bk.ru

Практически все структуры в человеческом теле находятся под действием предварительного напряженного состояния (ПНС), начиная от живых клеток на микро-уровне и заканчивая кожей, костной и мышечной тканью на макро-уровне. Множество отечественных и зарубежных работ посвящено изучению ПНС в твердых биологических структурах живого организма, в частности, в костной ткани. Обширные исследования механических свойств костей с учетом ПНС приводятся в работах И. Ф. Образцова, С. Ямады, А. Ахмеда, Б. Маккормака и мн. др. Исследования продемонстрировали, что предварительные напряжения (ПН) в трубчатых костях человека могут достигать 22 МПа. ПН в сосудах влияют на распределения напряжений и деформаций в деформированных артериальных стенках в физиологическом состоянии, а также на толщину деформированных стенок. При этом следует отметить, что часто при моделировании таких ПН применяют гипотезу об их однородности. Много работ посвящено изучению механических свойств различных типов кровеносных сосудов; их теоретические, экспериментальные и клинические принципы содержатся в работах С. Коуина, Дж. Хамфри, Г. Хольцапфеля, Р. Огдена и др. Таким образом, учитывая функциональную значимость ПН с точки зрения механического воздействия, при моделировании необходимо учитывать их вклад в суммарное напряженное состояние сосудистой системы и костной ткани.

На сегодняшний день акустические методы зондирования являются одним из самых эффективных (недорогих и информативных) способов получения дополнительной информации об исследуемом объекте.

В настоящей работе рассмотрена задача об идентификации плоского неоднородного ПНС в пластине на основе акустического метода зондирования. В качестве дополнительной информации использовалось поле смещений на части границы пластины в конечном наборе частот. Предложен способ решения обратной задачи на основе разбиения области пластины на элементы, в каждом из которых компоненты предварительных напряжений выражаются через функцию Эри, представленную в виде бигармонического полинома. Построен итерационный процесс решения обратной задачи, на каждом шаге которого решается плохо обусловленная система линейных алгебраических уравнений. Проведены вычислительные эксперименты по реконструкции различных гладких неоднородных функций предварительных напряжений, удовлетворяющих уравнениям равновесия; результаты экспериментов показали достаточную эффективность метода.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта: 13-01-00196).

Численное решение одномерной коэффициентной обратной задачи термоупругости

Нестеров С. А.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет

1079@list.ru

Потребности практики часто приводят к задачам определения коэффициентов дифференциальных уравнений — коэффициентным обратным задачам математической физики. Такие задачи возникают, например, в связи с широким внедрением в различные области техники с высокотемпературным окружением неоднородных материалов и необходимостью определения их свойств после изготовления. Часто функциональные зависимости термомеханических характеристик предполагаются одномерными, поэтому исследование обратных задач естественно начать с задач для стержней, являющихся самыми распространенными элементами конструкций. В работе представлена схема решения обратной коэффициентной задачи для неоднородного термоупругого стержня, один торец которого зашпелен, а на другом приложена нагрузка. При этом различают два типа нагружения: механическое и тепловое. Решение обезразмеренной прямой задачи об определении полей смещений и температуры с помощью аппарата преобразований Лапласа сведено к решению системы интегральных уравнений Фредгольма 2-го рода в трансформантах по Лапласу и обращению полученных решений на основе теории вычетов.

Для решения коэффициентной обратной задачи термоупругости в оригиналах, на основе обобщенного соотношения взаимности была получена система из двух интегральных уравнений в трансформантах, к которой затем применили теоремы о свертке и о дифференцировании оригинала. В качестве примера приложения данного подхода рассмотрена задача о восстановлении на конечном временном отрезке термомеханических характеристик неоднородного стержня: плотности, модуля Юнга, коэффициента теплопроводности, удельной объемной теплоемкости, коэффициента температурного напряжения. Каждая из функций восстанавливалась, когда был известен закон изменения других функций.

В работе натурный эксперимент заменен вычислительным. Реконструкция коэффициентов проходила в два этапа. На первом этапе определялось начальное приближение безразмерных коэффициентов в классе положительных ограниченных линейных функций на основе минимизации функционала невязки. На втором этапе находились поправки реконструируемых функций. Задача нахождения поправок сводилась к итерационной процедуре, на каждом этапе которой решалось интегральное уравнение Фредгольма 1-го рода. Для решения интегральных уравнений Фредгольма 1-го рода использовался метод А. Н. Тихонова.

В работе проведена оценка точности восстановления в зависимости от монотонности функций, параметра связанности, выбора безразмерного временного интервала, а также степени зашумления.

Автор выражает благодарность своему научному руководителю А. О. Ватульяну за внимание к работе и ценные рекомендации.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (код проекта 13-01-00196).

Построение итерационного процесса решения обратных коэффициентных задач электроупругости для неоднородных сред

Оганесян П. А.

Ростов-на-Дону, Донской государственный технический университет
solovievarc@gmail.com

Цель данной работы – построение итерационного процесса решения обратных коэффициентных задач для неоднородных пьезоэлектрических тел. Такие задачи возникают при определении неоднородных свойств материалов, таких как плотность, модули упругости, диэлектрические проницаемости и пьезомодули. Данный метод решения является альтернативой стохастическим методам, например, генетическим алгоритмам. Для формирования каждого элемента популяции в генетическом алгоритме приходится решать прямую задачу методом конечных элементов, поэтому общее время решения оказывается велико.

Приведем пример построения итерационного процесса для одномерной задачи с неоднородной плотностью. За основу возьмем уравнение установившихся колебаний задачи теории упругости. При переходе от аналитической постановки задачи к конечно элементной форме проводится учет неоднородности. Для этого плотность тела принимается постоянной в пределах одного конечного элемента (возможно в качестве неизвестных рассматривать узловые значения плотности в конечноэлементной сетке или в узлах интегрирования в конечном элементе). Вектор неизвестных элементных или узловых значений плотности будем считать неизвестным при решении обратной задачи. Зная структуру матрицы масс задачи и алгоритм ее построения, для нахождения вектора плотностей может быть построена СЛАУ при наличии известного решения задачи. В качестве входных данных (дополнительной информации для решения обратной задачи) в примере используются перемещения в одном или нескольких узлах. Рассмотрим теперь итерационный процесс. Сначала выбирается начальное приближение для плотности, например, одно общее значение для всего тела. Проводится решение прямой задачи. В полученном векторе перемещений заменяем компоненты, значения которых известны из условий обратной задачи. Вектор перемещений, составленный из текущего решения и известных компонент, подставляем в векторную форму задачи, из которой получаем новое приближение для плотности. Процесс продолжается до тех пор, пока в текущем решении не будут представлены требуемые перемещения с заданной точностью.

Аналогичным образом можно построить итерационный процесс для нахождения других свойств. В работе, описанный алгоритм реализован в среде MAPLE вместе с конечноэлементным решателем для одномерной прямой задачи. После апробации метода в одномерном случае предполагается разработка модуля для комплекса ACELAN, позволяющего решать обратные двумерные и трехмерные задачи.

Автор выражает благодарность А. Н. Соловьеву за внимание к работе.

Реконструкция слабой неоднородности в балке

Осипов А. В.

Ростов-на-Дону, Донской государственный технический университет

kukuvzz@yandex.ru

Задача идентификации дефектов в упругих телах относится к малоисследованному классу обратных геометрических задач теории упругости. О типе дефекта и его размерах можно судить по информации об изменении первых резонансных частот в предположении о малости дефекта по сравнению с характерными геометрическими размерами тела. В настоящей работе на основе общего подхода построены формулы для поправок к резонансным частотам для упругой балки с надрезом, предложена схема идентификации параметров надреза.

В первой части работы рассматриваются колебания балки Бернулли–Эйлера, в которой имеется дефект в виде тонкого симметричного надреза. Разработаны два метода восстановления параметров надреза (ширина, глубина, центр надреза). Первый метод состоит в получении соотношения, представляющего собой поправку для резонансных частот балки с дефектом относительно резонансных частот неповрежденной балки. По значениям трех резонансных частот восстанавливаются параметры надреза. Второй метод состоит в построении формулы, связывающей амплитудно-частотные характеристики балки с симметричным тонким надрезом и балки без дефекта. По трем произвольным частотам можно восстановить ширину, глубину и центр тонкого надреза. Проведен ряд вычислительных экспериментов, в которых исследована точность работы предлагаемого способа. Относительная погрешность реконструкции параметров тонкого надреза составляет не более 5–7%.

Во второй части работы рассматриваются колебания балки Тимошенко с дефектом в виде надреза. Проведено исследование резонансных частот неповрежденной балки и балки с дефектом, выполнено сравнение резонансных частот модели Тимошенко с резонансными частотами модели Бернулли–Эйлера. Выполнено сравнение амплитудно-частотных характеристик балок для разных моделей при одинаковых параметрах, определены частотные диапазоны, на которых данные характеристики отличаются наибольшим образом. Получены соотношения для поправки резонансных частот, аналогичные соотношениям, полученным для классической модели. Исследована точность полученных соотношений, выявлена зона их применимости. Разработан метод реконструкции параметров тонкого надреза в балке Тимошенко с использованием полученных формул. Проведены вычислительные эксперименты по реконструкции параметров тонкого надреза в балке Тимошенко. Оценена точность предложенных методов, продемонстрирована их адекватность.

Компьютерное зрение: определение сходства изображений

Пилиди В. С., Таранов К. И.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет

tara-sparkovez@mail.ru

Развитие компьютерной техники и технологии, математической базы делают возможным конструировать технические устройства и снабжать их такими программными продуктами, которые обладают функциями, присущими человеческому мозгу. Человек легко классифицирует разнообразные объекты, обнаруживая общности, вне зависимости от качественных отличий (размера, цвета, расположения). В этой связи становится актуальной эффективность математических алгоритмов, реализующих такие процессы распознавания. Компьютерное зрение может быть использовано и уже используется в различных предметных областях. Особенно актуальны такие устройства в медицине, например, в задачах диагностики в случае анализа рентгенологических снимков мягких (легочных) тканей в процессе развития заболевания или графических результатов ультразвукового исследования с целью обнаружения или контроля опухолевых процессов и т. д.

Для решения проблемы классификации, сортировки объектов был выбран метод SURF (Speeded Up Robust Features) как один из самых быстрых и эффективных алгоритмов определения сходства изображений. Особенность метода заключается в том, что каждому изображению ставится в соответствие дескриптор — массив числовых характеристик, особых точек, которые подлежат определению и являются индикатором изображения. Полагается, что каждое изображение характеризуется индивидуальным набором особых точек, не совпадающих для разных изображений. Следствием этой идеи и является эффективность метода, связанная с инвариантностью алгоритма относительно операций поворота и масштабирования изображений, а также их зашумления.

Реализация алгоритма сортировки состоит в поиске особых точек изображений с помощью матрицы Гессе. Гессиан достигает экстремума в точках максимального изменения градиента яркости, он хорошо детектирует пятна, углы и края линий и инвариантен относительно вращения, но не масштаба. В силу этого SURF использует разномасштабные фильтры для нахождения гессианов. После нахождения ключевых точек, требуется найти их дескрипторы. Следует заметить, что у различных точек будут различные дескрипторы. Для сравнения изображений применяется сравнение сходства дескрипторов, которое равносильно сходству изображений.

Следующим этапом решения задачи является детализация изображения, поиск наборов особых точек для частей тела, с помощью которых отличают изображения друг от друга. Затем, с помощью метода SURF, у входного изображения находятся особые точки, которые сравниваются с каждым набором точек для найденной отдельно взятой части тела. По результатам сравнения изображение относится в одну из групп.

В данной работе представлена реализация метода SURF на языке программирования «C# .NET», алгоритм SURF допускает распараллеливание программы.

Математическая модель винтового движения крови
в толстостенных артериальных сосудах

Поддубный А. А.* , Устинов Ю. А.**

*Ростов-на-Дону, НИИ механики и прикладной математики ЮФУ

**Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет

poddubny_sfedu@mail.ru

Для описания пульсового движения крови в периферийных артериальных сосудах мышечного типа предлагается новая математическая модель типа Юнга–Громека–Моенса–Кортевега. Стенка сосуда рассматривается как упругий полый цилиндр с винтовой анизотропией, порождаемой структурой распределения мышечных волокон, кровь — как вязкая несжимаемая жидкость.

Для описания динамических процессов в системе «стенка сосуда – кровь» используются новые динамические уравнения, описывающие продольно-крутильные колебания стенки сосуда, полученные на основе решений Сен-Венана задач растяжения-сжатия, кручения и принципа Даламбера. Для описания волны давления используется уравнение типа Громеки:

$$\begin{aligned} d_{11} \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} + d_{12} \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} &= S \rho_c \frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2} + \sigma_{rz} , \\ d_{12} \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} + d_{22} \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} &= \rho_c I_p \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} + \sigma_{r\phi} , \\ \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} &= 0 . \end{aligned} \quad (1)$$

Поскольку квадрат фазовой скорости этой волны пропорционален жесткости цилиндра на «раздувание», то жесткость определяется численным решением задачи Ляме для цилиндра с винтовой анизотропией.

Совместность движения системы «стенка сосуда – кровь» осуществляется за счет условия полного прилипания. Из анализа построенной модели вытекает, в частности, существование трех типов: квазипродольной волны, квазикрутильной волны и волны давления. На основе анализа амплитудных коэффициентов показано, что первые две волны распространяются главным образом по стенке сосуда, порождая в жидкости течения типа погранслоя, основное же течение жидкости связано с волной давления. Для указанных типов волн проведен анализ зависимостей фазовых скоростей и коэффициентов (декрементов) затухания в зависимости от параметров задачи.

Для исследования распространения пучка гармонических волн, порождаемых систолой, составлена отдельная программа, на основе которой для сосуда с заданными геометрическими и механическими параметрами исследовано искажение форм различных полевых характеристик (амплитуд давления, градиента давления и т. п.) в процессе продвижения этого пучка по стволу сосуда.

Применение открытых компьютерных технологий в современных системах математического моделирования

Притыкин Д. Е.

Новочеркасск, Южно-российский гос. технический университет (НПИ)
maisvendoo@gmail.com

Основная доля специализированного программного обеспечения, существующего в настоящее время на рынке, ориентирована на использование, в основном, в среде ОС Windows. Версии популярных продуктов, существующие под другими ОС (MATLAB, Maple и т. д.) являются проприетарными, а также имеют закрытую архитектуру.

Для создания высокоэффективных вычислительных комплексов математического моделирования сложных систем необходимо обеспечить наиболее полное использование ресурсов аппаратной части современных компьютеров, и программные технологии на основе открытых систем и технологий (ОС GNU/Linux, CUDA, OpenMP и т. п.) позволяют решить данную задачу.

Railway Simulation System — проект, представленный кафедрой «Теоретическая механика» Южно-российского государственного технического университета (ЮРГТУ), целью которого является создание программного комплекса моделирования движения поезда с возможностью расширения и распространения, не ограниченного использованием коммерческого ПО.

Назначение программного комплекса — исследование динамики движения поездов и отработка систем автоматического управления современными локомотивами. Базовой платформой разработки Railway Simulation System является операционная система GNU/Linux; в качестве среды разработки выбрана IDE Oracle NetBeans.

Основой комплекса является вычислительное ядро Railway Simulation, выполняющее решение системы дифференциальных уравнений, описывающих движения поезда, а также работу его основных подсистем (тяговый привод, тормозная система и т. д.). Формирование модели поезда, последовательность расчета и представление полученных результатов задаются с помощью текстовых конфигурационных файлов сценариев моделирования и скриптов, исполняемых внутренним интерпретатором команд. Вычислительное ядро структурно представляет собой командный интерпретатор, обеспечивающий:

- 1) считывание конфигурации моделируемой системы из файлов сценария;
- 2) формирование системы дифференциальных уравнений;
- 3) запуск и остановку процесса расчета;
- 4) управление выдачей результатов расчета.

Вычислительное ядро использует текстовый интерфейс командной строки, обеспечивающий выполнение как одиночных команд, так и скриптов, управляющих процессом инициализации, моделирования и формирования результатов расчета. Графический интерфейс пользователя выполнен в виде отдельного клиентского приложения, обмен данными с которым происходит по протоколу TCP/IP через локальную сеть, что позволяет удаленно управлять процессом моделирования. Для вывода результатов моделирования в виде графиков используется открытый формат векторной графики SVG.

Устойчивость сдвиговых течений, обобщающих течение Колмогорова

Ревина С. В.*Ростов-на-Дону, Южный математический институт ВНЦ РАН и РСО-А*

revina@math.rsu.ru

Пространственно-периодические течения вязкой жидкости находят широкое применение в математическом моделировании различных физических процессов. Отправной точкой многих современных исследований является классическое течение Колмогорова с синусоидальным профилем скорости

$$\mathbf{V} = (0, \gamma \sin x_1).$$

В настоящей работе рассматривается двумерное $\mathbf{x} = (x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2$ движение вязкой несжимаемой жидкости под действием поля внешних сил $\mathbf{F}(\mathbf{x}, t)$, периодического по пространственным переменным x_1, x_2 с периодами L_1 и L_2 соответственно, описываемое системой уравнений Навье–Стокса:

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v}, \nabla) \mathbf{v} - \nu \Delta \mathbf{v} = -\nabla p + \mathbf{F}(\mathbf{x}, t), \quad \operatorname{div} \mathbf{v} = 0,$$

где ν — безразмерная вязкость. Средняя по пространству скорость считается заданной

$$\langle\langle \mathbf{v} \rangle\rangle = \mathbf{q}.$$

В качестве краевых условий задаются условия периодичности поля скорости \mathbf{v} по пространственным переменным x_1, x_2 с периодами L_1, L_2 соответственно. Предполагается, что $L_2 = 2\pi/\alpha, \alpha \rightarrow 0$.

Строится длинноволновая асимптотика задачи устойчивости стационарного течения, когда основное поле скорости принадлежит классу параллельных (сдвиговых) течений:

$$\mathbf{V} = (0, V_2)(x_1, \alpha x_2).$$

Рассмотрены линейная спектральная и линейная сопряженная задачи.

Показано, что для сдвигового течения критические собственные значения σ являются нечетными функциями волнового числа, а критическое значение вязкости ν — четной функцией волнового числа. Для течений с нулевым средним указаны условия, при которых происходит монотонная потеря устойчивости. Если основной профиль скорости в некоторой точке обращается в ноль и является нечетной функцией относительно этого нуля, то происходит монотонная потеря устойчивости. Найдены явные выражения нескольких первых членов длинноволновой асимптотики через вспомогательную функцию θ . Дан алгоритм нахождения k -го члена асимптотики через предыдущие.

Полученные результаты можно обобщить на случай трехмерных течений, а также применить при исследовании устойчивости периодических по времени течений. Оказывается, существующие в случае нулевого среднего математические трудности мало зависят от размерности пространства по переменной x . Возможность обоснования монотонной потери устойчивости стационарного основного решения играет ключевую роль при рассмотрении основных течений, периодически зависящих от времени.

Конечноэлементное моделирование вынужденных внутренних волн
в океане под действием периодического изменения
атмосферного давления

Соловьева А. А.*, Хартиев С. М.**

*Ростов-на-Дону, Институт аридных зон ЮНЦ РАН

**Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет

solovievarc@gmail.com

В работе рассматривается распространение внутренних волн в морской среде, вызванных периодическими перепадами атмосферного давления. В качестве математической модели волнового движения взята линейная теория с учетом сил Кориолиса и диссипативных факторов, взятых в форме Гульдберга–Мона. В декартовой прямоугольной системе координат $Oxyz$, в которой начало находится на поверхности моря, ось Ox направлена в сторону распространения волн, а ось Oz — по глубине, краевая задача относительно компонент вектора скорости u, v, w и волновых возмущений давления и плотности p, ρ в безразмерной форме имеет вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} - fv &= -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x} - ru, & \frac{\partial v}{\partial t} + fu &= -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial y} - rv, \\ \frac{\partial w}{\partial t} &= -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial z} - \frac{\rho}{\rho_0}, & \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho_0}{\partial z} w &= 0, & \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} &= 0, \end{aligned}$$

$$\text{граничные условия: } \frac{\partial p}{\partial t} - \frac{\partial p_0}{\partial t} - w = 0 \text{ при } z = 0, \quad w = 0 \text{ при } z = -1,$$

где f и r — безразмерные параметр Кориолиса и диссипации соответственно.

В случае гармонического изменения давления краевая задача сводится к одному комплексному дифференциальному уравнению второго порядка относительно амплитудного значения вертикальной скорости W

$$W'' - N^2(z)W' - k^2 \frac{(\sigma^2 - N^2(z))\omega}{\sigma(f^2 - \omega^2)} W = 0 \quad (1)$$

и граничным условиям:

$$W' - k^2 \frac{\omega}{\sigma(f^2 - \omega^2)} W = -aik^2 \frac{\omega}{f^2 - \omega^2} \quad \text{при } z = 0, \quad W = 0 \quad \text{при } z = -1, \quad (2)$$

где σ, k — безразмерные частота и волновое число, $N^2(z)$ — квадрат частоты Вайсяля–Брента, $\omega = \sigma + ir$, a — безразмерная амплитуда атмосферного давления.

В работе комплексная краевая задача (1)–(2) сведена к системе двух дифференциальных уравнений и соответствующих граничных условий, и осуществлена ее дискретизация на основе метода конечных элементов. В рамках этого метода разработана программа, и проведены расчеты динамических характеристик внутренних волн, в том числе в случае резонанса.

Идентификация дефектов в функционально неоднородных материалах

Спожакин А. С.

Ростов-на-Дону, Донской государственный технический университет

solvievarc@gmail.com

Материалы с неоднородными механическими свойствами находят широкое применение в технике. При упрочнении поверхности с помощью механических или эмиссионных воздействий эта неоднородность характеризуется зависимостью свойств от толщины координаты. Возникающий при этом класс материалов относится к функционально градиентным материалам (ФГМ). ФГМ могут использоваться в виде покрытий деталей из однородных материалов. Одной из проблем применения ФГМ является определение их поврежденного состояния. Ранее (Макарчик Н. С., Спожакин А. С. *Мат. мод. и биомеханика в современном университете. Тезисы докладов VII Всероссийской школы-семинара. 2011. С. 64*) был предложен метод реконструкции трещин в слоистых материалах, основанный на построении пробных аналитических решений для конструкции без дефектов. В некотором приближении ФГМ покрытия может быть рассмотрен как слоистый, с определенным набором свойств в каждом слое; тогда в задаче идентификации дефектов может быть применен упомянутый выше способ. При этом, рассмотрением большого количества слоев может быть смоделирован достаточно общий закон неоднородности. В том случае, когда имеется информация о полиномиальном или экспоненциальном законе изменения механических свойств, также возможно построение некоторого набора пробных аналитических решений для неповрежденного покрытия.

В данной работе рассмотрено два выше описанных подхода к решению задачи о реконструкции трещин в покрытии из ФГМ, представляющем собой слой с плоскими параллельными основаниями. Проблема сводится к обратным геометрическим задачам теории упругости, которые решаются на основе применения принципа взаимности для поврежденного и неповрежденного тел. Для этого выбирается набор пробных решений для тела из ФГМ, которые являются аналитическими решениями для слоистых покрытий с однородными слоями или для определенных классов неоднородных свойств материала (полиномиальный и экспоненциальный). В качестве дополнительной информации для решения обратной задачи используется поле смещений, измеренное на свободной границе тела. В случае малых дефектов и дефектов типа трещин с невзаимодействующими берегами, параллельными поверхности слоя, строятся аналитические формулы для определения вертикальной координаты (по толщине слоя) дефекта.

В том случае, когда рассматриваемая конструкция находится при длительном вибрационном воздействии, трещины являются внутренними источниками тепла за счет взаимодействия их берегов. В этом проблема сводится к обратной задаче теплопроводности для слоистого или ФГ материала. Дополнительной информацией для решения обратной задачи определения внутренних источников тепла служит температурный портрет тела. Применение описанной выше методики к уравнению стационарного распределения температуры позволяет получить формулы для координат внутренней точки «трещины-источника».

Автор благодарит А. Н. Соловьева за внимание к работе.

Модифицированный комплексный метод граничных элементов для расчета магнитного поля в нелинейных ферромагнитных средах

Ткачев А. Н.

Новочеркасск, Южно-российский гос. технический университет (НПИ)
tkachev.an@mail.ru

Рассматривается задача расчета магнитного поля в многосвязной ограниченной или неограниченной области Ω_0 , заполненной средой с магнитной проницаемостью μ_0 . Кусочно-гладкие участки границы Γ_k области Ω_0 являются границами ферромагнитных тел Ω_k , магнитные свойства которых задаются нелинейными кривыми намагничивания. Если расчетная область ограничена, считается, что контур Γ_0 является ее внешней границей. Распределение токов с плотностью $\bar{\delta} = \delta(M)\bar{e}_z$ в Ω_0 задано.

Решение ищется итерационно. Пусть поля $\bar{B}_n(M)$, $\bar{H}_n(M)$ и $\bar{B}_{n+1}(M)$, $\bar{H}_{n+1}(M)$ соответствуют двум шагам итерационного процесса при увеличении плотности на малую величину $\Delta\bar{\delta}(M)$. Тогда приращения $\Delta\bar{B} = \bar{B}_{n+1}(M) - \bar{B}_n(M)$ и $\Delta\bar{H} = \bar{H}_{n+1}(M) - \bar{H}_n(M)$ удовлетворяют уравнениям:

$$\operatorname{rot} \Delta\bar{H} = \Delta\bar{\delta}, \quad \operatorname{div} \Delta\bar{B} = 0, \quad \Delta\bar{B} = \mu_0 \Delta\bar{H} \quad \text{в } \Omega_0;$$

$$\Delta\bar{B} = \mu \Delta\bar{H} \quad \text{в } \Omega_k, \quad k = \overline{1, s},$$

где $\mu = \mu(B(M))$ — дифференциальная магнитная проницаемость.

Решение задачи в области Ω_0 ищется в виде суммы вихревой и безвихревой составляющих:

$$\Delta\bar{B} = \Delta\bar{B}_0 + \Delta\bar{B}_\delta, \quad \Delta\bar{H} = \Delta\bar{H}_0 + \Delta\bar{H}_\delta,$$

где $\Delta\bar{H}_0 = \operatorname{grad} u^{(0)}$; $\Delta\bar{B}_0 = \operatorname{rot} [v^{(0)}\bar{e}_z]$ в Ω_0 ; $\Delta\bar{H} = \operatorname{grad} u^{(1)}$; $\Delta\bar{B} = \operatorname{rot} [v^{(1)}\bar{e}_z]$ в Ω_k , $k = \overline{1, s}$.

Каждая область Ω_k разбивается на r односвязных частей S_i так, чтобы магнитная индукция в них, изменялась в пределах допустимой погрешности. Тогда в S_i с контролируемой погрешностью величина μ постоянна и определяется средним значением индукции в ней.

Функции $\mu u^{(k)}$, $v^{(k)}$, $k = 1, 2$ рассматриваются как вещественные и мнимые части комплексных потенциалов: $\omega^k(z) = \mu u^k(z) + i v^k(z)$, $k = 1, 2$, $z = x + iy$. Аналитические в областях Ω_0 и S_i функции $\omega^0(z)$ и $\omega^1(z)$ в любой внутренней точке выражаются через свои узловые значения на границах с помощью интегральной формулы Коши. Для нахождения узловых значений потенциалов используется комплексный метод граничных элементов.

Результаты работы получены при поддержке Минобрнауки РФ в рамках государственного задания на проведение НИОКР, шифр заявки №01201253116.

Прямая и обратная задачи о колебаниях поперечно-неоднородного упругого слоя

Углич П. С.

Владикавказ, Южный математический институт ВНИЦ РАН и РСО-А
puglich@inbox.ru

Рассмотрены прямая и обратная задачи о вынужденных колебаниях упругого слоя, механические параметры которого являются функциями поперечной координаты. Для решения прямой задачи предложен метод, основанный на использовании интегрального преобразования Фурье с последующим сведением задачи в трансформантах к решению краевой задачи для канонической системы дифференциальных уравнений. Полученная система может быть численно решена методом пристрелки.

Рассмотрены два способа обращения волновых полей, один из которых основан на непосредственном численном отыскании интегралов Фурье, второй — на теории вычетов. При использовании теории вычетов производится численный расчёт полюсов подынтегральной функции. Все полюса подынтегральной функции являются однократными, и для отыскания вычета использована стандартная формула из теории аналитических функций. Для её использования нужно значение производной подынтегрального выражения. Построена дополнительная краевая задача для отыскания производной знаменателя подынтегрального выражения по параметру преобразования Фурье.

Приведён ряд численных расчётов решения прямой задачи для различных законов распределения механических параметров и различных частот колебаний. Произведено сравнение результатов, полученных разными способами. Также произведено сравнение результатов, полученных для однородного слоя в случае антиплоских колебаний с известными аналитическими результатами. Также приведены дисперсионные кривые, полученные для различных законов распределения механических параметров.

Далее рассмотрена обратная задача об определении механических параметров по информации о волновых полях на поверхности. С использованием метода возмущений обратная задача сведена к решению последовательности интегральных уравнений относительно поправок к неизвестным характеристикам. Полученные уравнения являются интегральными уравнениями Фредгольма первого рода, и их решение возможно только при использовании специальных численных методов. В настоящей работе использован метод Тихонова; при этом для решения системы линейных уравнений, полученной при дискретизации регуляризованных уравнений, использован метод Воеводина. Он позволяет организовать автоматический подбор параметра регуляризации с использованием метода обобщенной невязки. Приведен ряд численных результатов решения обратной задачи.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 13-01-00196).

Метод блочного элемента в моделировании литосферных плит Краснодарского края

Федоренко А. Г.

Ростов-на-Дону, Южный научный центр РАН

afedorenko@mail.ru

Одной из важных проблем в Науках о Земле в настоящее время является проблема прогноза землетрясений. Несмотря на обилие работ в этой области она не решена и по сей день. В работе предлагается провести исследование этой проблемы с применением метода механики разрушения. Для реализации такого подхода развиваются методы расчета напряженности литосферных плит Краснодарского края как деформируемых твердых тел, подвергаемых внешним воздействиям различной природы. Разработан математический аппарат, способный осуществлять исследования территорий, содержащих несколько разломов различной природы с несколькими блоками литосферных плит. Алгоритм является унифицированным, обеспечивает однотипный подход к решению достаточно разнообразного круга задач, описываемых как дифференциальными, так и интегральными уравнениями. Способен описывать процессы в глобальных и локальных областях, не утрачивая точности. В основе его лежат методы факторизации и метод блочного элемента. Факторизационные методы имеют топологическую основу и служат средством исследования интегральных уравнений и граничных задач, поставленных на многообразиях с краем. Благодаря этим методам удалось построить теорию блочных структур — совокупностей деформируемых, взаимодействующих объектов, находящихся в условиях воздействия физических полей различной природы. Такими объектами являются литосферные плиты региона. Толщина литосферных плит очень мала по сравнению с диаметром земного шара, поэтому их можно рассматривать как разнотипные мембраны, контактирующие по разломам, находящиеся под действием нормальных сил, действующих сверху и снизу. В процессе этих воздействий возникают напряжения в срединной плоскости литосферной плиты. Граничные условия предполагают отсутствие жесткого закрепления краев мембраны, т. е. допускаются их наклоны, в случае контактов — сопряжение перемещений и наклонов. На границах разломов — условия, диктуемые типом разлома. Таким образом, для построения модели напряженно-деформированного состояния территории Краснодарского края была выполнена работа по построению горизонтально ориентированной блочной структуры, имитирующей литосферные плиты территории с разломами, применен метод блочного элемента, построены все внешние формы для блоков, проведены построения касательных расслоений границ блоков, осуществлена факторизация, построены псевдодифференциальные уравнения, найдены корни характеристических уравнений блоков исследуемой территории. Строение и типы структур литосферных плит по мере получения дополнительной информации и в результате последующих исследований вибросейсмическим и магнитотеллурическим методами, будут вноситься в модель. Метод блочного элемента, реализованный с помощью метода факторизации, способен все их учесть, сколь бы сложными они не были.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Президента Российской Федерации МК-2652.2013.1.

Агрегация и оседание эритроцитов крови в условиях гипер- и гипогравитации

Черевко В. А., Кизилова Н. Н.

Харьков, Харьковский национальный университет
n.kizilova@gmail.com

Кровь рассматривается как трехфазная суспензия агрегирующих частиц, оседающих в однородном гравитационном поле или неоднородном поле центробежных сил. Предшествующее агрегации сближение клеток вызвано различием в скоростях оседания агрегатов разного размера, а также флуктуациями (Левтов В. А., Регирер С. А., Шадрин Н. Х. Реология крови. М.: Медицина, 1982. 288 с.; Кизилова Н. М., Черевко В. О. Спосіб діагностики медикаментозної та харчової алергії. Патент на корисну модель N57165. Бюл. N3 від 10.02.2011), причем последний механизм становится доминирующим в условиях гипогравитации. В работе исследуется динамика оседания эритроцитов с учетом разных механизмов агрегации.

Для исследования агрегации и оседания клеток крови использована модель трехфазной суспензии агрегирующих частиц, состоящая из частиц (фаза 1), несущей жидкости (фаза 2) и жидкости, захваченной агрегатами при их образовании и запертой в них (фаза 3). Для длинной трубки ($R/L < 0.1$, где R — радиус, L — длина) задача сводится к одномерной путем осреднения уравнений по сечению трубки. В результате получим следующую систему квазилинейных уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} &= -\frac{\varphi w^2}{C}, \\ \frac{\partial H}{\partial t} + \gamma_1 \frac{\partial H}{\partial x} + \gamma_2 \frac{\partial C}{\partial x} + \gamma_3 \frac{\partial w}{\partial x} &= \theta + \gamma_4 \frac{\partial G}{\partial x}, \\ \frac{\partial C}{\partial t} + \gamma_5 \frac{\partial H}{\partial x} + \gamma_6 \frac{\partial C}{\partial x} + \gamma_7 \frac{\partial w}{\partial x} &= \gamma_8 \frac{\partial G}{\partial x}, \end{aligned} \quad (1)$$

где C и H массовая и объемная концентрации агрегатов, $w = C/N$ — средний объем агрегата, N числовая концентрация агрегатов, θ — скорость захвата жидкой фазы в агрегатах, φ — скорость образования агрегатов, u — скорость оседания агрегатов, γ_{1-8} — известные функции C , N , и w для гравитационного оседания и для оседания в поле центробежных сил центрифуги. Выражения для φ были получены методами теории размерностей с учетом двух механизмов агрегации.

Решение системы (1) было получено методом характеристик. Построены и проанализированы седиментационные кривые. Выделены показатели, которые могут использоваться в целях клинической диагностики, в том числе пищевой и лекарственной аллергии (Кизилова Н. М., Черевко В. О. Спосіб діагностики медикаментозної та харчової алергії).

Стабилизация течений вязких биожидкостей в многослойных вязкоупругих трубках

Чистина Э. О., Кизилова Н. Н.

Харьков, Харьковский национальный университет

EChystina@gmail.com

Представлены результаты исследования особенностей распространения волн в заполненной вязкой несжимаемой биологической жидкостью трехслойной трубке, слои которой изготовлены из анизотропного вязкоупругого материала. Биологическая жидкость представляет собой раствор биополимера или суспензию частиц и, вообще говоря, может обладать неньютоновскими свойствами. Возможность стабилизации течений крайне важна для улучшения работы соответствующего органа, например, за счет стента или импланта, а также для контроля за работой аппаратов экстракорпоральной циркуляции биожидкостей. Ранее было показано, что для некоторых режимов течения возможна стабилизация за счет выбора упругих и вязких параметров отдельных слоев трубки, в зависимости от режима течения и свойств жидкости (Kizilova N., Hamadiche M., Gad-el-Hak M. Flow in Compliant Tubes: Control and Stabilization by Multilayered Coatings. Intern. J. Flow Control. 2009. V. 1, №3. P.199–211; Кизилова Н. М., Чистина Э. О., Хамадиш М. Метод стабілізації стаціонарних та нестаціонарних течій рідини або газу та усунення вібрацій стінок трубопроводів. Патент на корисну модель U201109925. Укрпатент N68407 від 26.03.2012). В данной работе приведены новые результаты, полученные для случаев закрепленной и незакрепленной стенки трубки, а также обобщение способа стабилизации системы на случай неньютоновских биожидкостей. Основная система уравнений включает линеаризованные уравнения Навье–Стокса для несжимаемой жидкости, уравнения движения толстостенной трехслойной трубки, материал слоев которой соответствует реологической модели Кельвина–Фойхта:

$$\tau_w^{(j)} \frac{\partial \sigma_i^{(j)}}{\partial t} + \sigma_i^{(j)} = A_{ik}^{(j)} \varepsilon_k^{(j)} + \mu_w^{(j)} \frac{\partial \varepsilon_k^{(j)}}{\partial t},$$

где j — номер слоя, $A_{ik}^{(j)}$ — матрица модулей упругости, $\mu_w^{(j)}$ — вязкости слоев, $\sigma_i^{(j)}$ и $\varepsilon_k^{(j)}$ — тензоры напряжений и деформаций. Граничные условия включали непрерывности скорости и напряжений на границах раздела жидкость–стенка и между слоями стенки. Решение задачи разыскивалось в виде волн малой амплитуды. Получены выражения для амплитуд давлений и скоростей перемещений жидкости и стенки, а также дисперсионное уравнение. Показано, что в случае закрепленной стенки существует одна неустойчивая жидкостная мода, а в случае незакрепленной стенки могут присутствовать одна или несколько неустойчивых жидкостных мод. Для каждого случая построены зависимости инкременты неустойчивости моды от модулей упругости и вязкости стенки и выбраны диапазоны значений реологических параметров, которые стабилизируют систему. Полученные результаты позволяют стабилизировать системы биожидкость–стенка, биожидкость–имплант и избегать нежелательных осцилляций в области расположения стентов или в трубках систем внешней циркуляции биожидкостей.

О толщинных колебаниях неоднородного пороупругого слоя с пустыми порами

Шведов Д. С.

Ростов-на-Дону, Донской государственный технический университет
schvedden@gmail.com

В последнее время в различных областях техники широко применяются функционально градиентные и композиционные материалы. Эти материалы имеют переменные упругие свойства. Изучение математических моделей для таких материалов и проведение исследования по определению отклика на динамическое воздействие является актуальной задачей. Настоящая работа посвящена исследованию модели неоднородной пороупругости с пустотами. Вопрос реконструкции механических свойств пороупругих материалов с пустотами на основе измерения смещений и изменения относительного объема при внешнем воздействии важен в практике неразрушающего контроля композитных, керамических и пористых материалов.

Рассмотрена прямая задача о плоских установившихся колебаниях неоднородного пороупругого слоя с пустыми порами. Упругие характеристики слоя считаются функциями поперечной координаты. Для решения прямой задачи использовано интегральное преобразование Фурье. Исходная задача при этом сведена к краевой задаче для канонической системы линейных дифференциальных уравнений относительно трансформант смещений, напряжений и относительного объема. При этом нулевое приближение при разложении задачи по параметру преобразования Фурье характеризует толщинные колебания. Для решения прямой задачи о толщинных колебаниях неоднородного пороупругого слоя с пустыми порами при известных законах изменения физических характеристик использован метод пристрелки. Результатом решения прямой задачи являются амплитудно-частотные характеристики функций смещений и относительного объема на верхней границе слоя.

Далее рассмотрена обратная коэффициентная задача об идентификации неоднородных свойств пороупругого слоя с пустыми порами из анализа данных акустического зондирования — функций смещений и относительного объема, измеренных на верхней границе слоя. Задача об идентификации неоднородных свойств является некорректной. Для получения аналитических соотношений, связывающих заданные и искомые функции, использован метод линеаризации. Построен итерационный процесс, на каждом этапе которого осуществляется решение краевой задачи с известными переменными модулями упругости и решение интегрального уравнения Фредгольма первого рода для определения поправок. Для решения интегрального уравнения Фредгольма используется метод регуляризации Тихонова.

Приведены результаты вычислительных экспериментов восстановления закона изменения переменных модулей упругости слоя.

Автор благодарит А. О. Ватульяна за внимание к работе.

Конечноэлементное моделирование и оптимизация импульсных излучателей из пористой пьезокерамики для медицинских применений

Шевцова М. С.

Ростов-на-Дону, Южный научный центр РАН

mariamarc@bk.ru

В настоящее время пьезоустройства с композитными пьезоэлементами становятся все более привлекательными для применений в медицинской диагностике. Экспериментальные и теоретические исследования показали, что устройства на основе пористой пьезокерамики, являющейся сравнительно новым классом пьезоэлектрических композиционных материалов, обладают высокой пьезочувствительностью, расширенной полосой пропускания частот и значительно меньшим акустическим импедансом по сравнению с плотной керамикой, что обеспечивает лучшее согласование с акустической средой.

В работе, на первом этапе исследования, проводился расчет эффективных модулей пористых пьезокомпозитов различной связности с использованием метода эффективных модулей и конечноэлементного (КЭ) моделирования представительных объемов пористой пьезокерамики. Были построены зависимости относительных величин пьезомодулей d_{31} и d_{33} от пористости p для сегнетомягкой пьезокерамики PZT-5Н, керамики PZT-4 средней сегнетожесткости и сегнетожесткой пьезокерамики PZT-8 в предположениях однородной и неоднородной поляризации пьезокерамической матрицы при генерации представительных объемов по методу ограниченной диффузией агрегации (ОДА) Виттена–Сандера, простому случайному методу и ряду других методов. Показано, что для более сегнетомягких керамик пьезомодули несколько сильнее зависят от пористости; при этом, однако, относительные величины пьезомодулей достаточно близки для всех рассмотренных типов пьезокерамических материалов. Было также установлено, что учет неоднородности поля поляризации существенно улучшает результаты КЭ моделирования, а наилучшими из рассмотренных методов можно считать метод ОДА Виттена–Сандера.

Полученные на первом этапе исследования зависимости модулей пьезоэлектрических материалов от пористости позволили поставить и численно реализовать в рамках осесимметричной КЭ модели задачу оптимизации таких важнейших параметров пьезоизлучателей, как диаграмма направленности и уровень звукового давления в прямом луче.

По результатам КЭ анализа связанных задач акустики и электроупругости сделан вывод, что высокопористая пьезокерамика является эффективным материалом активных элементов пьезоизлучателей для генерации мощного ультразвука в биологических тканях, а разработанные методы определения эффективных модулей — неотъемлемым элементом средств оптимального проектирования пьезоэлектрических устройств для медицинских применений.

Конечноэлементный анализ пьезоэлектрического вибрационного гироскопа в форме полого цилиндра

Шпрайзер Е. И.

Ростов-на-Дону, Донской государственный технический университет
shprayzer@gmail.com

Пьезоэлектрические вибрационные гироскопы широко используются в современных системах навигации и управления в качестве приборов для обнаружения вращения или угловой скорости объекта в пространстве. Пьезоэлектрические гироскопы имеют ряд преимуществ по сравнению с другими типами гироскопов, поскольку они обладают довольно малыми габаритами, низким энергопотреблением и высокой устойчивостью к механическим воздействиям.

В докладе представлен анализ пьезоэлектрического вибрационного гироскопа в форме полого цилиндра из пьезокерамического материала, поляризованного по радиусу. На внешней боковой поверхности цилиндра параллельно его оси располагаются две пары электродов, разделенных неэлектропроводными участками границы, а на внутренней поверхности — один сплошной электрод, полностью покрывающий всю эту поверхность. Две пары электродов располагаются крестообразно в перпендикулярных направлениях, причем одна пара служит для возбуждения исходных изгибных колебаний, а вторая пара — для регистрации наведенных колебаний за счет сил Кориолиса при вращении гироскопа и пьезоэлектрического эффекта. Подобный гироскоп исследовался ранее в рамках упрощенной теории изгиба (Yang J. S., Fang H. Y. *Sensors and Actuators A*. 2003. V. 107. P. 42–49) и по методу конечных элементов (Левицкий А. А., Маринушкин П. С. *Датчики и системы*. 2009. № 9. С. 11–13). Отличие данной работы состоит в конечноэлементном моделировании рассматриваемого трубчатого гироскопа в трехмерной постановке с учетом специальных граничных условий на торцевых поверхностях, допускающих изгибные колебания тела в перпендикулярных направлениях.

При исследовании гироскопа использовался конечноэлементный программный комплекс ANSYS. На командном языке APDL ANSYS были разработаны программы, позволяющие строить твердотельные и конечноэлементные модели с дополнительными конструктивными элементами для обеспечения требуемых условий закрепления по торцам цилиндра. При этом в объеме полого цилиндра гироскопа генерировались канонические гексаэдральные сетки с пьезоэлектрическими конечными элементами, имеющими элементные системы координат вдоль осей радиальной поляризации пьезокерамики, а конструктивные части закрепления по торцам цилиндра моделировались упругими балочными элементами.

Разработанные программы позволили определить собственные частоты и формы колебаний гироскопа, определить коэффициенты электромеханической связи, построить амплитудно-частотные характеристики электрического импеданса и вычислить выходные значения наведенных потенциалов на регистрирующих электродах при вращении гироскопа. Проведенные расчеты показали эффективность конечноэлементного моделирования пьезоэлектрических вибрационных гироскопов с использованием средств пьезоэлектрического анализа пакета ANSYS, позволяющих учитывать возникающие при вращении силы Кориолиса.

Равновесие и устойчивость нелинейно-упругого цилиндра с внутренними напряжениями при растяжении и раздувании

Шубчинская Н. Ю.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет
natalieshubchinskaya@gmail.com

Нелинейно-упругие материалы широко применяются для моделирования резиноподобных материалов, полимеров и мягких биологических тканей. Исследование задач устойчивости трехмерных тел, базирующееся на нелинейной теории упругости, является достаточно непростым процессом даже для тел с простой геометрией, таких как панель, цилиндр или сфера. Интерес к подобным проблемам связан, прежде всего, с тем, что деформация чистого изгиба, кручения и растяжения/сжатия является одной из базовых в экспериментальном определении и верификации параметров модели упругого, в частности, нелинейно-упругого, поведения материалов.

В данной работе в качестве примера приводятся три задачи о нелинейном поведении тел с простой геометрией. Первым примером является чистый изгиб прямоугольной панели в сектор кругового цилиндра. В качестве второго примера выступает растяжение раздуваемого полого цилиндра. Также рассматривается влияние внутренних напряжений, вызванных изолированным дефектом, на равновесие и устойчивость цилиндра. В качестве источника внутренних напряжений выступают клиновое искривление и винтовая дислокация на оси цилиндра. Для описания нелинейно-упругих свойств рассматриваемых тел в работе использованы модель полуплинейного материала, модель материала Блейтца и Ко. Проведен анализ изменения длины ненагруженного цилиндра при образовании в нем дефекта. Показано, в частности, что это изменение длины является нелинейным эффектом, причем его знак — удлинение или укорачивание — существенно зависит от материальных параметров используемых моделей. Для подтверждения численных результатов использованы асимптотические формулы, полученные в рамках теории эффектов второго порядка.

Для изучения устойчивости цилиндра при растяжении и раздувании использован бифуркационный подход, основанный на линеаризации уравнений равновесия в окрестности решений, полученных с использованием полубратного метода нелинейной теории упругости. Поиск точек бифуркации при этом основывается на анализе линейной однородной краевой задачи, переменные коэффициенты которой зависят от найденной на первом этапе функции радиального смещения точек цилиндра. Под точками бифуркации понимались такие значения параметра дефекта или какой-либо деформационной характеристики (угол изгиба, удлинение цилиндра или параметр дефекта), при котором линеаризованная однородная краевая задача имеет нетривиальное решение. В случае растяжения установлено, в частности, что величина коэффициента Пуассона оказывает существенное влияние на устойчивость цилиндра, содержащего изолированный дефект.

Математическое моделирование интеллектуального автомашиниста

Юренко К. И.

Новочеркасск, Южно-российский гос. технический университет (НПИ)

ki-yurenko@yandex.ru

Интеллектуализация железнодорожной транспортной системы предполагает внедрение и совершенствование основных её компонентов, включая стационарные интегрированные информационно-управляющие системы, а также бортовые аппаратно-программные комплексы, к числу которых относится и система «Автомашинист» (другое название — «автоведение»). Как известно, она предназначена для повышения безопасности движения, точности исполнения расписания, улучшения энергоэффективности поездной работы, сбора и регистрации параметров движения для последующего анализа, помощи машинисту при выборе оптимальных режимов ведения поезда и принятии решений.

Одним из направлений совершенствования бортового автомашиниста является интеллектуализация его функций, которая может быть связана с адаптацией к условиям движения и оперативному изменению графика при взаимодействии со стационарным комплексом «Автодиспетчер», осуществляющим планирование и корректировку расписания с учётом информации о движении всех поездов на участке. Для расчета энергооптимальной траектории на борту локомотива используются методы оптимизации на основе принципа максимума Понтрягина или идей динамического программирования Беллмана. Однако в процессе движения большое число неконтролируемых факторов может вызвать существенное отклонение фактической траектории движения от расчетной. Для решения задачи оптимального изменения режимов управления с целью компенсации возникающих отклонений или выбора скорректированной траектории может быть успешно использована логико-лингвистическая модель, реализующая деятельность человека по принятию решения в условиях неопределённости, при неполных данных и постоянно меняющейся обстановке.

Кроме того, использование нечёткой логики позволяет моделировать действия машиниста по управлению электропневматическими тормозами поезда в соответствии с требованиями инструкции ЦТ-ЦВ-ЦЛ-ВНИИЖТ/277 по тормозам. С помощью механизма нечёткого вывода на основе базы правил выбирается требуемое значение давления в тормозных цилиндрах на основании текущих параметров движения поезда. В результате может быть достигнуто высокое качество автоматического управления электропневматическими тормозами поезда, которое определяется отсутствием частого переключения режимов работы тормозного оборудования, а также плавным снижением скорости вплоть до остановки с уменьшением износа тормозных колодок и воздействий на конструкцию подвижного состава и комфортными условиями движения для пассажиров.

Работа выполнена при поддержке гранта Минобрнауки (соглашение № 14.В37.21.0289).

Об одной схеме восстановления неоднородных свойств слоистых биологических тканей

Явруян О. В.

Владикавказ, Южный математический институт ВНИЦ РАН и РСО-А
yavruyan@mail.ru

Одной из основных проблем при изучении механического поведения биологических материалов является необходимость создания эффективных методик неинвазивных испытаний с целью определения механических свойств биологических тканей. Следует отметить, что решение подобных задач сопряжено со значительными трудностями, поскольку свойства биоматериалов зависят от целого ряда биологических факторов (пол и возраст человека, степень активности физиологических функций, локализация исследуемого образца в изучаемой биологической системе и др.)

Поведение многих биологических объектов подобно поведению сложных слоистых структур с существенно неоднородными свойствами: кожный покров человека, стенки внутренних органов, мышечная ткань. Существенный практический интерес представляет задача изучения механических свойств таких биологических тканей, как кровеносные сосуды, стенки которых являются многослойными анизотропными композитами.

Работа посвящена исследованию обратной коэффициентной задачи об идентификации неоднородных свойств слоистой вязкоупругой ортотропной среды по данным акустического зондирования. Рассмотрена упрощенная модель биологической ткани, которая имеет слоистую структуру с непрерывно меняющимися свойствами вдоль толщины слоя в рамках линейной теории вязкоупругости.

Предложена эффективная схема исследования рассматриваемых задач, которая сведена к последовательному восстановлению неизвестных функций путем анализа спектрального пучка и составления краевых задач для моментов соответствующих полей с привлечением итерационных схем и регуляризирующих методов решения интегральных уравнений Фредгольма первого рода. Изучено влияние вязкости на точность реконструкции неоднородных свойств слоя, а также выявлены наиболее информативные для процедуры реконструкции диапазоны частотного зондирования исследуемой области.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований №12-01-31501мол-а, №13-01-00196 и Министерства образования и науки Российской Федерации, соглашения №14.132.21.1358.

Содержание

Абдолреза К. К., Абрамович А. Ю., Напрасников В. В., Соловьев А. Н. Влияние присутствия волнорезов в корпусе автомобильной топливной цистерны на возможность опрокидывания при торможении	5
Абрамович М. В., Колосова Е. М., Чебаков М. И. Контактное взаимодействие штампа и трехслойного цилиндрического основания с учетом трения в области контакта	6
Абрамян А. К., Вакуленко С. А., Индейцев Д. А., Семенов Б. Н. Влияние динамических процессов в пленке на развитие поврежденности в адгезионном основании	7
Айзикович С. М., Васильев А. С., Волков С. С., Митрин Б. И. Действие нормально приложенной сосредоточенной силы на упругое полупространство с неоднородным покрытием	8
Акопьян В. А., Черпаков А. В. Идентификации дефектов в стержневых конструкциях на основе анализа форм колебаний	9
Александров А. А., Голуб М. В., Фоменко С. И. Упругие волны и запрещенные зоны в слоистых периодических пьезоупругих композитах	10
Аристамбекова А. В., Доль А. В., Иванов Д. В., Павлова О. Е. Математическое моделирование аневризм артерий виллизиевого круга человека	11
Аристамбекова А. В., Недорезов П. Ф. О статическом и вибрационном изгибе прямоугольных пластинок	12
Ахвердиев К. С., Лагунова Е. О., Мукутадзе М. А. Математическая модель двухслойной гидродинамической смазки упорного подшипника	13
Бабенко И. С., Науменко А. А. Компьютерное моделирование, экспериментальные исследования и оптимизация пьезоизлучателя с плосковогнутой поверхностью	14
Балакин А. А., Лисин Р. В., Проценко Ю. Л., Смолюк А. Т., Смолюк Л. Т. К вопросу о вязкоупругости неоднородного миокарда	15
Баранов И. В., Шевцов М. Ю. Определение полного набора упругих постоянных и характеристик диссипации анизотропного материала на основе сочетания аналитических, конечноэлементных решений и генетического алгоритма	16
Батищев В. А., Гетман В. А. Невязкая неустойчивость потока крови вблизи выхода из левого желудочка сердца	17
Батищев В. А., Заикин В. В. Возникновение вращения жидкости в слоях Марангони с наночастицами	18
Бауэр С. М., Качанов А. Б., Корников В. В. Статистические модели зависимости показателей внутриглазного давления от параметров роговицы	19

Башкарева О. В., Зимин Б. А., Судьенков Ю. В. Эксперимент и анализ движения металлического маятника навстречу импульсному излучению лазера под действием термоупругих напряжений	20
Белоконь А. В., Скалиух А. С. Моделирование нелинейных пьезоэлементов, используемых в энергетических накопителях	21
Богачев И. В. Итерационный подход к идентификации неоднородных свойств кожного покрова	22
Богачев И. В., Ватульян А. О. О моделировании диагностики сращивания костной ткани	23
Богачева М. О. О некоторых методах анализа кардиосигналов	24
Боев Н. В. Геометрическая теория дифракции многократно отраженных акустических волн на телах канонической формы	25
Боровский Д. Л., Волокитин Г. И. Одноосное растяжение стержней из нелинейно-упругих материалов	26
Бородуля А. В., Мирзаванд М. А., Напрасников В. В. Модель процесса извлечения остова при демонтаже морской нефтедобывающей платформы	27
Бочарова О. В. Исследование особенностей поверхностных волновых полей в средах с неоднородностями	28
Бузало Н. С., Никифоров А. Н., Шкуропадский И. В. Алгоритмы решения задач управления концентрацией неконсервативных примесей в водном русле	29
Булугин Ю. И., Корончик Д. А., Месхи Б. Ч., Тирацуйян Л. Л. Улучшение условий труда в помещениях с повышенной загазованностью на основе компьютерного моделирования процесса вентиляции	30
Бычков А. А. Оценка влияния положения дислокации несоответствия на равновесие двухкомпонентного упругого слоя	31
Бычков А. А., Криворотова Д. В., Надолин Д. К., Оганесян П. А. О разработке новой версии конечно-элементного комплекса ACELAN 3D	32
Вавилов Д. С., Зимин Б. А., Индейцев Д. А., Семенов Б. Н., Судьенков Ю. В., Хакало К. А. Особенности распространения термоупругих волн в металлах при импульсном лазерном воздействии	33
Васильева А. Д., Викулова Н. А., Кацнельсон Л. Б., Соловьева О. Э. Моделирование трансмуральных особенностей пространственно-временной структуры и функции стенки левого желудочка	34
Васильева А. Д., Викулова Н. А., Мархасин В. С., Соловьева О. Э. Моделирование трансмуральных различий функции кардиомиоцитов левого желудочка в норме и при острой ишемии	35
Вассерман И. Н., Шардаков И. Н., Шестаков А. П. Трехмерная электродинамика миокарда человека	36

Ватульян А. О., Гукасян Л. С. О задаче Коши при реконструкции переменных коэффициентов	37
Воробьев В. А., Лапина П. А. О моделировании кожного покрова и исследовании его дисперсионных кривых	38
Гаврилов В. А., Кучумов А. Г., Няшин Ю. И., Самарцев В. А., Чайкина Е. С. Биомеханика шовных материалов в абдоминальной хирургии	39
Галингер Н. В. Моделирование движения крови в стенозированных сосудах	40
Глазунова Л. В. Конечноэлементный расчет температурных напряжений в элементах радиоэлектронной аппаратуре с учетом жидкостного процесса охлаждения	41
Глухова О. Е., Кириллова И. В., Колесникова А. С., Коссович Е. Л., Слепченков М. М. Молекулярно-динамическая модель биокompозитов на основе хитозана и углеродных низкоразмерных структур	42
Глушков Е. В., Глушкова Н. В., Еремин А. А. Волновые процессы в композитных смарт-структурах	43
Глушкова В. Н., Коровина К. С. Логическое моделирование роботизированных технологических систем	44
Голубев Г. Ш., Каргин М. А., Родин М. Б. Конечно-элементное моделирование некоторых задач биомеханики для систем остеосинтеза с устройствами внешней фиксации	45
Голядкина А. А., Кириллова И. В., Менишова Л. Р. Биомеханика резекции аневризматического мешка левого желудочка сердца человека	46
Горячева И. Г., Досаев М. З., Любичева А. Н., Морозов А. В., Су Ф. Моделирование взаимодействия видеотактильного сенсора с мягкими тканями при наличии включения	47
Григоренко К. С., Матишов Д. Г., Морозов Е. Г., Соловьев А. Н. Экспедиционные гидрологические измерения и конечноэлементный расчет характеристик внутренних волн в Атлантическом океане	48
Григоренко К. С., Соловьева А. А., Хартиев С. М. К задаче идентификации пикноклина в непрерывно стратифицированном море по данным поверхностных измерений	49
Гришина О. А., Кириллова И. В. Выбор оптимального реконструктивного вмешательства на коронарных артериях сердца человека	50
Диденко А. В., Никитин Ю. Г. Идентификация параметров внутренних полостей прямоугольной или эллиптической формы в упругом слое	51
Дударев В. В., Недин Р. Д. Задача о радиальных колебаниях кольцевой области при наличии предварительного напряженного состояния	52
Еремеев В. А., Наседкин А. В. Исследование прочностных свойств пористых материалов с учетом поверхностных эффектов методами эффективных модулей и конечных элементов	53

Жеребко А. И. Автоматизированный подход к решению задач нелинейной теории упругости	54
Занг Н. Ч. Применение комплекснозначных искусственных нейронных сетей к определению упругих и диссипативных свойств материалов	55
Звоникова О. Ю. Индентирование плоской круглой мембраны сферическим штампом	56
Зеленина А. А., Зубов Л. М. Задачи Сен-Венана об изгибе и кручении призматических тел с распределенными дислокациями	57
Зиборов Е. Н., Шевцов С. Н. Конечно-элементное моделирование динамических испытаний полимеркомпозитной лопасти несущего винта вертолета	58
Зорин Н. М., Москвин А. С., Рывкин А. С. Моделирование динамики ионных каналов в кардиомиоците в рамках электронно-конформационной теории	59
Зубов Л. М., Минченко Д. А. Влияние распределенных дислокаций на нелинейный изгиб и кручение цилиндрической оболочки с внутренним давлением	60
Зыонг Л. В., Рожков Е. В. Оптимизация конструкции устройств накопления энергии на основе пьезоэлектрических элементов с помощью конечно-элементного моделирования	61
Ильичев В. Г. Концепция универсальной константы запаса в математической теории конкуренции	62
Казарников А. В. Исследование периодических режимов в пространственно распределенном уравнении Рэлея	63
Кармазин А. В., Кириллова Е. В., Сыромятников П. В. Методы оптимизации расчетов многослойных анизотропных композитов	64
Карякин М. И., Кряквин В. Д., Хатламаджиян П. А. Первые итоги работы дистанционной математической школы мехмата ЮФУ	65
Карякин М. И., Надолин К. А., Наседкин А. В. Реализация международной магистерской программы «IT in Biomechanics»: студенто-ориентированный подход	66
Кизилова Н. Н. Математическое моделирование коронарного русла человека	67
Козин С. В., Ляпин А. А. Метод квазилинеаризации при решении обратных коэффициентных задач	68
Колесников А. М., Руденко О. В. Математические модели микропипеточной аспирации	69
Колесников А. М., Попов А. В. Изгиб высокоэластичных кривых трубок эллиптического сечения	70
Кононов Ю. Н. Влияние стратификации на колебания жидкости и твердого тела	71

Коссович Л. Ю., Морозов К. М., Павлова О. Е. Оценка влияния геометрии сонной артерии на развитие сосудисто-мозговой недостаточности: конечноэлементный анализ	72
Кряквин В. Д., Чернявская И. А. Дистанционное образование, минусы и плюсы	73
Курбатова Н. В., Павлова А. Н. Препроцессинг некомплектной информации	74
Кучумов А. Г., Няшин Ю. И., Самарцев В. А., Шестаков А. П. Мультидисциплинарный подход к решению задач биомеханики билиарной системы: от численных моделей до 3D прототипирования	75
Лисин Р. В., Проценко Ю. Л. Исследование феномена грузозависимости нормального и гипертрофированного миокарда в эксперименте и на модели	76
Лисин Р. В., Проценко Ю. Л., Смолюк Л. Т. Диссипация механической энергии папиллярной мышцы крысы при разных величинах преднагрузки	77
Лобова Т. В., Ткачев А. Н. Адаптивная процедура оценки качества контрольно-измерительных материалов и интерпретации результатов тестирования	78
Луконин А. Ю., Соловьев А. Н. Компьютерное моделирование контактного взаимодействия в зубчатых передачах	79
Майорова О. А. Эффекты высших порядков в задаче о клиновой дисклинации в континууме Коссера	80
Макаров С. С., Устинов Ю. А. Исследование НДС и устойчивости оболочек вращения	81
Марценюк М. А., Сивков В. Г., Ширяев М. В. Программный комплекс для моделирования и визуализации физических процессов с целью создания виртуальных лабораторных работ по физике	82
Маслов Л. Б. Применение математического моделирования для исследования процесса заживления перелома кости	83
Моргунова А. В. Исследование волн в цилиндрических волноводах с переменными характеристиками	84
Мыцков Р. Ю. О диагностике костного регенерата	85
Наседкин А. В., Рыбьянец А. Н. Моделирование диссипативного разогрева биологической ткани цилиндрическим пьезоизлучателем	86
Наседкина А. А., Смирнова Н. М. Конечноэлементное моделирование пороупругих свойств компактной костной ткани на микроуровне	87
Недин Р. Д. Об одном подходе к реконструкции плоских внутренних напряжений в пластине	88
Нестеров С. А. Численное решение одномерной коэффициентной обратной задачи термоупругости	89

Оганесян П. А. Построение итерационного процесса решения обратных коэффициентных задач электроупругости для неоднородных сред	90
Осипов А. В. Реконструкция слабой неоднородности в балке	91
Пилиди В. С., Таранов К. И. Компьютерное зрение: определение сходства изображений	92
Поддубный А. А., Устинов Ю. А. Математическая модель винтового движения крови в толстостенных артериальных сосудах	93
Притыкин Д. Е. Применение открытых компьютерных технологий в современных системах математического моделирования	94
Ревина С. В. Устойчивость сдвиговых течений, обобщающих течение Колмогорова	95
Соловьева А. А., Хартиев С. М. Конечноэлементное моделирование вынужденных внутренних волн в океане под действием периодического изменения атмосферного давления	96
Спожакин А. С. Идентификация дефектов в функционально неоднородных материалах	97
Ткачев А. Н. Модифицированный комплексный метод граничных элементов для расчета магнитного поля в нелинейных ферромагнитных средах	98
Углич П. С. Прямая и обратная задачи о колебаниях поперечно-неоднородного упругого слоя	99
Федоренко А. Г. Метод блочного элемента в моделировании литосферных плит Краснодарского края	100
Черевко В. А., Кизилова Н. Н. Агрегация и оседание эритроцитов крови в условиях гипер- и гипогравитации	101
Чистина Э. О., Кизилова Н. Н. Стабилизация течений вязких биожидкостей в многослойных вязкоупругих трубках	102
Шведов Д. С. О толщинных колебаниях неоднородного пороупругого слоя с пустыми порами	103
Шевцова М. С. Конечноэлементное моделирование и оптимизация импульсных излучателей из пористой пьезокерамики для медицинских применений	104
Шпрайзер Е. И. Конечноэлементный анализ пьезоэлектрического вибрационного гироскопа в форме полого цилиндра	105
Шубчинская Н. Ю. Равновесие и устойчивость нелинейно-упругого цилиндра с внутренними напряжениями при растяжении и раздувании	106
Юренко К. И. Математическое моделирование интеллектуального автомата	107
Явруян О. В. Об одной схеме восстановления неоднородных свойств слоистых биологических тканей	108